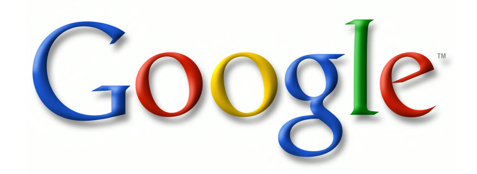
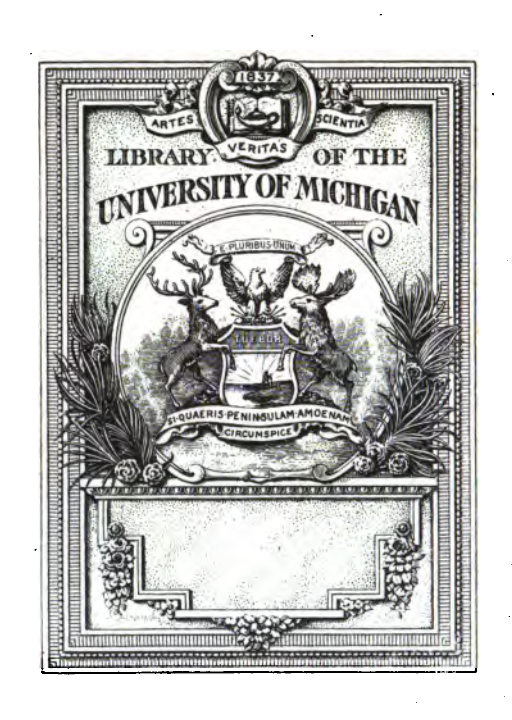
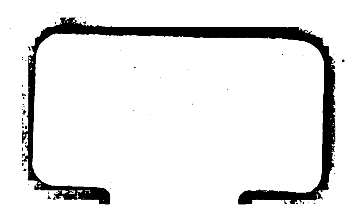
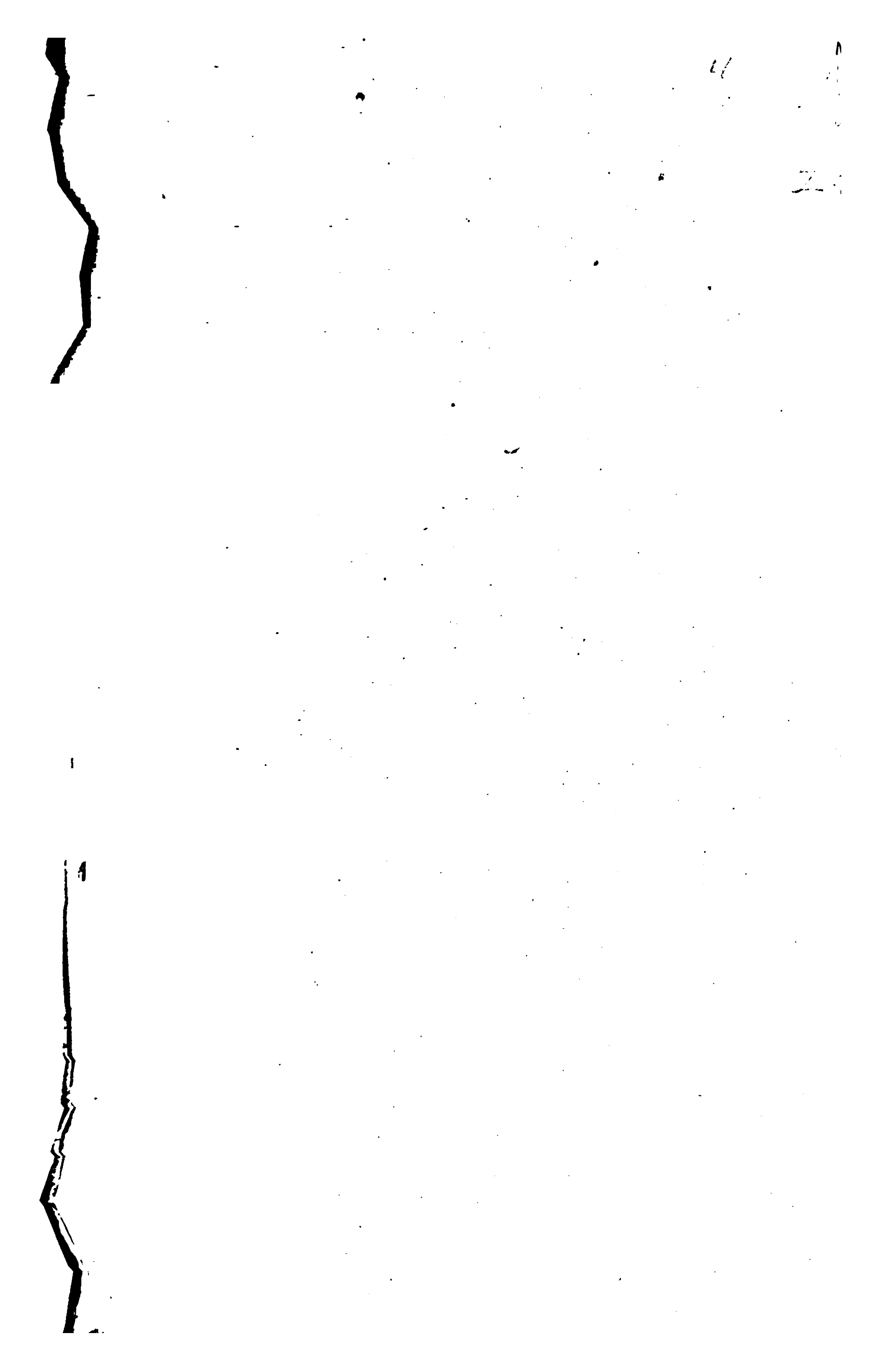

Google



1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE





Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exakten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der Sektionen für math. und naturw. Unterricht in den Versammlungen der Philologen, Naturforscher, Seminar- und Volksschul-Lehrer.)

Unter Mitwirkung
der Herren Prof. Dr. Bauer in Karlsruhe, Univ.-Prof. Dr. Frischauf in Graz, Gymn.-Prof. Dr. Günther in Ansbach, Prof. Dr. Hauck an der Bauakademie in Berlin, Realschul.-Obl. Dr. Lieber in Stettin, Gymnas.-Obl. v. Lühmann in Königsberg i/N., Direktor Dr. Pisko und Dr. Pick in Wien, Prof. Scherling in Lübeck, Dr. Schwarz, jetzt Gymnas.-Oberl. in Hohenstein i. Ost-Pr. u. v. A.

herausgegeben
von

J. C. V. Hoffmann.



Dreizehnter Jahrgang.

Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
1882.

Inhaltsverzeichnis des 13. Bandes.

I. Abhandlungen (grössere Aufsätze) und kleinere Mitteilungen (Sprech- und Diskussions-Saal und Aufgaben-Repertorium).

A) Organisation des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

(s. hierüber besonders auch die III. Abteilung.)

B) Specielle Methodik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer.

1. Mathematik.

a) Allgemeines.

b) Arithmetik.

b) Neue Aufgaben.

Genauerer Nachweis der Auflösungen.

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.*)	Aufgaben-steller	Band Heft Seite der Aufgabe	Der Auflösungen: Zahl	Der Auflösungen: Art**)	Der Auflösungen: Verfasser	Seite
153	geom. Constr.	Emsmann	XII_3, 201	4	Anal. R.	Stgm., Stl., Schu., Khl., Stgm., Gla.	26/7
154	„	„	„	2	„	Khl., Stl., Gla., Stgm.	27
155	„	„	„	2	„	Dieselben	27
156	goniom.	Schlömilch	„	1	R.	Stl.	27/8
157	st.	Fuhrmann	„	4	„	Gla., Ro., Khl., Stgm., Stl.	28—30
158	„	„	„	3	„	Gla., Khl., Ro., Brm., Stgm., Stl.	30/1
159	„	„	XII_3, 202	1	„	Brm., Khl., Ro., Stm., Stgm., Stl., Gla.	31
160	anal. Gm. (Ell.u.Hyp.)	Schlömilch	„	2	„	Brm., Bu., Cap., Stm., Stgm., Stl.	32
161	anal. Gm. (Parabel)	Budde	„	1	„	Brm., Stl., Stgm.	32

Die Auflösungen von Nr. 162—165 (s. XII, 202 und 265—266) fehlen. Die Nr. 162 noch ungelöst, 163—165 nicht gegeben, weil zu einfach.

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.*)	Aufgaben-steller	Band Heft Seite der Aufgabe	Zahl	Art**)	Verfasser	Seite
166	pl.	Stoll,	XII_4, 266	1	Bw. synth.	Gla., Harm., Ro., Schu., Stgm., Stl., Cap.	119
167	„	„	„	4	synth.	Ar., Stl., Gla., Stgm., Th., Brm., Wnm., Schu., Ro.	119/21
168	pl. u. trig.	Anschütz,	„	1	R.	Ar., Cap., Gla., Harm., Schl., Schm., Schu., Stgm., (Cap.)	121
169	„	„	„	3	„	Cap., Gla., Stgm., Ar., Schl., Schm., Schn.	121/2
				Zusatz hierzu von Fuhrmann			203
170	anal. Gm. (Parab.)	Schlömilch	„	1	R. u. K.	Brm., Cap., Gla., Ho., Schu., Stgm., Stl.	122
171	„ (2 Parab.)	„	XII_4, 267	2	Bw. R.	Brm., Cap., Gla., Ho., Stgm., Stl., Ar.	122/3
172	„	Röllner	„	1	„ „	Gla., Stgm., Stl.	123
173	polit. Ar.	Schmitz	„	1	R.	Fleischhauer	XII_4, 267
174	„	Fleischhauer	„	1	R.	Derselbe	123/4

*) Die Abkürzungen bedeuten: pl. = planimetrisch, st. = stereometrisch, anal. Gm. = analytisch geom. (Koordinaten-Geometrie, Kegelschnitte), synth. Gm. = synthetisch geometrisch, ar. = arithmetisch, pol. Ar. = aus der politischen Arithmetik.

**) Die Abkürzungen bedeuten: Anal. = Analysis, Bw. = Beweis, K. = Konstruktion, R. = Rechnung.

*) Die Abkürzungen bedeuten: **pl.** = planimetrisch, **st.** = stereometrisch, **anal. Gm.** = analytisch geom. (Koordinaten-Geometrie, Kegelschnitte), **synth. Gm.** = synthetisch geometrisch, **ar.** = arithmetisch, **pol. Ar.** = aus der politischen Arithmetik.

) Die Abkürzungen bedeuten: **Anal. = Analysis, **Bw.** = Beweis, **K.** = Konstruktion, **R.** = Rechnung.

Abkürzungen der Namen der Verfasser:

Ar.	= Artzt	Fhrm.	= Fuhrmann	Schm.	= Schmitz
Brm.	= Bermann	Gla.	= Glaser	Schu.	= Schuster
Bitt.	= Bitterli	Harm.	= Harmuth	Stm.	= Stammer
Broc.	= Brocard	Htzr.	= Hetzer	Stgm.	= Stegemann
Bu.	= Budde	Ho.	= Hoch	Stl.	= Stoll
Bützb.	= Bützberger	Khl.	= Kiehl	Stn.	= Stein
Cap.	= Capelle	Mr.	= Meyer	Th.	= Thieme
Card.	= Cardinaal	Ptrs.	= Petersen	Wnm.	= Weinmeister
Emsm.	= Emsmann	Ro.	= Roth	Whr.	= Wehr
Flschh.	= Fleischhauer	Schl.	= Schlosser		

E) Sprech- und Diskussions-Saal.

II. Litterarische Berichte.

A) Recensionen und Anzeigen.

1) Mathematik.

a) Allgemeines und höhere Mathematik.

b) Arithmetik.

c) Geometrie.

2) Naturwissenschaften.

a) Allgemeines vacat.

b) Physik.

c) Chemie.

d) Beschreibende Naturwissenschaften.

(Naturgeschichte.)

Zoologie.

III. Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen und Vereine, Schulgesetzgebung, Schulstatistik, Auszüge aus Zeitschriften etc.)

Berichte:

Journalschau.

Geschäftliches.

Bekanntmachungen, Mitteilungen und Einladungen.

Alphabetisches Verzeichnis der Mitarbeiter an diesem Bande.

Die mit * Bezeichneten sind zugleich oder vorzugsweise am Aufgaben-Repertorium beteiligt.

Name	Wohnort	Name	Wohnort
Ackermann	Cassel	Kober	Grossenhain
Artzt *	Recklinghausen	Lieber**	Stettin
Bardey	Bad Stuer in Mecklenburg	Ludwig	Greis
Baule	Attendorn in Westfalen	v. Lühmann**	Königsberg i. N.
Bermann *	Liegnitz	Matthiessen	Rostock
Bitterli *	Zürich	Meutzner	Meissen
Böklen *	Reutlingen	F. Meyer*	Halle a. S.
Brocard *	Algier	Meyer	Freiburg in Schlesien
Budde *	Duisburg	Neuberg *	Lüttich
Bützberger *	Zürich	Petersen *	Kopenhagen
Capelle *	Oberhausen	Pick	Wien
Cardinaal *	Tilburg i. Holland	Reidt	Hamm
Denicke	Marienwerder	Roth *	Buxtehude
Dickmann	Viersen	v. Schäwen	Saarbrücken
Dronke	Trier	Scherling	Lübeck
Emsmann *	Stettin	Schlegel	Waren i. Mecklbg.
Fischer-Benzon	Kiel	Schlömilch *	Dresden
Fleischhauer *	Gotha	Schlosser *	Eichstädt
Fritsch	Königsberg i. Pr.	Schmitz *	Neuburg a. D.
Fuhrmann *	„ „ „	Schuster *	Pola
Gerlach	Parchim	Schubring	Erfurt
Gilles *	Essen	Schubert	Hamburg
Glaser *	Homburg v. d. H.	Schwarz	Hohenstein in Ost-Pr.
Godt	Lübeck	Stammer *	Düsseldorf
Günther	Ansbach	Stegemann *	Prenzlau
Handl	Czernowitz	Stoll *	Weinheim
Harmuth *	Berlin	Stein *	Genthin
Helm	Dresden	Thieme *	Posen
Hetzer *	Hagen	Vogel	Memmingen
Hoch *	Lübeck	Weinmeister *	Leipzig
Kallius	Berlin	Wehr *	Laibach
Kiehl*	Bromberg	Wohlrab	Budapest

Mit den vier noch auf dem Titelblatte Genannten, aber an diesem Bande nicht Beteiligten, im Ganzen 68 Mitarbeiter.

NB. Die 34 Mitarbeiter, welche sich am Aufgaben-Repertorium beteiligten, folgen nach der Anzahl ihrer Beiträge folgendermaſsen aufeinander, wobei die in Parenthese beigesetzte Zahl ausdrückt, wie oft der Betreffende als Aufgabensteller oder Aufgabenlöser von den Redakteuren des A.-R. genannt ist: Stoll (47), Fuhrmann (35), Stegemann (31), Kiehl (22), Weinmeister (20), Artst (18), Glaser (16), Capelle (13), Bermann (8), Meyer - Halle und Schuster - Pola (je. 6); Stammer, Schlömilch, Stein, Fleischhauer, Brocard (je 5); Budde, Emsmann, Roth (je 4); Neuberg, Bitterli (je 3); Cardinaal, Harmuth, Koch, Schlosser, Schmitz (je 2); Böcklen, Bützberger, Gilles, Hetzer, Petersen, v. Schaewen, Thieme, Wehr (je 1).

Figuren-Verzeichnis.

An unsere Leser und Mitarbeiter.

Wenn ein begonnenes Werk ein beträchtliches Stück gefördert schwieriger zu werden anfängt, wenn der Bergmann drunten im tiefen Schacht unerwartet auf allzuhartes Gestein stöſst und jenes schöne Wort des Dichters sich erfüllt:

„Will trotzig Stein auf Stein verbunden bleiben,
Des Pulvers Kraft wird's auseinander treiben;“

wenn seufzend und stöhnend die Maschine über den toten Punkt nur langsam hinauskommt, wenn das Fahrzeug zwischen den aufgetürmten Wellen des Meeres zu versinken droht, wenn feindliche und neidische Mächte eingreifend in die Speichen des Rades den Lauf des Schiffes zu hemmen oder es nach falschem Kompaſs abzulenken drohen, dann schaut wohl der Führer vertrauensvoll auf seine Mitstreiter, sie zu erhöhtem Kampfe ermutigend, und wirft zugleich einen Blick nach oben.

Ziemlich in der Mitte des ersten Vierteljahrhunderts seines Bestehens scheint unser Werk — möchte es dasselbe überdauern! — mehr denn je der Unterstützung der Fachgenossen zu bedürfen, Zwar treibt es gerade jetzt die schönsten Blüten wissenschaftlichen Fleiſses, reifen soeben die saftigsten Früchte der Erkenntnis für die Unterrichtskunst und in der Stellung und Lösung von Problemen herrscht ein bewundernswerter Fleiſs und Wetteifer; aber wie viele Lücken sind nicht noch unausgefüllt geblieben! Und wie steht es im Auſseren? — Ach! die schönen Hoffnungen auf einen engeren Zusammenschluſs der Fachgenossen wollen zerrinnen, gelockert scheint das Band, welches dieses Werk um sie schlang, die Kluft zwischen „Lehrern“ und „Gelehrten“ will sich nicht verengern! Und — sollten sie wahr sein, jene Worte, die ein im Dienste der Schule ergrauter Veteran uns ohnlängst im Hinblick auf dieses Werk in tiefer innerer Bewegung zurief:

„Die ruhige und würdevolle Diskussion scheint nicht selten aufschäumender Leidenschaftlichkeit zu weichen, Empfindlichkeit und gekränkte Eitelkeit scheuen offenes Bekenntnis von Irrtümern, dem getrübten Blick erscheint der Splitter im fremden Auge gröfser, als der Balken im eigenen*) und seltener wird die Kunst, die Person von der Sache zu trennen. In seichter Unwissenschaftlichkeit grofsgezogener Dünkel macht sich seitwärts breit und trotzt besserer Einsicht und Belehrung; neuerungsüchtige Stürmer entfernen sich voraneilend zu weit vom Nachtrab; hinter prahlerischem Eifer für die Wissenschaft und Kunst verbirgt sich schlecht „die melkende Kuh“ und mürrisch und neidisch oder auch gleichgiltig und verächtlich blicken die Wächter von hoher Zinne auf unsere Arbeit.“ Möchte der ehrwürdige Greis zu schwarz gesehen haben! Fern sei es von uns, seine Worte bedingungslos zu den unsrigen zu machen und hierdurch jemand zu kränken! Und doch findet vielleicht manches dieser Worte hier und da einen fruchtbaren Boden! Umschliefsen sie doch, gleich einer rauhen und bittern Schale, einen edlen frischen Kern, aus welchem tiefernste Mahnung und Warnung quillt. Möge es uns vergönnt sein, dieses Werk weiter zu führen und auf jene Höhe zu bringen und darauf zu erhalten, welche die fortgeschrittene Wissenschaft und Lehrkunst erfordern. In dieser Hoffnung bringt denn mit dem Danke für die gewährte treue Hilfe und mit der Bitte um fernere Unterstützung unsern treuen Mitarbeitern beim Beginn des neuen Jahrganges seinen aufrichtigen Neujahrsgrufs

der Herausgeber.

---

*) Man sehe die vortrefflichen Worte Haucks am Schlusse seiner Abhandlung S. 355 des vorigen Jahrgangs!

Operative Arithmetik und Geometrie der Gittersysteme.

Von Prof. Dr. S. Günther in Ansbach.

Das fünfte Heft des zwölften Jahrganges dieser Zeitschrift brachte den trefflichen historisch-didaktischen Aufsatz *Hauck*'s über die Entwickelung des graphischen Rechnens, der gewifs allseitig in Lehrerkreisen den lebhaftesten Anklang gefunden hat. Es wird in demselben in mustergültiger Klarheit dargelegt, in welcher Weise Rechnungsaufgaben aus dem Gebiete der sieben Grundoperationen durch geometrische Konstruktion gelöst werden können, und diese objektive, von Einseitigkeit und blinder Überschätzung sich vollständig ferne haltende Methode der Darstellung wird nicht verfehlen, auch in Lehrerkreisen dem graphischen Calcul neue Freunde zu werben. Von grofsem Interesse wird Vielen besonders der Hinweis auf die nahe Verwandtschaft gewesen sein, welche zwischen dem von *Cousinery* und *Culmann* geschaffenen Rechnungsverfahren und dem Rechnen mit complexen Zahlen obwaltet. Bei diesem letzteren wird bekanntlich, im Anschluss an *Argand* und *Gaufs*, jede Zahl von der Form $(a + bi)$ durch einen Punkt der Zahlenebene repräsentiert, dem bezüglich die Koordinaten $x = a$ und $y = b$ zukommen, und es ist nunmehr möglich, die Konstruktionen von gewissen Bedingungen unterliegenden Strecken als äquivalent den sieben Spezies der Arithmetik des Komplexen zu betrachten. Wir wollen einen kurzen Blick auf diese Erweiterung der graphischen Rechenkunst im engeren Sinne werfen, um mit Hülfe der hiebei zu gewinnenden neuen Gesichtspunkte zur Begriffsbestimmung des umfassenden mathematischen Wissenszweiges zu gelangen, für welchen wir den Namen operative Arithmetik in Vorschlag bringen. Es wird sich dabei herausstellen, dafs diese neue Disciplin, welche thatsächlich schon seit ge-

raumer Zeit existiert und nur bislang der richtigen Bezeichnung ermangelte, in drei Unterabteilungen zerfällt, je nachdem man es mit reellen Zahlen, mit complexen Zahlen und endlich mit reellen ganzen Zahlen zu thun hat. Der erstere Fall deckt sich völlig mit dem, was eben von *Culmann* und *Cremona* als graphisches Rechnen definiert wird, im zweiten Falle erscheint die operative Arithmetik als ein Ausflufs der *Grafsmann*schen „Ausdehnungslehre“ und umschliefst eine ganze Anzahl wohlbekannter geometrischer Algorithmen, so die *Moebius*'sche Streckenrechnung, die Aequipollenzen von *Bellavitis*, die Quaternionen von *Hamilton*. Insoferne alle diese Methoden bereits seit lange bekannt und in einer gröfseren Anzahl von Spezialschriften auch für die Bedürfnisse eines gröfseren Leserkreises genügend abgehandelt sind, wird sich in diesem zweiten Teile unser Bericht auf eine Hervorhebung der wichtigsten Punkte beschränken dürfen. Anders liegt die Sache für die dritte Unterabteilung der operativen Arithmetik, welche bei uns, da die verschiedenen in Frankreich und Italien dafür gebrauchten Ausdrücke teils zu wenig charakteristisch, teils zu enge erscheinen, den Namen einer Geometrie der ebenen Gittersysteme führen soll, wobei allerdings zu bemerken ist, dafs diese Beschränkung auf das Gebiet von zwei Dimensionen nur als eine vorläufige zu gelten hat. Wir können dafür auch geometrische Zahlentheorie sagen; denn, wie sich bald ergeben wird, finden hier verschiedene Probleme aus dem Fache der höheren Zahlenlehre und der diophantischen Analysis eine ebenso einfache als anschauliche Lösung vermittelst geometrischer Verzeichnung. Obwohl man mit Fug behaupten kann, dafs die erste Anregung zu solchen Betrachtungen auf deutsche Mathematiker, nämlich auf *Gaufs* und *Eisenstein*, zurückzuführen ist, so haben doch neuerdings ganz ausschliefslich Ausländer auf diesem Felde gearbeitet, und es ist wirklich an der Zeit, deutsche Fachgenossen, denen die betreffenden Zeitschriften und Bulletins nicht eben zugänglich sein werden, auf diese beachtenswerten Erscheinungen aufmerksam zu machen. Auch wolle man ja nicht glauben, dafs diesen neuen Forschungsmethoden einzig und allein ein formaler und theoretischer, nicht aber auch zugleich ein praktischer und pädagogischer Wert eigne; es wird sich im Gegen-

teil bald offenbaren, dafs sehr Vieles einen völlig elementaren Charakter trägt und — wenn auch gerade nicht vollinhaltlich — beim Unterrichte sehr gut verwertet werden kann.

Der eigentliche Erfinder der geometrischen Darstellung komplexer Zahlen ist der Schweizer *Argand*, dessen bezügliche Schrift [1])*) jedoch lange Jahre hindurch so gut wie ganz unbekannt geblieben ist. Seitdem dieselbe jedoch unlängst von *Hoüel* in neuer Bearbeitung herausgegeben ist**), kann man sich aus derselben unmittelbar überzeugen, dafs sie die früher wohl gelegentlich von *Kühn*, *Truel und Buée* ausgesprochenen Gedanken zu einem einheitlichen Ganzen zusammenfafst und im Wesentlichen All' das schon enthält, was *Gaufs* fünfundzwanzig Jahre später in seinem berühmten Aufsatze in den „Göttinger Anzeigen“[2]) ausgesprochen hat, selbstverständlich ohne von *Argand* das Geringste zu wissen. Freilich läfst sich nicht verkennen, dafs bereits der berühmte erste Beweis für den Satz, wonach jeder Gleichung vom $n$ten Grade auch n Wurzelwerte zukommen, von *Gaufs* in seiner Promotionsschrift[3]) auf eben diese Grundsätze gegründet war, so dafs die eigentliche Idee dem grofsen Manne bereits sieben Jahre vor *Argands* Veröffentlichung vorgelegen haben mufs. Auch die Aufnahme und Weiterbildung des neuen Prinzips vollzog sich am raschesten in Deutschland, und es ist entschieden zu bedauern, dafs selbst in der besten geschichtlichen Untersuchung über das Imaginäre, in dem bekannten Werke *Hankels*[4]), zwar der bezüglichen Arbeiten von *Vallès*, *Faure*, *Cauchy* und *Peacock*, nicht jedoch derjeniger zweier deutscher Gelehrter, gedacht wird, obgleich sich dieselben voll und ganz auf den Standpunkt der von *Gaufs* angebahnten Reform stellen. Es sind dies zwei Lehrer der damaligen hannover'schen Militärakademie *G. W. Müller* und *Wittstein*, gewesen. Der Erstere suchte in seiner „Lehre vom Zuge“[5]) eine ganz neue Methode zur Behandlung geometrischer Fragen zu begründen, „welche das Beschreiben oder Durchfahren des Raums als den eigentlichen Gegenstand der analytischen Auffassung der Geometrie betrachtet“, und erkannte

*) Die kleinen Zahlen im Text deuten auf das Literaturverzeichnis am Schlusse des Artikels. Red.

**) Angezeigt in ds. Ztschr. VI, 471 von Frischauf. Red.

es in einem späteren Aufsatze für erforderlich[6]), diese Betrachtung gebrochener Linienzüge in enge Beziehung zu der graphischen Repräsentation der komplexen Zahlen zu setzen. Das Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren solcher Gröfsen auf zeichnendem Wege wird in diesem Artikel *Müllers* bereits gelehrt.*) Einen Schritt weiter gieng *Wittstein*[7]). Er handelt, mit Ausnahme des Logarithmierens, sämtliche einfache Rechnungsoperationen ab und zeigt u. a. auch bereits, wie man sich beim Ausführen einer Potenzierung auf der Zahlenebene mit Vorteil der logarithmischen Spirale bedienen kann — ein Gedanke, dessen sich der neuere graphische Calcul ebenfalls bemächtigt hat. Kurze Zeit nachher erschien die grundlegende Arbeit von *Drobisch*[8]), welche die logische Notwendigkeit der *Argand-Gaufs*'schen Darstellungsweise aufzuzeigen unternahm; dieselbe darf angehenden Mathematikern um defswillen auch heute noch warm anempfohlen werden, weil in ihr ein wahrscheinlich nicht so leicht zu übertreffendes Beispiel für die Kunst enthalten ist, eine sogenannte Funktionalgleichung durch zusammenfassende Betrachtung von Spezialfällen aufzulösen.

Die geometrische Darstellung imaginärer Zahlen, die Identificirung irgend eines Ebenenpunktes mit einer Zahl $(a + bi)$ und einer jeden vom Ursprung ausgehenden Strecke mit einem „Absolutwert“ oder „Modulus“ $\sqrt{a^2 + b^2}$ mufs jedem Primaner eines Gymnasiums oder einer Realschule geläufig gemacht werden können. Die Substitution $a + bi = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$ klärt den *Moivre*'schen Satz, dessen Einführung bei der Lehre von den kubischen Gleichungen aufserdem leicht einen fremdartigen oder gar mystischen Eindruck macht, mit Einem Schlage auf. Schüler jedoch, welche auch nur mit den allerersten Elementen der Differentialrechnung vertraut sind, können durch die rechnerische Graphik noch um einen beträchtlichen Schritt weiter geführt werden und in ein Gebiet einen Einblick erhalten, welches gewöhnlich einer elementaren Behandlung voll-

*) Wir wollen nicht unterlassen, darauf aufmerksam zu machen, dafs auch jenes Werk, in welchem (s. o.) Cousinery die Anfänge des neuen graphischen Rechnungssystems niederlegte, den Namen „Le calcul per le trait“ führte. Es erscheint nicht ausgeschlossen, dafs Müllers eigene Versuche durch diese neue Terminologie beeinflufst waren.

kommen verschlossen bleibt. Sowie der Begriff der Division klar gestellt ist, kann man mit ungeheuer geringem Aufwand rechnerischer Hülfsmittel — wie schon *Riemann* in seiner Inauguraldissertation nachwies — die Bedingungen auseinandersetzen, unter welchen zwei verschiedenen Zahlenebenen angehörige und resp. durch die Eckpunkte

$$x + iy, \quad x + dx + i(y + dy), \quad x + \varDelta x + i(y + \varDelta y);$$
$$\xi + i\eta, \; \xi + d\xi + i(\eta + d\eta), \; \xi + \varDelta\xi + i(\eta + \varDelta\eta)$$

bestimmte Dreiecke einander ähnlich sind. Damit ist aber auch das berühmte *Gaufs'*sche Prinzip der „conformen Projektion", der Abbildung einer Ebene auf einer anderen ohne Gestaltveränderung der kleinsten Teile, ausgesprochen. Wir wüfsten keine bessere und für Anfänger passendere Darstellung dieser Theorie namhaft zu machen, als diejenige von *Durège*[9]), welch' letzterer sich auch durch eine vereinfachte Behandlung des Ausdrucks $\sqrt[m]{(a + bi)^n}$ um diesen Teil der operativen Arithmetik verdient gemacht hat[10]).

Grundsätzlich mit dem *Argand-Gaufs'schen* Rechnungsverfahren stimmen nun zahlreiche algebraisch-geometrische Methoden überein, die sämtlich auch darin übereinkommen, dafs in ihnen von einem der in der „Arithmetica universalis" gültigen Operationsgesetze Abstand genommen werden mufs. Die geometrische Summation von Strecken war allerdings bereits von *Argand* gelehrt worden, allein erst *Moebius* wufste dieselbe in seinem noch lange nicht genug gewürdigten Hauptwerke[11]) entsprechend für höhere Zwecke auszunützen. Gerade auf diesen Punkt sollte beim Unterrichte ein besonderes Gewicht gelegt werden. Nachdem nämlich der Lernende sich durch die Anschauung überzeugt hat, dafs wirklich die Summe zweier Strecken $(a + bi)$ und $(c + di)$ gleich der dritten Seite eines Dreieckes ist, in welchem die beiden Summanden als Seiten vorkommen, wird er ohne Anstrengung sich überzeugen, dafs eine Verallgemeinerung des früher gelernten Additionsbegriffes zulässig und unvermeidlich ist. An diesem Beispiele wird jedermann am leichtesten eine Vorstellung von dem Wesen jenes grofsen und universellen Forschungsgesetzes bekommen, welches *Hankel*[12]) als das „Permanenzprinzip der formalen Gesetze" definirt hat.

Ziemlich gleichzeitig mit *Moebius* hat auch *Bellavitis* eine ganz analoge Erweiterung der gewöhnlichen Rechnungsgesetze ins Leben gerufen. Da im engsten Anschlufs an die Wege, welche der Erfindungsgeist eines grofsen Mannes gegangen ist, häufig das natürlichste Verständnifs irgend einer wissenschaftlichen Neuerung erzielt wird, so wollen wir hier eine Bemerkung über den Gedankengang einschalten, durch welchen *Bellavitis* zu seiner „Äquipollenzenmethode" geführt ward. Wie uns sein Biograph *Favaro* erzählt[13]) überlegte im Jahre 1832 der damals noch sehr jugendliche Geometer bei sich, ob denn in einer Streckenproportion nicht auch neben der Gröfse auch der Richtung der Strecken Rechnung getragen werden könne, und in Verfolgung dieses Gedankens erkannte er, dafs vier in einer und derselben Ebene liegende Strecken dann als in wirklicher geometrischer Projektion stehend aufgefafst werden können, wenn a mit b den nämlichen Winkel einschliefst, wie c mit d, und wenn zudem noch die Gleichung $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ stattfindet. Aus diesem unscheinbaren Anfange erwuchs eine überaus elegante, wenn auch allerdings nur für planimetrische Fragen brauchbare, Methode, von der man einer guten Klasse ohne jede Furcht, des Guten zu viel zu thun, ein paar Proben vorführen darf. Leider gebricht es der deutschen Literatur fast ganz an Hilfsmitteln zum Studium der Äquipollenzenlehre, und man mufs deshalb die Interessenten auf die Monographie des Erfinders selbst verweisen, welche durch die vortreffliche französische Übersetzung *Laisants*[14]) neuerdings sehr leicht zugänglich gemacht worden ist.

Eine andere Weiterbildung des *Gaufs'schen* Verfahrens erblicken wir in dem „Punktkalkul" von *Siebeck*, in welchem mit Punkten ganz ähnlich gerechnet und das Rechnungsresultat ganz ähnlich geometrisch gedeutet wird, wie dies in der *Bellavitis-Moebius'schen* Streckenrechnung geschieht. *Siebeck* nimmt in seiner Abhandlung[15]) auf der reellen Hauptaxe zwei Punkte O und J als fixe Bilder der Zahlen 0 und 1 an und identificirt mit der Zahl x einen Punkt X der Verbindungslinie, für welchen $XO = x.JO$ ist. Wird JO von O aus auf beiden Seiten einer zur ersteren senkrechten Geraden abgetragen, so hat man ebenso die Raumbilder für $\pm i$ erhalten und kann nun auch jede rein-

imaginäre Zahl in entsprechender Weise geometrisch darstellen. Hat man auf der Ebene zwei Zahlpunkte A und B und soll dieselben addieren, so zieht man OA, OB und $AC \# OC$, $BC \# OA$; der so erhaltene Punkt C ist $= A + B$ zu setzen. Soll A mit B multipliziert werden, so zieht man die Strecken OA und OB und konstruiert ein Dreieck OJC in gleichem Sinne ähnlich dem Dreieck OAB; dessen dritter Endpunkt C wird $= A . B$ werden. Diese Punktrechnung ist so einfach ausgedacht, dafs gewifs jeder Schüler ihren Grundgedanken nachzudenken im Stande ist. Daneben kann gerade diese Materie mit grossem Vortheil für einen methodischen Fortschritt verwertet werden. Wir setzen voraus, dafs mit dem allerersten Unterricht in der Buchstabenrechnung sofort auch die wichtigen arithmetischen Prinzipien der Kommutativität, Associativität und Distributivität zur Sprache gelangen, von welchen für die Addition zwei, für die Multiplikation alle drei, für die Potenzierung dagegen nur ein einziges Gültigkeit besitzen. Nun geht aus obigem hervor, dafs für zwei reelle Punkte deren Produkt der verbindenden Strecke gleichgesetzt werden mufs.*) Dabei mufs aber die Strecke AB als von BA verschieden gedacht werden, denn dem hier selbstverständlich in Kraft tretenden Gesetze der Vor-

*) Wenn wir behaupten, dafs eine gröfsere Anzahl von Lehrern bei einer gewissen Gelegenheit thatsächlich von einem speziellen Falle der Punktrechnung Gebrauch machen, so mag das paradox erscheinen, ist aber darum nicht weniger richtig. Läfst man in der elementaren Statik etwa auf einen Punkt A die drei Kräfte P_1, P_2, P_3 einwirken, so pflegt man letztere Buchstaben meistens an die Endpunkte der die Kräfte repräsentierenden Strecken zu schreiben und alsdann mit den Strecken AP_1, AP_2, AP_3 gewisse geometrische Konstruktionen vorzunehmen. Dieselben verhelfen uns, unter AR die resultierende Kraft verstanden, zu der zunächst eine rein geometrische Relation ausdrückenden Gleichung

$$\overline{AR}^2 = \overline{AP_1}^2 + \overline{AP_2}^2 + \overline{AP_3}^2 + 2AP_1 . AP_2 . \cos\alpha + 2AP_1 . AP_3 . \cos\beta + 2AP_2 . AP_3 . \cos\gamma.$$

Wenn wir jetzt dieser Gleichung die statisch gebräuchlichere Form

$$R^2 = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 + 2P_3 . P_2 . \cos\alpha + 2P_0 . P_3 . \cos\beta + 2P_2 . P_3 . \cos\gamma$$

erteilen, so haben wir doch eigentlich die Strecke AR u. s. w. als Produkt ihrer beiden Endpunkte betrachtet und stillschweigend, um mit A^2 allseitig heben zu können, die ursprüngliche Gleichung uns folgendermafsen geschrieben gedacht:

$$A^2R^2 = A^2P_1^2 + A^2P_2^2 + A_2^2P_3^2 + 2A^2P_1P_2 . \cos\alpha + 2A^2P_1P_3 . \cos\beta + 2A^2P_2P_3 . \cos\gamma.$$

zeichen zufolge ist $AB = -BA$ und $AA = 0$. Man ist somit zu dem wichtigen Ergebnisse gekommen, dafs bei dieser Art von Multiplikation das kommutative Prinzip nicht mehr zu Recht besteht, dafs es also Rechnungsmethoden, sogenannte „Algorithmen“ gibt, bei deren Anwendung einzelne altgewohnte Elementarwahrheiten suspendirt werden müssen, ohne dafs darum etwas Falsches bei der Rechnung herauskäme. Wir erwähnen noch, dafs konsequenterweise als das Produkt von drei Punkten das durch sie festgelegte Dreieck, als das Produkt von vier Punkten das durch sie bestimmte Parallelepipedum betrachtet werden mufs — Verallgemeinerungen, von deren vorzüglicher Verwendbarkeit, besonders auf dem weiten Gebiete der Mechanik, man sich durch einen Blick in die betreffenden Abschnitte des *Hankel'schen* Werkes[15]) zu überzeugen in der Lage ist.

Die Äquipollenzen von *Bellavitis* leiden bei all' ihrer sonstigen Vorzüglichkeit an dem Nachteil, einer Ausdehnung auf den Raum nicht fähig zu sein, und ihr Erfinder war sogar, wie wir aus der oben citirten Lebensbeschreibung ersehen, der Ansicht, es sei eine solche Ausdehnung überhaupt nicht möglich. In gewissem Grade hatte er darin vollständig Recht. Solange man sich nämlich auf den von ihm eingenommenen Standpunkt stellt, dafs lediglich mit den Zahlen und Gesetzen der allgemeinen Arithmetik (im gewöhnlichen Sinne) gerechnet und gearbeitet werden dürfe, verbietet sich ein solcher weiterer Schritt von selbst. Dem gegenüber vertrat *Sir Rowan Hamilton* in seinem berühmten Werke über die Quaternionen, von welchem soeben eine deutsche Ausgabe[16]) erscheint, die Meinung, es sei erlaubt, zu gewissen Zwecken neue Zahlenformen einzuführen und willkürliche Gesetze aufzustellen, nach welchen mit denselben gerechnet werden dürfe, vorausgesetzt, dafs die neuen Regeln in ganz konsequenter Weise innegehalten und die bei der Rechnung sich ergebenden Resultate ebenfalls nach festen Normen geometrisch interpretirt würden. Auf der Zahlenebene kann — wobei aber freilich schon das Pluszeichen eine von der gewöhnlichen Bedeutung verschiedene besitzt — die den Ursprung mit einem Punkt (x, y) verbindende Strecke r durch die Gleichung $r = x + iy$ $(i = \sqrt{-1})$ ausgedrückt werden. Ebenso setzt *Hamilton* eine Raumstrecke $r = xi_1 + yi_2 + zi_3$, wo x,

y, z die rechtwinkligen Koordinaten eines Raumpunktes, i_1, i_2, i_3 aber gewisse Einheitslängen auf den Koordinatenaxen, resp. neue hyperkomplexe Einheiten, darstellen, für welche besondere Operationsgesetze festgestellt werden müssen. Gehen nun zwei Strecken b und a von dem nämlichen Punkt aus, so sucht *Hamilton* den Wert des Verhältnisses $(b:a)$ nicht blos absolut zu bestimmen, sondern er wünscht einen Ausdruck für dasselbe zu gewinnen, in welchem sich auch die gegenseitige Lage der beiden Strecken wiederspiegelt. Der gesuchte Ausdruck ist von vier Dingen abhängig, nämlich von dem Winkel, den a und b mit einander bilden, und von den zwei Gröfsen, welche die Lage einer Ebene — der durch a und b gehenden — gegen das Axensystem signalisieren. *Hamilton* setzt schliefslich

$$\frac{b}{a} = w + xi_1 + yi_2 + zi_3 \times q_1$$

und nennt die rechts stehende Summe ganz sachgemäfs eine „Quaternion". Hierauf untersucht er die einem Produkte $q_1 q_2$ zukommenden Eigenschaften und bemerkt, dafs das associative, sowie auch das distributive Gesetz gewahrt, dafs also

$$(q_1 q_2) q_3 = q_1 (q_2 q_3), \quad q_1 (q_2 + q_3) = q_1 q_2 + q_1 q_3$$

ist. Da aber durch das Produkt $q_1 q_2$ geometrisch eine zweifache Rotation um zwei sich schneidende Axen α, β angezeigt und da es für endliche Drehungsgröfsen keineswegs gleichgültig ist, ob die Rotation zuerst um α und dann um β, oder zuerst um β und dann um α stattfindet, so ist nicht $q_1 q_2 = q_2 q_1$, d. h. kommutativ ist die Multiplikation im Quaternionenkalkul nicht mehr. Wir sollten denken, eine derartige Auseinandersetzung böte einem hinlänglich geschulten Jüngling von 16—17 Jahren keine irgend nennenswerte Schwierigkeit. Man kann noch erwähnen, dafs die von *Hamilton* sich selbst auferlegte Beschränkung, wonach die beiden Strecken a und b nicht windschief zu einander gelegen sein dürfen, durch die Einführung der *Unverzagt'schen* „Biquaternionen"[17]) völlig gehoben worden ist, wie denn von demselben auch in einer höchst lesenswerten Abhandlung[18]) dargethan worden ist, dafs der Winkel ebensogut wie die begrenzte gerade Linie zum Ausgangspunkt für die Betrachtungen der Quaternionentheorie genommen werden könne.

Wir glauben freilich in etwas die Befürchtung hegen zu müssen, daſs in manchen Lehrerkreisen ein gewisses Vorurteil gegen alle Algorithmen herrscht. Es liegen genug Anzeichen dafür vor, daſs man vielfach denselben nicht jenen Grad von Solidität und Wahrheit beimiſst, welchen man den Operationen der älteren Mathematik mit Recht nachrühmt; man geht nur mit einem gewissen Miſstrauen daran, nach den Vorschriften einer solchen Methode irgend eine Aufgabe zu lösen, und wenn man sich nachgerade von der Richtigkeit dieser Lösung auf anderem Wege überzeugt hat, ist man fast überrascht von diesem Zusammentreffen. Niemand wird in dieser Scheu, wenn sie zum ersten Male ihm entgegentritt, etwas Arges oder auch nur etwas besonders Auffälliges finden, denn ganz ähnlich ist es selbst bedeutenden Mathematikern ergangen, und einer der berühmtesten Schüler des Frfinders der Quaternionentheorie, *Spottiswoode*, legt für diese Thatsache ein offenes Geständnis ab, wohl wert, wörtlich[19]) hier reproduziert zu werden. „Noch recht wohl ist es erinnerlich," sagt er, „wie wir in ihren jüngeren Jahren die Methode ähnlich zu handhaben pflegten, wie etwa der Zauberlehrling des Meisters Stab schwingt, gleichsam zitternd zwischen Furcht und Hoffnung und kaum wissend, ob wir unseren eigenen Resultaten Glauben schenken durften, bis sie dem immer gegenwärtigen und immer bereiten Urteil von Sir W. R. Hamilton selbst unterbreitet worden". Einige Zurückhaltung gegenüber den durch *Moebius*, *Bellavitis*, *Siebeck* und *Hamilton* u. s. w. angebahnten Neuschöpfungen ist daher natürlich, allein soweit sollte man nicht gehen, denselben sogar die Existenzberechtigung abzusprechen. Am weitesten dürfte sich auf diesem Gebiete ein allerseits hoch angesehener deutscher Forscher, *Hermann Scheffler*, vorgewagt haben, der an den sämtlichen über Quaternionen handelnden Schriften eines *Hamilton*, *Hankel*, *Tait*, *Unverzagt* in seinem neuen groſsen Werke eine sehr scharfe Kritik übt*) und ausführt[20]), daſs es ein für allemal unerlaubt sei, Gesetze zu formulieren, welche anscheinend einer arithmetischen Fundamentalwahrheit widersprechen, wie z. B., daſs ein Produkt Null werden könne, ohne daſs irgend einer seiner Faktoren Null wird,

*) Vgl. in dieser Ztschr. XI, 437 ff. Red.

u. s. w. Wir teilen, wie schon bemerkt, diese ungünstige Auffassung *Schefflers* nicht, halten vielmehr dafür, dafs, sobald nur erst einmal der richtige Standpunkt gewählt ist, jene Emancipation von überkommenen Begriffen einem ganz natürlichen Prozesse entspricht, und freuen uns deshalb darüber, dafs ein so hervorragend zur Vertretung der angegriffenen Interessen berufener Mann, wie *Unverzagt*, zu Gunsten der Algorithmik das Wort ergriffen und in einer trefflichen kleinen Schrift,*) auf die wir uns auch oben stillschweigend schon mehrmals bezogen, die volle Legalität jedweder Symbolrechnung nachgewiesen hat.[21]) Er wird dort auch bemerkt, dafs, wenn *Scheffler* in seinem allerdings viel zu wenig gewürdigten „Situationskalkul" das Hauptgewicht auf seine neue hyperkomplexe Einheit $\sqrt{\div 1}$ legt, er für dieselbe doch auch spezifische Rechnungsregeln zu geben genötigt ist, welche nur zum Teile mit den euklidischen übereinstimmen. So ist das Produkt bei *Scheffler* zwar kommutativ und associativ, nicht aber distributiv, ohne dafs das Wegfallen letzterer Eigenschaft hier in ebenso bestimmter Weise geometrisch gerechtfertigt werden kann, wie das Verschwinden der Kommutativität in *Hamiltons* System.[22]) Unter diesen Umständen möchten wir den dringenden Rat erteilen, die Abneigung gegen die Algorithmen, ganz ebenso wie die gegen die absolute Geometrie, endlich fahren zu lassen und die gemiedenen Theorieen erst einmal genau kennen zu lernen. Zur Einführung in die Quaternionenlehre eignet sich vorzüglich das Schriftchen von *Odstrčil*,[23])**) dessen Inhalt der Absolvent einer höheren Schule recht gut in der Zeit zwischen dem Schlufsexamen und dem Beziehen der Hochschule in sich aufnehmen kann; wer weiter zu gehen wünscht, findet volle Befriedigung in dem jüngst erschienenen *Laifant'schen* Buche,[24]) dessen Verpflanzung auf deutschen Boden wohl Manchem erwünscht käme.

Ihre höhere Einheit finden alle diese verschiedenen Rechnungssysteme, teilweise so verschieden dem äufseren Scheine nach, in der *Grassmann*'schen „Ausdehnungslehre". Für die Quaternionen hat das *Hermann Grassmann* selbst noch kurz vor

---

*) S. in dieser Ztschr. XII, 279. (auch IX, 309 und X, 365.) Red.

**) In dieser Ztschr. besprochen XI, 444 ff. Red.

seinem Tode aufser Zweifel gesetzt[25]), und für andere Algorithmen von *Moebius* und *Siebeck*[26]) ist ein Gleiches unlängst durch *V. Schlegel*[27]) geleistet worden. Wir empfehlen diese letztere Arbeit, sowie eine ähnliche vorhergehende[28]) allen denen, welche von der ungemeinen Tiefe und Fruchtbarkeit dieser geometrisch eingekleideten Algebra des Komplexen eine Vorstellung bekommen wollen. Zugleich wenden wir uns jetzt der geometrischen Theorie der rationalen Zahlen zu, welcher wir bereits oben ihren Platz innerhalb der „operativen Arithmetik" an dritter Stelle zugewiesen haben.

Wir denken uns wiederum eine Zahlenebene, die jedoch diesmal ausschliefslich reellen Zahlenoperationen zum Felde dienen soll. Konstruieren wir, unter Zugrundelegung zweier rechtwinkliger Koordinatenaxen, sämtliche durch die Gleichungen $x = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \cdots$ und $y = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \cdots$ charakterisierte Gerade, so entsteht ein „regelmäfsiges Plangitter", und die ganze Ebene zerfällt in kongruente quadratische Zellen, deren Seite die Einheit ist. Die hohe Bedeutung, welche solche „Netzquadrate", wie sie der Ingenieur nennt, auch für zahlentheoretische Untersuchungen beanspruchen kann, ist vielleicht erstmalig denjenigen zum Bewufstsein gekommen, welche Fragen des Schachspieles mathematisch zu behandeln unternahmen. Zu allererst ist dabei natürlich an das altberühmte „Rösselsprungproblem" zu denken, welches bekanntermafsen darin besteht, sämtliche Felder eines Schachbrettes von n^2 (gewöhnlich 8^2) Zellen in fortlaufender Reihenfolge mittelst Springerzügen zu besetzen. Denkt man sich die Koordinatenaxen in zwei anstofsende Kanten des Schachbrettes verlegt und zugleich festgesetzt, dafs der Springer stets nur auf dem Eckpunkte eines Feldes Halt machen darf, so sind die vier Koordinatenwerte zweier zunächst benachbarter Ecken des Rösselsprungzuges verknüpft durch die Gleichung

$$(x_k - x_{k+1})^2 + (y_k - y_{k+1})^2 = 2^2 + 1 = 5,$$

und man hat also, um die $2n^2$ Unbekannten zu berechnen, zunächst die $(n^2 - 1)$ Gleichungen

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 5,\ (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = 5 \cdots$$
$$\cdots\cdots (x_{n^2-1} - x_{n^2})^2 + (y_{n^2-1} - y_{n^2})^2 = 5.$$

Soll der Rösselsprung ein „geschlossener“ sein, so tritt als n^2te Gleichung die folgende hinzu:

$$(x_{n^2} - x_1)^2 + (y_{n^2} - y_1)^2 = 5.$$

Man erkennt, dafs man es hier mit einem grandiosen Probleme der Analytik unbestimmter Gleichungen zu thun hat: $2n^2$ Unbekannte sollen ganzzahlig aus n^2 Gleichungen berechnet werden, wozu dann allerdings noch die beschränkende Bedingung hinzutritt, dafs sämtliche unbekannte Gröfsen $\geqq 0 \overline{\gtrless} n$ sein müssen. Für den von den Praktikern gewöhnlich fast ausschliesslich behandelten Fall „symmetrischer“ Rösselsprünge tritt noch ein System von $\frac{n^2}{2}$ Bedingungsgleichungen hinzu; wie schon hieraus erhellt, kann die Symmetrie nur auf Schachbrettern von gerader Zellenzahl erzielt werden. Hier wird nämlich vorausgesetzt, dafs die den Punkt (x_k, y_k) mit dem Punkte $\left(x_{k+\frac{n^2}{2}}, y_{k+\frac{n^2}{2}}\right)$ verbindende Gerade durch den Mittelpunkt des Brettes hindurchgeht, welchem offenbar die Koordinatenwerte $x = y = \frac{n}{2}$ zukommen. Wir haben sohin noch die folgenden $\frac{n^2}{2}$ Gleichungen zu berücksichtigen:

$$\frac{n}{2} - y_1 = \frac{y_{1+\frac{n^2}{2}} - y_1}{x_{1+\frac{n^2}{2}} - x_1}\left(\frac{n}{2} - x_1\right),$$

$$\frac{n}{2} - y_2 = \frac{y_{2+\frac{n^2}{2}} - y_2}{x_{2+\frac{n^2}{2}} - x_2}\left(\frac{n}{2} - x_2\right),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{n}{2} - y_{\frac{n^2}{2}} = \frac{y_{n^2} - y_{\frac{n^2}{2}}}{x_{n^2} - x_{\frac{n^2}{2}}}\left(\frac{n}{2} - x_{\frac{n^2}{2}}\right).$$

Nicht als ob wir behaupten wollten, dafs alle Mathematiker, welche sich mit der Rösselsprungaufgabe beschäftigt haben, ganz genau von dieser ganz allgemeinen Basis ausgegangen wären; *Euler*, *Vandermonde*, *Raedell*, *Jaenisch* und wie sie alle heifsen, wandten stets den Calcul, die geometrische Konstruktion und das empirische Tatonnement vermischt an, allein in letzter Linie

lassen sich ihre Methoden doch immer auf das obige System zurückführen. Die neueren Arbeiten von *Tarry*[29]) und *Volpicelli*[30]) (erstere ein sehr brauchbarer Auszug aus letzterer) stellen sich umgekehrt völlig auf den oben signalisierten Standpunkt, und zumal der letztgenannte Gelehrte, sonst als Physiker bekannt, hat neuerdings[31]) einen gewissen Abschlufs dieser Theorie herbeigeführt, indem er das Problem in der nachstehenden allgemeinen Form stellt und löst: Zahl und Verlauf aller vollständigen Umgänge zu finden, die der Springer auf irgend einem Schachbrette, ausgehend von einem bestimmten Felde, aber niemals auf ein schon berührtes zurückkehrend, durchlaufen kann. *Volpicelli* berührt auch die, zwei ganz verschiedene zahlentheoretische Aufgaben vereinigende, Forderung, den symmetrischen Rösselsprung so zu gestalten, dafs, wenn man jedem Felde die Ordnungszahl des Umlaufes einschreibt, das entstandene Zahlenquadrat ein magisches wird. Diese zuerst von dem Schachkünstler *Wenzelides* aufgelöste Aufgabe des „Rösselsprunges im Salongewande" hat einem deutschen Mathematiker, *Exner*, die erheblichste Förderung zu verdanken gehabt[32]), indes scheint eine independente Lösungsformel durch die Natur der Sache ausgeschlossen. Doch hat andererseits *Frost* in einer besonders auch durch ihre schönen Diagramme ausgezeichneten Abhandlung[33]) gezeigt, wie man die Aufgabe auf mehr Dimensionen, also zumal auf einen in n^3 Elementarkuben geteilten Würfel ausdehnen kann.*)

(Fortsetzung folgt.)

---

*) Nur ganz beiläufig möge daran erinnert werden, dafs die Betrachtung des Schachbrettes zu einer ganzen Fülle interessanter mathematischer Untersuchungen Veranlassung gegeben hat. Hierher gehört z. B. die Aufgabe, n Königinnen auf einem Brette von n^2 Feldern in der Weise zu postieren, dafs keine derselben eine zweite anzugreifen vermag. Während vom Verf. dieses gezeigt wurde, dafs und wie diese Forderung eigentlich die Lösung eines gewissen Determinantenproblemes involviere[34]), gab *Eduard Lucas* ein anderes ungleich einfacheres Verfahren zum gleichen Zwecke an[35]), welches nur einige ganz einfache kombinatorische Operationen erfordert. Der nämliche Autor hat ebenso in höchst anregender Weise einen besonderen Fall behandelt, der beim Damenbrettspiel vorkommt und auf die Einschliefsung eines Steines durch vier andere hinausläuft („Wolf und Schaafe")[36]). Endlich hat wiederum *E. Lucas* kürzlich auf den merkwürdigen Zusammenhang hingewiesen, welcher zwischen den „anallag-

Litteratur.

1) *Argand,* Essai sur une manière de répresenter les quantités imaginaires, dans les constructions géométriques. Paris 1806.

2) *Gauss'* Werke, ed. *Schering.* 2. Band. Gotha 1872. S. 174.

3) *Gauss,* Demonstratio nova theorematis, omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse. Helmstadii 1799.

4) *Hankel,* Theorie der komplexen Zahlensysteme. Leipzig 1867. S. 81 ff.

5) *G. W. Müller,* Darstellung der Lehre vom Zuge zur Einleitung in die analytische Geometrie. Journal f. d. reinen u. angew. Mathem. 15. Band. S. 229 ff.

6) Id., Anwendung der Lehre vom Zuge auf die Nachweisung der geometrischen Bedeutung der Form $a + b\sqrt{-1}$, Archiv d. Mathem. u. Phys. 1. Teil. S. 3$\frac{1}{2}$7 ff.

7) *Wittstein,* Geometrischer Beweis des Satzes, dafs jeder algebraischen Gleichung mit einer Unbekannten durch einen komplexen Wert dieser Unbekannten Genüge geleistet werden kann. Ibid. 6. Teil. S. 225 ff.

8) *Drobisch,* Über die geometrische Konstruktion der imaginären Gröfsen. Berichte d. k. sächs. Gesellsch. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse. 1848. S. 171 ff.

9) *Durège,* Elemente der Theorie der Funktionen einer komplexen veränderlichen Gröfse. Leipzig 1873. S. 29 ff.

10) Id., Über die geometrische Darstellung der Werte einer Potenz mit komplexer Basis und komplexen Exponenten. Zeitschr. f. Math. u. Phys. 5. Jahrgang. S. 345 ff.

11) *Moebius,* Der barycentrische Calcul. Leipzig 1827.

12) *Hankel,* S. 11.

13) *Favaro, Justus Bellavitis,* Eine Skizze seines Lebens und wissenschaftlichen Wirkens. Zeitschr. f. Math. u. Phys. 20. Jahrgang. Hist.-lit. Abth. S. 155.

14) *Bellavitis,* Exposition de la méthode des équipollences, traduit de l'italien par *C. A. Laisant.* Paris 1874.

15) *Hankel,* S. 124 ff.

---

matischen Quadraten" von *Sylvester* und der Zerfällung einer Quadratsumme in ein Produkt aus Quadratsummen obwaltet. In einem anallagmatischen Schachbrette ist eine gewisse Anzahl von Feldern schwarz gefärbt, die übrigen sind weifs gelassen, und zwar mufs für je zwei Horizontal- und Vertikalreihen die Anzahl der Abwechselungen gerade so grofs sein, wie die Anzahl der Farbenfolgen. Die Methode von *Lucas*[37]) gestattet wenigstens in dem Falle, wenn $n^2 = 2^m$ ist, durch successive Aneinandersetzung „komplementärer" Bretter solche anallagmatische Quadrate sehr leicht herzustellen.

16) *Hamilton,* Elemente der Quaternionen, deutsch von *Glan.* 1. Bandes 1. Teil. Leipzig 1881.

17) *Unverzagt,* Theorie der goniometrischen und longimetrischen Quaternionen. Wiesbaden 1876.

18) Id., Der Winkel als Grundlage mathematischer Untersuchungen. Ibid. 1878.

19) *Spottiswoode,* Die Mathematik in ihren Beziehungen zu den anderen Wissenschaften, deutsch von *Gretschel.* Leipzig 1879. S. 13.

20) *Scheffler,* Die polydimensionalen Gröfsen und die vollkommenen Primzahlen. Braunschweig 1880. S. 13 ff.

21) *Unverzagt,* Über die Grundlage der Rechnung mit Quaternionen. Wiesbaden 1881.

22) Ibid. S. 18.

23) *Odstrčil,* Kurze Anleitung zum Rechnen mit Quaternionen. Halle 1879.

24) *Laisant,* Introduction à la méthode des quaternions. Paris 1881.

25) *Grafsmann,* Die Stellung der Quaternionen in der Ausdehnungslehre. Mathem. Annalen. 12. Band. S. 375 ff.

26) *Siebeck,* Über die graphische Darstellung imaginärer Funktionen. Journal f. d. reine u. angew. Mathem. 55. Band. S. 221 ff.

27) *Schlegel,* Über neuere geometrische Methoden und ihre Verwandtschaft mit der *Grafsmann'schen* Ausdehnungslehre. Zeitschr. f. Math. u. Phys. 24. Jahrgang. S. 82 ff.

28) Id., Über die geometrische Darstellung des Imaginären vom Standpunkte der Ausdehnungslehre. Ibid. 23. Jahrgang. S. 141 ff.

29) *Tarry,* Solution du problème du cavalier au jeu d'échecs, Mondes, N. 28. S. 60 ff.

30) *Volpicelli,* Solution complète du problème relatif au cavalier des échecs, Comptes rendus de l'acad. franç. LXXIV. S. 1099 ff.

31) *Id.,* Soluzione completa e generale, mediante la geometria di situazione, del problema relativo alle corse del cavallo sopra qualunque scacchiere, Atti del accad. reale dei Lincei, tomo XXV. S. 88 ff. S. 364 ff.; tomo XXVI. S. 389.

32) *Exner,* der Rösselsprung als Zauberquadrat, Hirschberg 1832.

33) *Frost,* Two simple methods of tracing the knights path over squares and cubes of any dimensions, Quarterly journal of pure and applied mathematics, N. 54.

34) *Günther,* Zur mathematischen Theorie des Schachbrettes, Archiv d. Math. u. Phys., 56. Teil. S. 281 ff.

35) *E. Lucas,* Récréations scientifiques sur l'arithmétique et sur la géométrie de position, Revue scientifique, 1880. S. 948 ff.

36) *Id.,* ibid. 1879. S. 154 ff.

37) *Laisant,* Discours historique sur les travaux mathématiques et astronomiques de l'association de 1872 à 1878, Paris 1880. S. 13 ff.

Kleinere Mitteilungen.

Elementarer Beweis zum Feuerbach'schen Satze.

Von H. Schubert in Hamburg.

Die mir bekannten Beweise des Satzes, dafs der durch die drei Seitenmitten eines Dreiecks gehende Kreis die vier Berührungkreise dieses Dreiecks tangirt, sind entweder algebraisch oder benutzen, wenn sie geometrisch sind, Hilfsmittel, mit welchen man die Schüler erst nach Absolvirung der Euklidischen Elemente bekannt zu machen pflegt.*) Beispielsweise wird die Theorie der Chordalen sowohl in dem Beweise von Lappe (Crelle's Journal, Band 71) wie auch in dem Beweise von Fuhrmann (Grunert's Archiv, Band 62) benutzt. Der äufserst elegante Beweis von Taylor (Quarterly Journal, XIII, 1875 und Zeuthens Tidskrift, 1877) beruht darauf, dafs bei der Transformation durch reciproke Radien die Berührung zweier Kreise erhalten bleibt. Solchen Beweisen gegenüber, legte ich Werth darauf, einen Beweis zu besitzen, welcher nur von denjenigen Betrachtungsweisen Gebrauch macht, die den Obertertianern oder Sekundanern geläufig sind. Dieser Anforderung dürfte der folgende Beweis entsprechen, in welchem gezeigt wird, dafs ein gewisser Punkt sowohl auf dem Feuerbach'schen Kreise, wie auch auf dem einbeschriebenen Kreise, wie auch auf ihrer Centrale liegt. Für die drei anbeschriebenen Kreise gestaltet sich die Deduktion ganz analog. Um den Beweis durchsichtiger zu machen, teile ich denselben durch Voranschicken eines wohl auch an sich beachtenswerthen Hilfssatzes in zwei Teile.

Hilfssatz: Vom Centrum O des einem Dreiecke ABC umbeschriebenen Kreises aus erscheint die Entfernung von einer Ecke A bis zum Mittelpunkte M des einbeschriebenen Kreises unter demselben Winkel, wie vom Halbierungspunkte D der Gegenseite BC aus die Sehne EF erscheint, welche im einbeschriebenen Kreise

*) Erst während des Druckes dieser Zeilen fand ich den von Baltzer in der neuesten Auflage seiner „Elemente" mitgeteilten Binder'schen Beweis. Derselbe macht nur von elementaren Hilfsmitteln Gebrauch. Trotzdem dürfte der hier mitgeteilte Beweis noch einige Liebhaber finden.

von dem auf dieser Gegenseite liegenden Berührungspunkte E ausgeht und auf der zugehörigen Winkelhalbierenden AM senkrecht steht.

Beweis: Die Behauptung $\sphericalangle AOM = \sphericalangle EDF$ folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke OAM und DEF. Es ist nämlich sowohl $\sphericalangle OAM$ wie auch $\sphericalangle DEF$ gleich der halben Differenz der beiden BC anliegenden Winkel; und aufserdem ist das Verhältnis der einschliefsenden Seiten in beiden Dreiecken dasselbe, nämlich $\frac{AM}{AO} = \frac{EF}{ED}$. Um diese Proportion zu begründen, verlängere man AM und das Lot in D auf BC bis sie sich auf dem umbeschriebenen Kreise im Halbierungspunkte G des BC angehörigen Bogens $\widehat{BC}$ schneiden. Dann sind die Dreiecke MED und MEG inhaltsgleich, also $ED \cdot \varrho = MG \cdot \frac{1}{2} EF$ oder $\frac{EF}{ED} = \frac{2 \cdot \varrho}{MG}$. Verlängert man ferner GO über O um sich selbst bis H, und fällt von M auf AB das Lot MI, so sind die Dreiecke MAI und GHB ähnlich, also $\frac{AM}{HG} = \frac{MI}{GB}$, wofür, da $GM = GB$ ist, auch geschrieben werden kann: $\frac{AM}{AO} = \frac{2 \cdot \varrho}{MG}$. Aus den beiden abgeleiteten Proportionen folgt aber $\frac{AM}{AO} = \frac{EF}{ED}$.

Feuerbach'scher Satz: Der durch die drei Seitenmitten eines Dreiecks gehende Kreis (Feuerbach'scher Kreis) berührt den dem Dreiecke einbeschriebenen Kreis.

Beweis: A_1, A_2, A_3 sind die Ecken, α_1, α_2, α_3 die Winkel, D_1, D_2, D_3 die Mitten der Seiten, E_1, E_2, E_3 die Berührungspunkte des einbeschriebenen Kreises, F_1, F_2, F_3 diejenigen Punkte dieses Kreises, welche von den Halbierungslinien der Winkel α_1, α_2, α_3 ebensoweit abstehen, wie E_1, E_2, E_3. Ferner ist O das Centrum, r der Radius des umbeschriebenen Kreises, M das Centrum, ϱ der Radius des einbeschriebenen Kreises, N das Centrum, $\frac{1}{2} r$ der Radius des Feuerbach'schen Kreises.

Da die Lote, gefällt von A_1 und von M auf die Seite $A_2 A_3$, in gleicher Richtung parallel laufen, so müssen auch MF_1 und $A_1 O$, von M und von A_1 aus in gleicher Richtung parallel laufen, weil beide mit $A_1 M$ denselben Winkel, nämlich $\frac{1}{2}(\alpha_3 - \alpha_2)$ oder $\frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_3)$ bilden, und auf entgegengesetzter Seite liegen. OA_1 und ND_1 laufen aber von O und von N aus in entgegengesetzter Richtung parallel. Folglich laufen MF_1 und ND_1 von M und N aus in gleicher Richtung parallel, $D_1 F_1$ schneidet also die Verlängerung von NM in einem Punkte B, welcher, da ND_1 gleich

$\frac{1}{2}r$ und MF_1 gleich ϱ ist, NM im Verhältnis von $\frac{r}{2}$ zu ϱ theilt. Dasselbe thut auch D_2F_2 und D_3F_3. Demnach schneiden sich D_1F_1, D_2F_2, D_3F_3 in einem Punkte B der Verlängerung der Zentrale NM. Es lässt sich nun zeigen, dafs die Winkel, unter denen sich die drei Geraden D_1F_1, D_2F_2, D_3F_3 in B schneiden, gleich den drei Dreieckswinkeln α_1, α_2, α_3 oder je nach der Auffassung, gleich deren Supplementen sind. Es genügt für unsern Zweck, dies von zweien der drei Geraden zu zeigen. Um eine Unterscheidung hinsichtlich des Addierens oder Subtrahierens von Winkeln zu vermeiden, treffen wir die Auswahl in ganz bestimmter Weise. Jedenfalls liegt M, aufser beim gleichseitigen Dreiecke, in einem der drei Winkelräume A_1OA_2, A_2OA_3, A_3OA_1. Es sei dies bei uns A_3OA_1. Dann wählen wir unter den drei Geraden D_1F_1 und D_3F_3 aus, und zeigen, dafs der Winkel D_3BD_1 gleich α_2 ist. Aus dem Viereck $D_3A_2D_1B$ ergiebt sich zunächst, dafs er gleich $E_3D_3F_3 + E_1D_1F_1 - \alpha_2$ ist. Aus dem vorangestellten Hilfssatze ergiebt sich aber, dafs $E_3D_3F_3 + E_1D_1F_1 = A_3OM + A_1OM = A_3OA_1$, also gleich $2 \cdot \alpha_2$ ist. Demnach ist D_3BD_1 gleich α_2. Da nun auch $D_3D_2D_1$ gleich α_2 ist, so mufs B auf dem Feuerbach'schen Kreise liegen. Dafs B auch auf dem einbeschriebenen Kreise liegen mufs, folgt aus $F_3MF_1 = E_3ME_1 - E_3MF_3 - E_1MF_1 = 2R - \alpha_2 - (\alpha_1 - \alpha_2) - (\alpha_3 - \alpha_2) = 2 \cdot \alpha_2$. Es ist demnach von dem Schnittpunkte B der Verbindungsgeraden D_1F_1 und D_3F_3 nachgewiesen, dafs er auf der Verlängerung der Centrale des Feuerbach'schen und des einbeschriebenen Kreises und zugleich auf ihren beiden Peripherien liegt. Also müssen sich die beiden Kreise in diesem Punkte von innen berühren.

Schliefslich möchte ich noch bemerken, was auch dem Leser nicht entgangen sein wird, dafs die Seiten des Dreiecks $F_1F_2F_3$ denen von $A_1A_2A_3$ parallel sind und dafs der gemeinsame Schnittpunkt von A_1F_1, A_2F_2, A_3F_3 der Schnittpunkt von OM und BS ist, wo S der Schwerpunkt des Dreiecks ist.

Sprech- und Discussions-Saal.

Zum Kapitel „Inkorrektheiten."*)

I. Arithmetisches.

(Brief an den Herausgeber.) Im 5. Hefte des vorigen Jahrgangs ds. Z. findet sich eine Rezension des neuen Bardeyschen Buches „Arith-

*) Die Redaktion erklärt, dafs sie in dieser Kontroverse, obschon sie die Ausführungen des Herrn Dr. Bardey mit grofsem Interesse gelesen hat, doch in der Hauptsache auf Seiten des Herrn Prof. M. steht, und dafs sie ihre Ansicht und Gründe in einem der nächsten Hefte darzulegen gedenkt. Doch wird sie, schon aus Höflichkeitsrücksichten gegen die Mitarbeiter, anderen Fachgenossen, vor Allem dem Herrn Prof. M. selbst, gern den Vortritt

metische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik"*), der man im allgemeinen nur beistimmen kann. Da Sie es sich aber jetzt angelegen sein lassen, „Böcke und Böckchen" in den besonderen für Seminarien berechneten mathematischen Lehr- und Übungsbüchern nachzuweisen, so scheint es nur billig, ähnlichen Fehlern auch in Büchern wie vorgenanntem nachzugehen und sie aufzuzeigen, zumal eben hierzu jene Rezension keine Veranlassung nahm. Allerdings findet sich der zu rügende Fehler in sehr vielen andern Lehrbüchern und Aufgabensammlungen in derselben Form, das ist aber nach meiner Ansicht keine Entschuldigung; stimmen Sie dem Folgenden bei und erachten Sie es wichtig genug, so bitte ich, es an geeignetem Orte d. Z. zu publizieren. Es betrifft die Fassung der Regeln (Lehrsätze) zur Bruchrechnung. Da heifst es bei Bardey (S. 46 u. f.):

1) Brüche mit gleichen Nennern werden addiert, indem man die Zähler addiert. (Analog für Subtraktion.)

4) Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit derselben multipliziert oder ...

5) Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl dividiert, indem man den Nenner mit derselben multipliziert oder ...

8) Brüche werden mit einander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

Die Regeln sind ganz praktisch; soweit sie dastehen auch richtig (abgesehen von dem Dividieren „mit"**) in 5) und 7)), aber insofern ungenügend und also fehlerhaft, als sie nur einem Teile der vorzunehmenden Operationen Ausdruck geben, den anderen verschweigen. Man addiert (subtrahiert) bei 1) doch nicht blofs die Zähler, sondern hat doch auch mit dem Nenner zu operieren! Ähnliches gilt für 4; 5) schweigt sich gänzlich aus über den Zähler, 8) gar über die mit den erhaltenen Produkten vorzunehmende Schlufsrechnung.

Ich glaube, richtig müfsten jene Regeln so gefafst werden:

1) Gleichnamige Brüche werden addiert (subtrahiert), indem man die Summe (Differenz) der Zähler durch den gemeinschaftlichen Nenner dividiert.

4) Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem das Produkt des Zählers und der Zahl durch den unveränderten Nenner dividiert wird.

5) Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man den unveränderten Zähler durch das Produkt des Nenners und der Zahl dividiert.

8) Brüche werden mit einander multipliziert, indem man das Produkt der Zähler durch das Produkt der Nenner dividiert.

Dies scheint mir die einzig zulässige Formulierung und ich würde mich freuen, stimmten Sie dem bei. Wir müssen erst im eigenen Hause mit dem alten Schlendrian aufräumen, ehe wir über andere uns machen.***)

Meifsen. Prof. Dr. Meutzner.

---

lassen. Nur das Eine möchte sie gleich hier erklären, dafs die Berufung auf andere Autoren und mögen deren Namen noch so glänzend prangen, wie z. B. Baltzer und A., kein Schutzdach für wirkliche Mängel gewähren kann. Denn nicht der Person, sondern der Sache gilt der Kampf um die Wahrheit! Dies ist auch der Gedanke des Herrn Meutzner, den er ja auch deutlich genug ausgesprochen hat. Dafs nun gerade das Buch des Herrn Dr. B. die Veranlassung zu dieser Kontroverse geworden ist, hat durchaus keinen persönlichen Grund, sondern beruht, soweit es nicht gar Zufall ist, auf dem Gedanken, dafs gute Bücher, zu denen ja unbestritten das Bardey'sche gehört, anfangen sollen, mit alten eingerosteten Mängeln beim Unterricht zu brechen. Red.

*) Erscheint bereits in 2. verbesserter Auflage. Red.

**) Dieser Ausdruck „dividieren mit" und auch der andere „dividieren in", sowie auch beide vereint: „ich dividiere mit 5 in 12", kommen in dem Buche häufig vor. Red.

***) Ist schon richtig! Das hindert aber nicht, dafs wir schon jetzt dafür sorgen, dafs der „alte Schlendrian" schon in den Volksschulen beseitigt werde, damit er nicht in die höhern Schulen durch die Rekruten aus jenen eindringe. Red.

Entgegnung des Hrn. Dr. Bardey.

Herr Meutzner klagt mich wegen der oben angeführten Sätze des **Schlendrians** an. Er klagt damit auch viele andere unter den Mathematikern, sehr geachtete Persönlichkeiten an, welche in dem Kapitel der Bruchrechnung, wie in allen Kapiteln der Arithmetik, sich derselben Ausdrucksweise bedienen als ich. Hier einige Beispiele.

Baltzer, Arithmetik, S. 75. Um einen Bruch zu dividieren, multipliziert man den Nenner.

S. 77. Um ein Polynom zu dividieren, hat man jedes einzelne Glied zu dividieren.

Matthiessen, Schlüssel, S. 49. Ein Bruch wird mit einer Zahl multipliziert, indem man seinen Zähler mit der Zahl multipliziert.

S. 149. Ein Quotient wird mit einer Zahl potenziert, indem man Dividenden und Divisor potenziert. — Nach Meutzner doppelt ungenügend; denn es fehlt vor dem zweiten „potenziert" auch noch „mit jener Zahl".

S. 169. Ein Quotient wird durch eine Zahl radiziert, indem man Dividend und Divisor durch die Zahl radiziert.

Koppe, Arithmetik, S. 33. Brüche mit gleichem Nenner werden addiert oder subtrahiert, wenn man ihre Zähler addiert oder subtrahiert.

Ebenda. Ein Bruch wird durch eine Zahl dividiert, wenn man den Nenner mit der Zahl multipliziert.

S. 71. Quadratwurzeln werden mit einander multipliziert oder dividiert, wenn man ihre Radikanden multipliziert oder dividiert.

Mehler, Hauptsätze, S. 57. Gleichnamige Brüche werden addiert oder subtrahiert, indem man ihre Zähler addiert oder subtrahiert.

Heilermann und Diekmann, I, S. 26. Ein Bruch wird mit einer Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der Zahl multipliziert.

So ließen sich ja leicht noch viele Mathematiker anführen, die meiner Ansicht sind, und die Zahl der Stellen, welche für meine Ausdrucksweise sprechen, ließe sich leicht verzehnfachen.

Auffallend ist es daher, daß Herr Meutzner sich gerade gegen mich wendet und daß er gerade das Kapitel der Brüche nimmt. Sollte Herr Meutzner keins von den angeführten Werken kennen? Oder sollten alle jene Männer und mit ihnen viele andere vom „alten Schlendrian" nicht loskommen können und ihre Sätze „ungenügend" und „fehlerhaft" ausdrücken? Sollten alle jene Männer unüberlegt geschrieben haben? Das hätte Herr Meutzner doch ein wenig erwägen sollen, und er würde dann vielleicht von selbst dahin gekommen sein, daß die genannten Mathematiker ihre Sätze nicht allein viel zweckmäßiger, sondern auch viel **richtiger** ausgedrückt haben als Herr Meutzner.

Wir wollen auf die Sache etwas näher eingehen. Fast jede arithmetische Formel, wie auch fast jeder Satz in der Geometrie hat ein ruhendes und ein bewegendes Moment, oder ein aufbauendes, synthetisches Moment und ein operatives oder analytisches Moment in sich, d. h. in einer Formel sind meistens zwei Lehrsätze enthalten (wenn man die Lesung von rechts nach links hinzunimmt sogar vier), ein Lehrsatz, der zur Grundlage für die Beweise später vorgeführter Lehrsätze benutzt wird und der daher gleichsam ein Stein zum Aufbau der Wissenschaft ist, und ein zweiter Lehrsatz, der uns Aufschlüsse giebt über Operationen, in der Geometrie über Konstruktionen, die wir zu machen haben. In der Geometrie muſs wegen der ganzen Anlage dieser Wissenschaft, der Charakter

der Sätze vorzugsweise ein synthetischer sein. So heifst der erste Kongruenzsatz, synthetisch richtig ausgedrückt: Zwei Dreiecke sind kongruent u. s. w.; analytisch ausgedrückt: Aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel kann man nur ein Dreieck konstruieren. Nur der erste Satz kann für die Zwecke der Geometrie als ein Hauptlehrsatz gelten, nicht der zweite. — In der Arithmetik sind die analytischen Momente vorherrschend. Die beiden genannten Momente müssen jedoch, wenn man eine Formel richtig in Worte übertragen will, auseinander gehalten werden. Ein Beispiel erklärt das leicht. Die Formel

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{x}=\frac{a+b}{x},$$

synthetisch erfafst, sagt: Die Summe zweier gleichnamiger Brüche ist gleich einem Bruch, dessen Zähler die Summe der Zähler und dessen Nenner der gemeinsame Nenner ist. Analytisch erfafst: Gleichnamige Brüche werden addiert, indem man die Zähler addiert.

Wenn die operativen Zwecke in der Arithmetik überhaupt vorherrschend sind, so sind sie es besonders in einem Buche, dessen Hauptinhalt Aufgaben sind; die Lehrsätze müssen daher auch demgemäfs ausgedrückt werden. An der bezeichneten Stelle habe ich sogar noch hinzugefügt „für den Zweck der Rechnung am einfachsten". Wenn auch aus der Fassung der Sätze, welche Herr Meutzner für allein richtig hält, sofort hervorgeht, dafs er die Momente, welche in einer Formel liegen, nicht erkannt hat, so hätten doch jene Worte zum Nachdenken Veranlassung geben müssen. Es handelt sich hier also erstens darum, das operative Moment der Formeln zum Ausdruck zu bringen, nicht das synthetische; zweitens darum, das in einfachster Weise zu thun. Da die Schüler sich die Sätze fest einprägen sollen, so ist jedes überflüssige Wort und jede Angabe einer selbstverständlichen Operation als Ballast anzusehen. Sie zwingt den Schüler nicht allein, sein Gedächtnis mehr zu belasten, als nötig ist, sondern läfst ihm auch das Wesentliche gegen das Unwesentliche, die Hauptsache gegen die Nebensache nicht genügend hervortreten. Es fragt sich: Worauf hat der Schüler sein Augenmerk zu richten und was hat er zu thun, wenn er Brüche addieren soll? Er hat erstens sein Augenmerk auf die Nenner zu richten und zuzusehen, ob sie auch gleich sind. Deshalb habe ich dem Ausdruck „Brüche mit gleichen Nennern" den Vorzug gegeben vor „gleichnamige Brüche". Der Schüler hat zweitens die Zähler zu addieren. Das sind die Hauptsachen, die der Schüler sich einzuprägen hat. Liegen diese Hauptpunkte nicht in dem Satze, so ist der Satz, ohne seine sonstige Fassung weiter zu berücksichtigen, für den Zweck der Rechnung unbrauchbar und fehlerhaft. Es hätte in dem von mir gegebenen Satze, um denselben vollständig zu machen, noch hinzugefügt werden müssen, „und unter das Resultat den gemeinschaftlichen Nenner als Nenner setzt". Das in diesen Worten angedeutete Verfahren ist so selbstverständlich, dafs der Schüler das nicht wieder vergifst, wenn der Lehrer das ein einziges Mal hinzugefügt oder vorgemacht hat. Da es hier darauf ankommt, dafs der Schüler durch den Satz leicht und schnell orientirt ist und weifs, was er zu thun hat, so genügt die von mir und von den meisten Mathematikern gegebene Fassung der Sätze nicht allein, sie ist auch die zweckmäfsigste, einfachste und natürlichste, und die nach der Meinung des Herrn Meutzner notwendige Vervollständigung dieser Sätze und so vieler anderer Sätze, die ebenfalls operative Zwecke haben, würden einen grofsen Ballast in die Arithmetik bringen, besonders wenn der Lehrer recht pedantisch strenge darauf hielte, dafs die Schüler bei jeder Gelegenheit die Vervollständigungen hinzufügten, und zwar Ballast hinsichtlich der verwendeten Zeit, Ballast für das Gedächtnifs der Schüler und Ballast für die Lösung der Aufgaben.

Die Fassung der Sätze, wie Herr Meutzner sie giebt und die er für die allein richtige hält, ist nicht nur unzweckmäfsig, sondern auch fehlerhaft. Wir nehmen nur den ersten Satz. Zunächst hat Herr Meutzner weder das operative noch das synthetische Moment, das in der Formel liegt, rein festgehalten. Er fängt an: „Gleichnamige Brüche werden addiert“, als ob er eine Regel zu der Operation geben oder das operative Moment der Formel darlegen wollte. Dann spricht er wieder von der Summe, wodurch er in die synthetische Übertragung hineingerät. Der Hauptsache, dafs die Zähler addiert werden müssen, erwähnt er mit keinem Worte; er thut, als ob das, was für die Schüler gerade das Wesentlichste ist, sich von selbst versteht, und scheint das für die Hauptsache zu halten, was gar nicht hierher gehört, dafs nämlich die Summe der Zähler durch den gemeinsamen Nenner dividiert wird. Hier ist von Brüchen die Rede, nicht von Quotienten oder von Divisionsaufgaben.. Hat man für die Summe $\frac{5}{7} + \frac{6}{7}$ den Bruch $\frac{11}{7}$ gefunden, so ist damit die verlangte Operation ausgeführt. Die Ganzen, wenn solche im Bruche enthalten sind, herauszuziehen, ist eine Sache für sich.

Damit sind denn wohl diese Inkorrektheiten erledigt. Es ist ebenso schlimm, dem Alten, Hergebrachten unbedingt und ohne Überlegung anzuhangen, als sich einem neuerungssüchtigen, viel Ballast erzeugenden Pedantismus hinzugeben. Wenn aber einmal achtungswerte Persönlichkeiten für eine Sache eingetreten sind, so sollte man doch ein wenig Bedenken tragen, ihre Anschauungen als „alten Schlendrian“ zu bezeichnen. Auch mag Herr Meutzner sich jetzt überlegen, was es mit dem sich über andere machen für eine Bewandtnis hat.

Was schliefslich noch das „dividieren mit“ betrifft, so ist diese Redewendung nicht weniger richtig als „dividieren durch“, da dividieren ebenso wohl messen als teilen heifst und man nur sagt „messen mit“. — Den Ausdruck „dividieren mit 3 in 12“ halte ich ebenfalls aufrecht; er ist sehr passend. Er ist eine Abkürzung für „messen mit 3 und zusehen, wie oft 3 in 12 enthalten ist“. ERNST BARDEY.

II. Geometrisches.

In vielen Lehrbüchern der Geometrie kommen folgende Sätze vor (z. B. Reidt,*) Elemente d. M., Planim. Lehrs. 19) „Jeder Aufsenwinkel eines Dreiecks ist gleich der Summe der beiden ihm gegenüberliegenden inneren Winkel.“

Dieser Satz findet sich unzählige Male in dieser Fassung auch sonst. Ist es aber gerechtfertigt, aus Furcht vor einem negativen Begriffe („der beiden ihm nicht anliegenden Dreiecksw.“) etwas entschieden Sinnloses zu sagen? man spricht wohl von einer Seite, welche im Dreieck einem Winkel gegenüberliegt, aber dem Aufsenwinkel liegt gar nichts gegenüber. Ebenda

Lehrs. 97 (auch bei anderen Autoren so!): „Schneiden sich zwei Sehnen eines Kreises innerhalb desselben, so verhalten sich die Abschnitte der einen Sehne umgekehrt wie die der anderen.“

Wie falsch und unklar dieser Wortlaut ist — ich weifs sehr wohl, dafs er bedingt ist durch die Fassung des entsprechenden Sekantensatzes, was aber doch den Fehler nicht rechtfertigt — geht aus der beigefügten Anmerkung deutlich hervor: „Die Abschnitte der einen Sehne bilden also die inneren, die der anderen die äufseren Glieder einer Propor-

*) Wir müssen auch hier wieder bemerken, dafs die Zitierung dieses Buches sicher aller persönlichen Animosität sehr fern liegt. Man greift eben nach guten Büchern, wenn man sich über einen Punkt orientieren will. Red.

tion."*) Der Ausdruck „Verhalten sich umgekehrt wie" ist eben in einem gegenüber dem üblichen Gebrauch entschieden falschen Sinne angewendet.

Was ist richtiger: Der geometrische Ort des **Mittelpunktes eines** Kreises, welche ... oder der Mittelpunkte **aller** Kreise, welche ...?

Was ist von Ausdrücken zu halten wie: folglich ist das Dreieck **ein** rechtwinkliges? mir ist diese Wendung unerträglich.

Meifsen. Prof. Dr. Meutzner.

Berichtigung.

Zu der Entgegnung des Herrn Erler XII, Heft 6, S. 417 dieser Zeitschrift habe ich nachstehende sachliche Richtigstellung hinzuzufügen:

Es ist von mir (a. a. O. Seite 415 unten) nicht behauptet worden, dafs die von Herrn Erler angegebene Substitution $\frac{x+\mu}{y}$ irrtümlich sei, sondern die gleichfalls von ihm angegebene $x+\mu$.

Viersen, 9. Dez. 1881. Dr. Joseph Diekmann.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaktion der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.).

A. Auflösungen.

153. (Gestellt von H. Emsmann XII_3, 201.) $\triangle ABC$ zu konstruieren aus a und γ, so dafs $a^2 : u^2 = c : v$ wird. (c wird durch die γ halbierende Transversale w_c in u und v geteilt, und zwar u an β).

1. Analysis. Aus $a^2 : u^2 = c : v$, $a : b = u : v$ und $u + v = c$ folgt $b(a+b) = c^2$, und hieraus $\sin\beta(\sin\alpha + \sin\beta) = \sin\gamma^2$, also $\sin\alpha\sin\beta = \sin\gamma^2 - \sin\beta^2 = \sin(\gamma+\beta)\sin(\gamma-\beta) = \sin\alpha\sin(\gamma-\beta)$; daher $\beta = \gamma - \beta$ und $\beta = \frac{1}{2}\gamma$.

Stegemann (Prenzlau). Stoll (Bensheim). Schuster (Pola).

2. Analysis. Man findet leicht $ab = cu$. Verlängert man $CD = w_c$ bis sie den um ABC beschriebenen Kreis in E schneidet und bezeichnet DE mit x, so ist $ab = w_c^2 + w_c x = w_c^2 + uv$; mithin $cu = w_c^2 + uv$ und hieraus $w_c = \underline{+}\, u$.

Kiehl (Bromberg).

3. Analysis. $\frac{a^2}{u^2} = \frac{b^2}{v^2} = \frac{c}{v}$; daher $b^2 = cv$. Mithin geht der Kreis, welcher durch B und C geht und AC in C berührt, auch durch D.

Stegemann.

*) Man vermeidet diese Unklarheit, wenn man den Satz so fafst: Das Produkt (Rechteck) aus den Abschnitten der einen Sehne etc.", wodurch man noch den Vorteil gewinnt, den Satz durch eine Konstruction gleichsam ad oculos zu demonstrieren. Red.

4. Analysis. Man fälle $BF \perp AC$ und bezeichne CF mit p. Es ist $c^2 = ab + b^2$; ferner $c^2 = a^2 + b^2 - 2bp$; mithin $b = \frac{a^2}{a+2p}$. Durch a und γ ist p bestimmt, also auch b.

Glaser (Homburg v. d. H.)

Herr Prof. Emsmann giebt folgende Konstruktion: An BC in C trage $< \gamma$ an; dann wird die Halbierungslinie desselben von der Mittelsenkrechten zu BC in D getroffen.

154. (Gestellt von H. Emsmann XII_3, 201.) (Bezeichnungen wie in 153). $\triangle ABC$ zu konstruieren aus c und w_c, wenn $u^2 + [n^2 - (n+1)]\, v^2 = (3n+1)\,(2rh_c - w_c^2)$ werden soll. $u > v$.

1. Analysis. Es ist $2rh_c = ab$ und $w_c^2 + uv = ab$, mithin $2rh_c - w_c^2 = uv$; folglich erhalten wir $u^2 + [n^2 - (n+1)]\, v^2 = (3n+1)\, uv$ (1), hierin $u = c - v$ gesetzt, giebt $\left(\frac{c}{n+1} - v\right)^2 = \frac{c}{n+1} v$. Daher ist v der kleinere Abschnitt der stetig geteilten Strecke $\frac{c}{n+1}$, das Dreieck ist also zu konstruieren aus u, v, w_c.

Kiehl. Stoll.

2. Analysis. Aus (1) von Analysis 1 folgt

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{2}\left(3n + 1 \pm (n+1)\sqrt{5}\right);$$

mithin u und v bestimmt

Glaser. Stegemann.

155. (Gestellt von H. Emsmann XII_3, 201.) $\triangle ABC$ zu konstruieren aus c und w_c (Transversale, welche den Aufsenwinkel bei γ halbiert), wenn $v^2 + [n^2 + (n-1)]\, u^2 = (3n-1)\,(2rh_c + w_c^2)$ werden soll. $u > v$.

1. Analysis. Es ist $2rh_c + w_c^2 = uv$; mithin $v^2 + [n^2 + (n-1)]u^2 = (3n-1)\, uv$ (1). Setzt man hierin $v = u - c$, so erhält man $\left[u + \frac{c}{n-1}\right]^2 = -\frac{c}{n-1} u$, was nur dann einen Sinn hat, wenn $n < 1$; daher das Beispiel $n = 2$ unausführbar ist. Dann kann die Gleichung auf die Form $\left[\frac{c}{1-n} - u\right]^2 = \frac{c}{1-n} u$ gebracht werden; d. h. u ist der kleinere Abschnitt der stetig geteilten Strecke $\frac{c}{1-n}$.

Kiehl. Stoll.

2. Analysis. Aus (1) der vorigen Analysis ergiebt sich $\frac{v}{u} = \frac{1}{2}\left(3n - 1 \pm (n-1)\sqrt{5}\right)$.

Glaser. Stegemann.

156. (Gestellt von Schlömilch XII_3, 201.) Setzt man $\frac{1}{2}\pi = \varrho$, so ist bei positivem ganzen n:

$$\sec\frac{\varrho}{n}^2 + \sec\frac{2\varrho}{n} + \cdots + \sec\frac{(n-1)\varrho}{n} = \frac{2}{3}(n^2 - 1).$$

Beweis. Es ist $\sin nx = \sin x\Big[(2\cos x)^{n-1} - \binom{n-2}{1}(2\cos x)^{n-3} + \binom{n-3}{2}(2\cos x)^{n-5}\ldots\Big]$, wobei negative Potenzen von $(2\cos x)$ auszuschließen sind. (Elementar bewiesen u. a. in Schlömilch, Algebraische Analysis § 43, 18). Setzt man $\frac{1}{2}x$ statt x und $2n$ statt n, so erhält man

$$\sin nx = \sin\frac{1}{2}x\cos\frac{1}{2}x\Big[2^{n-1}\Big(\cos\frac{1}{2}x^2\Big)^{n-1} - 2^{n-3}\binom{2n-2}{1}\Big(\cos\frac{1}{2}x^2\Big)^{n-2} + 2^{n-5}\binom{2n-3}{2}\Big(\cos\frac{1}{2}x^2\Big)^{n-3} - \cdots\Big].$$

Nun wird $\sin nx = 0$ für $x = 0, \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n} \ldots \frac{(n-1)\pi}{n}, \frac{n\pi}{n}$; setzt man daher die rechte Seite dieser Identität gleich Null, so wird man eine algebraische Gleichung mit der Unbekannten $\cos\frac{1}{2}x^2$ erhalten. Dann sind, abgesehen von den Faktoren $\sin\frac{1}{2}x$ und $\cos\frac{1}{2}x$, die Wurzelwerte dieser Gleichung der Reihe nach $\cos\frac{\varrho}{n}^2$, $\cos\frac{2\varrho}{u}^2$, $\ldots \cos\frac{(n-1)\varrho}{n}^2$. Die in der Aufgabe verlangte Summe ist die Summe der reziproken Wurzelwerte, wird also erhalten, wenn man den mit umgekehrtem Vorzeichen genommenen vorletzten Koeffizienten durch den letzten dividiert. Der Koeffizient der $(n-k)$ten Potenz von $\cos\frac{1}{2}x^2$ ist aber $(-1)^{k-1}\,2^{2n-2k+1}\binom{2n-k}{k-1}$, folglich der letzte Koeffizient $(-1)^{n-1}\,2\binom{n}{n-1} = (-1)^{n-1}\,2\binom{n}{1} = (-1)^{n-1}\,2n$, und der vorletzte $(-1)^{n-2}\,2^3\binom{n+1}{n-2} = (-1)^{n-2}\,2^3\binom{n+1}{3}$. Der gesuchte Quotient, somit auch die gesuchte Summe ist daher $\frac{2}{3}(n^2-1)$.

Durch Benutzung der anderen Sätze über die Wurzeln und über die symmetrischen Funktionen der Wurzeln erhält man noch andere einfache Relationen,

$$\text{z. B. } \cos\frac{\varrho}{n}^2\cos\frac{2\varrho}{n}^2\cdots\cos\frac{(n-1)\varrho}{n}^2 = \frac{n}{2^{2(n-1)}},$$

$$\cos\frac{\varrho}{n}^4 + \cos\frac{2\varrho}{n}^4 + \cdots + \cos\frac{(n-1)\varrho}{n}^4 = \frac{1}{8}(3n-4).$$

Stoll.

157. (Gestellt von Fuhrmann XII_3, 201.) Von den Kanten CD, CE, CF eines regulären Tetraeders seien bez. die Strecken $CD' = p$, $CE' = q$, $CF' = r$ abgeschnitten. Bilden nun DEF und $D'E'F'$ den Winkel φ, so ist $\cos\varphi^2 = \frac{A+2B}{3(3A-2B)}$, wo $A = q^2r^2 + r^2p^2 + p^2q^2$ und $B = pqr(p+q+r)$.

1. **Beweis.** Die Projektionen von D', E', F' auf DEF seien D'', E'', F'' und die von C sei M; dann ist $\cos\varphi = \frac{\triangle D''E''F''}{\triangle D'E'F'}$. Nun sind die Seiten von $D'E'F'$ bez. $\sqrt{p^2 + q^2 - pq}$, $\sqrt{p^2 + r^2 - pr}$, $\sqrt{q^2 + r^2 - qr}$; also $\triangle D'E'F' = \frac{1}{4}\sqrt{3A - 2B}$. Bezeichnen wir MD'' mit p', ME'' mit q' und MF'' mit r', so ist $p' = \frac{p}{\sqrt{3}}$, $q' = \frac{q}{\sqrt{3}}$, $r' = \frac{r}{\sqrt{3}}$. Da jeder der Winkel $D''ME''$, $E''MF''$, $F''MD''$ 120^0 beträgt, so ist $\triangle D''E''F'' = \frac{1}{2}(p'q' + q'r' + r'p')$. $\sin 120^0 = \frac{1}{4\sqrt{3}}(pq + qr + pr)$; u. s. w.

GLASER. ROTH (Buxtehude).

Herr Dr. Kiehl führt den Beweis zunächst allgemeiner für ein gerades Tetraeder, in welchem die Seitenkanten unter dem Winkel ν gegen die Basis geneigt sind; er findet $tg\varphi^2 = 4 tg\nu^2 \frac{A - B}{A + 2B}$, und geht nun auf den speziellen Fall des regulären Tetraeders, wo $tg\nu^2 = 2$ ist, über; es ist dann $tg\varphi^2 = \frac{8(A - B)}{A + 2B}$.

2. **Beweis.** CM treffe $D'E'F'$ in T, ferner sei $CU \perp D'E'F'$. Dann ist $< TCU = \varphi$ und $\cos\varphi = \frac{CU}{CT}$; CT ist gleich der Höhe des Tetraeders vermindert um $\frac{1}{3}(D'D'' + E'E'' + F'F'')$, d. h. $= \frac{1}{3}(p + q + r)\sqrt{\frac{2}{3}}$; CU läfst sich als Höhe der Pyramide $CD'E'F'$ bestimmen.

KIEHL.

3. **Beweis.** Es sei $p < q < r$. $D'E'$ treffe DE in G, und $D'F'$ treffe DF in H, so ist, wenn man durch E' eine Parallele zu ED zieht, $DG = \frac{q(a-p)}{q-p}$, und wenn man durch F' eine Parallele zu FD zieht, $DH = \frac{r(a-p)}{r-p}$. Ferner $GH^2 = \frac{(a-p)^2(A-B)}{(q-p)^2(r-p)^2}$ und $\triangle DGH = \frac{\sqrt{3}(a-p)^2\, qr}{4(q-p)(r-p)}$. Fällt man $DL \perp GH$, so ist $DL^2 = \frac{4\triangle^2}{GH^2} = \frac{3(a-p)^2 q^2 r^2}{4(A-B)}$. Die Transversale DJ, welche $< GDH$ halbiert, ist $= \frac{\sqrt{3}(a-p)qr}{q(r-p) + r(q-p)}$. Macht man $D''N \perp GH$, so ist $D''N : DJ - DD'' = DL : DJ$, mithin, da $DD'' = \sqrt{\frac{1}{3}}(a-p)$, $D''N^2 = \frac{(a-p)^2(A+2B)}{12(A-B)}$. Da $D'D'' = \sqrt{\frac{2}{3}}(a-p)$, so ist $tg\varphi^2 = \frac{D'D''^2}{D''N^2} = \frac{8(A-B)}{A+2B}$ u. s. w.

STEGEMANN.

4. Beweis. Wählt man CD, CE, CF zu Coordinatenachsen, so ist die Gleichung der Fläche DEF: $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1$ und die von $D'E'F'$: $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}+\frac{z}{r}=1$. Die Gleichungen des Lotes von C auf DEF sind: $nx=lz$ und $ny=mz$, wo $\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}m+n=\frac{1}{2}l+m+\frac{1}{2}n=l+\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}n=\frac{1}{a}$ zu nehmen ist; mithin $l=m=n=\frac{1}{2a}$. Die Gleichungen des Lotes von C auf $D'E'F'$ sind $n'x=l'z$ und $n'y=m'z$, wo $\frac{1}{2}l'+\frac{1}{2}m'+n'=\frac{1}{p}=p'$, $\frac{1}{2}l'+m'+\frac{1}{2}n'=\frac{1}{q}=q'$ und $l'+\frac{1}{2}m'+\frac{1}{2}n'=\frac{1}{r}=r'$; mithin $l'=\frac{1}{2}(-p'-q'+3r'), m'=\frac{1}{2}(-p'+3q'-r'), n'=\frac{1}{2}(3p'-q'-r')$. Der Neigungswinkel φ der beiden Ebenen ist gleich dem Winkel der beiden Lote. Stoll.

158. (Gestellt von Fuhrmann XII_3, 201.) Ein gerades Prisma, dessen Basis ABC ein gleichseitiges Dreieck ist, wird durch eine Ebene geschnitten, die von den Kanten die Länge $p=AA', q=BB'$ $r=CC'$ $(p>q>r)$ abschneidet. Die Ebenen von $A'B'C'$ und ABC schneiden sich unter $<\varphi$; $A'B'$ und AB schneiden sich in D, $A'C'$ und AC in E; es sei $<A'DA=\vartheta$ und $A'EA=\vartheta_1$; dann ist

$$\sin\varphi^2=\frac{4(tg\vartheta^2-tg\vartheta tg\vartheta_1+tg\vartheta_1^2)}{4(tg\vartheta^2-tg\vartheta tg\vartheta_1+tg\vartheta_1^2)+3},$$

also
$$\cot\varphi^2=\frac{3a^2}{2((p-q)^2+(q-r)^2+(r-p)^2)}.$$

(In dem Satz findet sich ein Fehler; es mufs $\sin\varphi^2$ statt $\cos\varphi^2$ und $\cot\varphi^2$ statt $tg\varphi^2$ heifsen).

1. Beweis. Die Seiten von $A'B'C'$ sind bez. $\sqrt{a^2+(p-q)^2}$, $\sqrt{a^2+(q-r)^2}$, $\sqrt{a^2+(r-p)^2}$, mithin
$\triangle A'B'C'=\frac{1}{4}\sqrt{3a^4+2a^2\{(p-q)^2+(q-r)^2+(r-p)^2\}}$;
$\triangle ABC=\frac{1}{4}a^2\sqrt{3}$. Mithin $\cos\varphi=\frac{\triangle ABC}{\triangle A'B'C'}$, woraus sich der obige Wert für $\cot\varphi^2$ ergiebt. Ferner ist $p-q=a tg\vartheta$, $p-r=a tg\vartheta_1$ $q-r=a(tg\vartheta_1-tg\vartheta)$, mithin

$$\cos\varphi^2=\frac{3}{4(tg\vartheta^2+tg\vartheta_1^2-tg\vartheta tg\vartheta_1)+3}.$$

Glaser. Kiehl. Roth. Bermann.

2. Beweis. Es ist $AD=\frac{p}{tg\vartheta}$; $AE=\frac{p}{tg\vartheta_1}$;

$$DE^2=\frac{p^2(tg\vartheta^2-tg\vartheta tg\vartheta_1+tg\vartheta_1^2)}{tg\vartheta^2\,tg\vartheta_1^2}.$$

Ferner
$$\triangle ADE=\frac{p^2\sqrt{3}}{4\,tg\vartheta\,tg\vartheta_1}.$$

Ist $AF \perp DE$, so ist $AF^2 = \frac{4\Delta^2}{DE^2} = \frac{3p^2}{4(tg\vartheta^2 - tg\vartheta\, tg\vartheta_1 + tg\vartheta_1^2)}$; mithin $tg\varphi^2 = \frac{p^2}{AF^2} = \frac{4}{3}(tg\vartheta^2 - tg\vartheta\, tg\vartheta_1 + tg\vartheta_1^2)$ u. s. w. ähnlich wie im 1. Beweis. STEGEMANN.

3. Beweis. Nimmt man zwei Grundkanten und eine damit zusammenstofsende Seitenkante des Prismas zu Coordinatenachsen, so ist $z = 0$, die Gleichung der Ebene ABC die der Ebene $A'B'C'$ $(p-q)x + (p-r)y + az = ap$. Man hat daher als Gleichungen des Lotes vom Anfangspunkte auf ABC $x = 0$, $y = 0$; ferner als Gleichungen des Lotes vom Anfangspunkte auf $A'B'C'$ $n'x = l'z$ und $n'y = m'z$, wo $l' + \frac{1}{2}m' = \frac{p-q}{ap}$, $\frac{1}{2}l' + m' = \frac{p-r}{ap}$ und $n' = \frac{1}{p}$ zu setzen ist. Der Winkel φ, welchen die Ebenen von ABC und $A'B'C'$ bilden, ist dann der der beiden Lote. STOLL.

Anmerkung. Herr Dr. Kiehl bemerkt, dafs sich auch, wenn die Basis des Prismas ein allgemeines Dreieck mit den Seiten a, b, c und dem Inhalt Δ ist, für den Winkel φ beider Ebenen die einfache Formel $tg\varphi^2 = \frac{a^2(p-q)(p-r) + b^2(q-r)(q-p) + c^2(r-p)(r-q)}{4\Delta^2}$ ergiebt.

159. (Gestellt von Fuhrmann XII_3, 202.) Ein reguläres Tetraeder wird durch eine Ebene senkrecht zur Grundfläche geschnitten. Die drei Schnittlinien der Seitenflächen bilden mit der Schnittlinie der Grundfläche die Winkel w_1, w_2, w_3. Dann ist $tgw_1 + tgw_2 + tgw_3 = 0$ und $tgw_1^2 + tgw_2^2 + tgw_3^2 = 12$.

Beweis. Man kann die Ebene, welche senkrecht auf der Grundfläche ABC stehen soll, durch die Spitze D des Tetraeders legen, da sich dann die Winkel w nicht ändern. Die Schnittlinie der Grundfläche geht also durch den Durchschnittspunkt O der Höhen der Grundfläche und schneide AC in E, BC in F und die Verlängerung von AB in G. Bezeichnen wir die Höhe des Tetraeders mit H und die der Grundfläche mit h, ferner $\angle CEO$ mit α, CFO mit β und AGO mit γ, so ist $tgw_1 = -\frac{H}{OE} = -\frac{3H}{h}\sin\alpha = -2\sqrt{2}\sin\alpha$; $tgw_2 = \frac{H}{OF} = 2\sqrt{2}\sin\beta$ und $tgw_3 = \frac{H}{OG} = 2\sqrt{2}\sin\gamma$. Also $tgw_1 + tgw_2 + tgw_3 = 2\sqrt{2}(\sin\beta + \sin\gamma - \sin\alpha)$ und $tgw_1^2 + tgw_2^2 + tgw_3^2 = 8(\sin\alpha^2 + \sin\beta^2 + \sin\gamma^2)$. Da nun $\beta = 120^0 - \alpha$, also $\sin\beta = \sin(\alpha + 60^0)$ und $\gamma = \alpha - 60^0$, also $\sin\gamma = \sin(\alpha - 60^0)$, so ist $\sin\beta + \sin\gamma = \sin\alpha$, und $\sin\beta^2 + \sin\gamma^2 = \frac{1}{2}\sin\alpha^2 + \frac{3}{2}\cos\alpha^2$, woraus sich dann leicht die obigen Formeln ergeben.

BERMANN (Liegnitz). KIEHL. ROTH. STAMMER (Düsseldorf). STEGEMANN. STOLL. Ähnlich GLASER.

Die Herren Kiehl, Stammer und Stegeman bemerken, daſs die Formeln für jedes gerade Tetraeder gelten.

160. (Gestellt von Schlömilch XII_8, 202.) Wenn eine Ellipse und eine Hyperbel die beiden Achsen gemein haben (die Hauptscheitel A und A_1 und der Mittelpunkt C fallen also zusammen) und man zieht durch A eine beliebige Gerade, welche die Ellipse in P, die Hyperbel in Q schneidet, so ist, wenn $PM \perp AA_1$ und $QN \perp AA_1$, NP Tangente an der Ellipse, MQ Tangente an der Hyperbel. Schneiden sich QM und NP in R, so ist $RA_1 \perp AA_1$.

1. Beweis. Die Gleichungen der Ellipse und der Hyperbel seien $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1$ und die von PQ sei $\frac{x}{a} + \frac{y}{\beta} = 1$. Die Coordinaten von P und Q sind dann resp. $\frac{a(\beta^2 - b^2)}{\beta^2 + b^2}$; $\frac{2b^2\beta}{\beta^2 + b^2}$ und $\frac{a(\beta^2 + b^2)}{\beta^2 - b^2}$; $-\frac{2b^2\beta}{\beta^2 - b^2}$. Als Gleichungen von NP und MQ erhält man resp. $\frac{x(\beta^2 - b^2)}{a(\beta^2 + b^2)} + \frac{y \cdot 2\beta}{\beta^2 + b^2} = 1$ und $\frac{x(\beta^2 + b^2)}{a(\beta^2 - b^2)} + \frac{y \cdot 2\beta}{\beta^2 - b^2} = 1$; dies sind aber die Tangenten der Ellipse und der Hyperbel bezüglich in P und Q. Als Abscisse des Schnittpunktes R der beiden Geraden erhält man $-a$, daher $RA_1 \perp A_1A$.

Bermannn. Budde (Duisburg). Capelle (Oberhausen).

2. Beweis. Wie im vorigen Beweise berechnet man CM und CN und findet $CM.\ CN = a^2$, mithin wird AA_1 durch M und N harmonisch geteilt. N ist daher der Pol von PM in Bezug auf die Ellipse, M der Pol von QN in Bezug auf die Hyperbel; daher NP Tangente an der Ellipse, MQ an der Hyperbel. In dem vollständigen Vierseit $PQMN$ werden auf AR durch PM und QN Punkte bestimmt, welche AR harmonisch teilen, also ist $AR \perp AA_1$.

Stammer. Stegemann. Stoll.

161. (Gestellt von Budde XII_8, 202.) Wird eine Parabel parallel zu sich selbst so verschoben, daſs ihr Scheitel eine feste Gerade durchläuft, so berühren die Polaren eines festen Punktes eine Parabel von doppelt so groſsem Parameter, aber von entgegengesetzter Lage.

Beweis. Wenn der Scheitel auf der geraden Linie $\beta = m\alpha$ sich fortbewegt, so ist ihre Gleichung $(y - m\alpha)^2 = 2p(x - \alpha)$ und die Gleichung der Polare des Punktes x', y' ist $(y' - m\alpha)(y - m\alpha) = p(x + x' - 2\alpha)$. Die Differentiation nach α giebt $-m(y + y') + 2m^2\alpha = -2p$ und die Elimination von α aus dieser Gleichung und der der Polare ergiebt $\left(y - y' - \frac{2p}{m}\right)^2 + 4p\left(x + x' - \frac{2y'}{m}\right) = 0$, woraus die Behauptung folgt.

Bermann. Stoll. Ähnlich Stegemann.

NB. Zu 136 hat Herr Dr. Bermann (Liegnitz) noch eine Lösung eingesendet.

B. Neue Aufgaben

Sätze über Segmentärpunkte und den Kreis der 7 Punkte.

Bezeichnungen wie in den Aufgaben 119, 120, 133 (XII_2, 107 und XII_4, 263).

195. Beschreibt man über den Seiten eines Dreiecks nach innen ähnliche gleichschenklige Dreiecke mit den Ecken A_1, B_1, C_1, so ist $\triangle A_1B_1C_1$ nur in folgenden zwei Fällen ähnlich ABC: 1) wenn der Basiswinkel $\varphi = 0^0$, 2) wenn $\varphi = \vartheta$ ist. — Im ersten Fall ist der um $A_1B_1C_1$ beschriebene Kreis der Feuerbachsche Kreis des Dreiecks ABC, im letzteren Fall der Kreis der 7 Punkte.

196. Die drei Seiten des Dreiecks fallen in eine Gerade, wenn $\sin(2\varphi + \vartheta) = 2 \sin\vartheta$ ist.

197. Aus der Formel $\cot\vartheta = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$ zu entwickeln $\cot 2\vartheta = \frac{\sin\alpha^4 + \sin\beta^4 + \sin\gamma^4}{2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma (\sin\alpha^2 + \sin\beta^2 + \sin\gamma^2)}$.

198. Ist d der Durchmesser des um ABC beschriebenen Kreises und e die Entfernung OO' der beiden Segmentärpunkte, so ist $d = \frac{e}{\sin\vartheta \sqrt{1-4\sin\vartheta^2}} = \frac{2e}{\sin 2\vartheta \sqrt{1-3tg\vartheta^2}}$.

199. $\cot\vartheta$ ist das Ähnlichkeitsverhältnis des gegebenen Dreiecks und der unter einander kongruenten Dreiecke, welche man erhält, wenn man auf den Seiten in ihren Endpunkten in gleicher Weise Senkrechte errichtet.

200. Die Dreiecke ABC und $A'B'C'$ (siehe 133) sind gegenwendig ähnlich in schiefer Lage. Ihr Situationspunkt sei D und ihre Situationsachse G; dann ist $HD \perp G$.

201. Die Dreiecke ABC und $A'B'C'$ haben denselben Schwer punkt E.

202. Die Punkte D, E und S (Mittelpunkt von OO') liegen auf einer Geraden und es ist $DE = 2ES$, also ist E Schwerpunkt des Dreiecks DOO'. H. Brocard (Algier).

Sätze, welche mit Nr. 166 (XII_4, 266) in Zusammenhang stehen.

203. Errichtet man auf den Seiten eines Dreiecks ABC in den Punkten X, Y, Z, in denen dieselben von einer Transversale geschnitten werden, Lote, so schliefsen diese ein Dreieck $A'B'C'$ ein, welches dem Dreieck ABC ähnlich ist. Beide Dreiecke liegen collinear und zwar fällt das Collineationscentrum mit einem der beiden Punkte zusammen, in denen die den beiden Dreiecken umgeschriebenen Kreise K und K' einander schneiden.

204. Verbindet man den andern Durchschnittspunkt der Kreise K und K' mit A, B und C, so bestimmen diese Linien auf dem Kreise K' die Ecken eines zweiten Dreieckes $A''B''C''$, dessen Seiten auf den Seiten von ABC ebenfalls senkrecht stehen.

205. Die Kreise K und K' schneiden einander rechtwinklig.
HETZER (Hagen, Westfalen).

206. Gegeben die Gerade T, auf ihr Punkt A und aufserhalb Punkt C. Von A aus werden an alle Kreise, welche durch C gehen und T berühren, Tangenten AP gelegt. Gesucht wird der Ort des Punktes P. Dr. WEINMEISTER I (Leipzig).

207. Sechs gegebene Ebenen sollen von einer siebenten in einem Tangenten-Sechsseit eines Kegelschnittes geschnitten werden.
Dr. WEINMEISTER I (Leipzig).

208. Drei konzentrische Kegelschnitte sind gegeben durch die Gleichungen

$$Ax^2 + By^2 = 1 + k,\quad Ax^2 + By^2 = 1,\quad Ax^2 + By^2 = \frac{1}{1+k},$$

worin k eine beliebige absolute Zahl bedeutet. Von irgend einem Punkte P des ersten Kegelschnitts sind Tangenten an den zweiten Kegelschnitt gelegt, deren Berührungspunkte T_1 und T_2 heifsen mögen; ferner sei p der Abstand des Poles P von der Polare T_1T_2, endlich q die Entfernung des Kegelschnittscentrums von T_1T_2; dann gilt immer die Relation $p = kq$, und zugleich berührt die Polare T_1T_2 den dritten Kegelschnitt. SCHLÖMILCH.

209. Welches ist die Umhüllungscurve der Polaren eines festen Punktes als Pol in Bezug auf einen Kreis, der auf der Peripherie eines festen Kreises rollt? Dr. BUDDE (Duisburg).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Die mit † versehenen Auflösungen sind von den Redakteuren des Aufgaben-Repertoriums hinzugefügt, die anderen den nichtdeutschen Fachzeitschriften entnommen.

Geometrische Aufgaben.

89. Ein Dreieck zu zeichnen, wenn die Mitten der Bogen des umgeschriebenen Kreises, welche über den Seiten des Dreiecks liegen, gegeben sind.

1. Anal. D sei die Mitte von $\widehat{BC}$, E die von $\widehat{AC}$ und F die von $\widehat{AB}$; der Durchschnittspunkt von AD und EF sei O. Es ist $\sphericalangle ADF + DFC + EFC = \frac{1}{2}\gamma + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta = 90^0$; daher $\sphericalangle FOD = 90^0$, mithin $AD \perp EF$, ebenso $BE \perp DF$ und $CF \perp DE$.

2 Anal. † Trifft MF den Kreis noch in G, so ist $\angle EMG = \alpha$, $\angle DMG = \beta$, also $\widehat{DC} = \widehat{DB} = \widehat{EG}$, $\widehat{EC} = \widehat{EA} = \widehat{DG}$.
Journ. élém.

90. Ein Dreieck zu zeichnen, wenn die drei Punkte gegeben sind, in welchen die Höhen des Dreiecks den umgeschriebenen Kreis treffen.

Anal. Die von A gefällte Höhe treffe den Kreis in D, die von B in E und die von C in F; dann ist C die Mitte von $\widehat{DE}$ u. s. w.
Journ. élém.

91. Ein Dreieck zu zeichnen, wenn die drei Punkte D, E und F gegeben sind, in welchen die von demselben Eckpunkt ausgehende Höhe, Winkelhalbierende und Mittellinie den um das Dreieck beschriebenen Kreis treffen.

Anal. † Durch D, E und F ist der um das Dreieck beschriebene Kreis mit dem Mittelpunkt M bestimmt, also ME; C bestimmt durch $DC \parallel EM$; ferner auch die Mitte G von AB als Durchschnittspunkt von CF und ME. Journ. élém.

92. Ein Dreieck zu zeichnen aus einem Winkel γ, der Halbierungslinie w_c desselben und der nach der Gegenseite gezogenen Mittellinie t_c.

Anal. † Es sei $CD = w_c$; verlängert man $CE = t_c$ um sich selber bis F, so ist $\angle CBF = 2R - \gamma$: BG halbire $\angle CBF$, daher mufs es senkrecht CD sein. Nun ist $AD:DB = FG:CG = b:a$, also $DG \parallel CB$. Zieht man noch $DH \parallel GB$, so ist $DGBH$ ein Parallelogramm, also $DH = GB$. Nun ist DH bestimmt aus $\triangle CDH$. Also $\triangle CBF$ zu konstruieren aus $CF = 2t_c$, $\angle CBF = 2R - \gamma$ und der Halbierungslinie desselben $BG = DH$. Journ. élém.

93. Ein Dreieck zu zeichnen aus den beiden Seiten a und b; die dritte Seite c soll gleich der zugehörigen Höhe h_c sein.

1. Anal. † Der Gestalt nach ist das Dreieck durch c, h_c und $a:b$ bestimmt.

2. Anal. † Die Höhe sei CD; konstruiert man abwärts vom Dreieck ABC $\triangle BAE \cong CDB$, so ist $\angle CBE = R$; also C, B, E bestimmt; für A leicht zwei Örter.

3. Berechnung. † $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos\gamma$; $ab\sin\gamma = c^2$; mithin $ab\,(\sin\gamma + 2\cos\gamma) = a^2 + b^2$, also $\sin\gamma + 2\cos\gamma = \frac{a^2 + b^2}{ab}$.

4. Berechnung. † $\sin\alpha^2 = \frac{a\sin\gamma}{b}$, $\sin\beta^2 = \frac{b\sin\gamma}{a}$; hieraus $\cos 2\alpha$ und $\cos 2\beta$; durch Subtraktion beider Ausdrücke ergiebt sich $\sin\delta = \frac{a^2 - b^2}{ab}$ u. s. w. Journ. élém.

94. Über den Seiten eines Dreiecks ABC konstruiert man die Quadrate $ABED$, $ACGF$, $BCHJ$; ED und GF schneiden sich in A', DE und HJ in B', FG und JH in C'. Nun ist $\triangle ABC$ zu zeichnen, wenn A', B', C' gegeben sind.

Anal. ABC und $A'B'C'$ befinden sich in Ähnlichkeitslage; dann schneiden sich $B'B$ und $C'C$ im Ähnlichkeitspunkte M. Nun ist $CG:CH = C'A':C'B'$, also die Richtung von CC' bestimmt; ferner $BJ:BE = B'C':B'A'$, also die Richtung von BB' bestimmt, mithin auch M, und $BCHJ$ als das in $B'MC'$ beschriebene Quadrat. Journ. élém.

95. In ein gegebenes Viereck $ABCD$ ein gleichschenkliges Trapez $MNPQ$ zu zeichnen, dessen Ecke M auf AB gegeben ist, und dessen beide parallele Seiten MN und PQ parallel AC sind.

Anal. † MN bestimmt; die Mittelsenkrechte von MN trifft AC in O; dann muſs $PO = QO$ sein. Konstruiert man $\triangle ACF \sim QPO$, so ist D ihr Ähnlichkeitspunkt, also DO ein Ort für F, ein anderer die Mittelsenkrechte von AC. Dann ist $OQ // FA$, $OP // FC$. Nouv. Ann.

96. Durch einen gegebenen Punkt O drei Gerade von gegebener Länge so zu ziehen, daſs ihre Endpunkte die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks sind.

Anal. Ist ABC das gleichseitige Dreieck, so sind OA, OB, OC gegeben. Konstruiert man über OA das gleichseitige Dreieck OAD, so ist $\triangle BAD \cong CAO$, also $BD = OC$, daher $\triangle BOD$ bestimmt u. s. w. Journ. élém.

97. Gegeben $\angle ACB$ und auf seinen Schenkeln die Punkte A und B; es sollen zwei gleiche Kreise gezeichnet werden, welche die Schenkel in A und B, und sich gegenseitig berühren.

Anal. † Die Mittelpunkte der gesuchten Kreise seien K und K', AK und BK' treffen sich in D, so ist $\triangle ABD$ gegeben; in diesem ist nun KK' so zu ziehen, daſs $AK + BK = KK'$ und $AK = BK'$ ist. Journ. élém.

98. Gegeben Kreis K mit dem Durchmesser $AB = 2r$. Auf dem Kreise den Punkt X so zu bestimmen, daſs, wenn man an den Kreis in X eine Tangente legt, welche die Verlängerung von AB in C trifft, $AX = CX$ ist.

Anal. † Zieht man KX und BX, so ist $\triangle AXB \cong CXK$, mithin $KX = BX = r$. Journ. élém.

Litterarische Berichte.

A) Recensionen.

JOACHIMSTHAL, F., Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die allgemeine Theorie der Flächen und der Linien doppelter Krümmung. Zweite Auflage, bearbeitet von L. Natani. Mit zahlreichen Figuren im Text. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. VIII. 242 S. Pr. 6 *M.*

Neun Jahre sind vergangen, seitdem Direktor Liersemann in Reichenbach zuerst diese Vorlesungen seines leider so früh dahingeschiedenen Lehrers Joachimsthal der Oeffentlichkeit übergeben hat. Als Hülfsbuch für akademische Vorträge, als Lehrbuch für Studierende hat sich das Werk sehr rasch eingebürgert, wie die vorliegende zweite Auflage beweist. Herr Leopold Natani, der diese letztere bearbeitete, hat eine Reihe von Zusätzen im Texte gemacht und ausserdem noch einen grösseren selbstständigen Anhang hinzugefügt. Unsere Pflicht wird es sein, die neue Ausgabe mit der ursprünglichen zu vergleichen und die Unterscheidungsmerkmale jener gegenüber dieser hervorzuheben, da ja das Werk an sich wohl allen Interessenten hinlänglich bekannt sein dürfte. I und II sollen in der Kürze die beiden Auflagen bezeichnen.

Schon die Definition des Wortes „Kurve doppelter Krümmung" ist eine andere, etwas allgemeinere, in II als in I. Die Discussion von Schraubenlinie und Schraubenfläche hat bei Natani dadurch gewonnen, dass sie sich auf eine neue instruktive Illustration stützen kann, welche bei Liersemann fehlt. Die linke Seite der Gleichung der Schmiegungsebene giebt II nicht bloss als Funktion von x, y, z, t, sondern auch als Funktion von x, y, z, s (Bogenlänge). Sehr dankenswert ist (S. 24 von II) die ausdrückliche Betonung der — selbst von einem Monge verkannten — Thatsache, dass im Raume die Kurve der Krümmungscentra durchaus nicht mit der Evolute identisch ist. Dem § 21 ist eine die Rechnung erheblich vereinfachende Randnote beigegeben worden. In den §§ 41, 42 ist die Stoffeintheilung eine etwas andere geworden, so dass, von I abweichend, erst in § 43 zur Aufstellung der Gleichung der Tangentialebene geschritten wird. Zum Meusnierschen Satze ist in § 45[a]

ein neuer und eleganter Beweis durch sphärische Trigonometrie hinzugekommen; ein Gleiches gilt für § 46ª, in welchem der Begriff der Dupinschen Indicatrix eingeführt und erläutert wird. Die Bestimmung der Nabelpunkte wird in II nicht bloss allgemein, wie in I, sondern auch noch für den speciellen Fall des dreiaxigen Ellipsoides durchgeführt; ebenso wird bei der Berechnung des Produktes der beiden Hauptkrümmungshalbmesser etwas mehr in das rechnerische Detail eingegangen (§ 61). Neu und sehr umfangreich ist § 64ª, welcher den von Joachimsthal ein wenig stiefmütterlich behandelten Krümmungskurven zu ihrem guten Rechte verhilft. Aehnliches gilt für die Grundeigenschaften der developpablen Flächen; so sind insbesondere in § 76ª mehrere Theoreme, die ursprünglich nur mittelst infinitesimal-geometrischer Betrachtungen erhalten waren, analytisch verificirt worden. §§ 81 und 82 sind in II inhaltlich gegen I vertauscht, so dass nunmehr die Komplanation des Ellipsoides als unmittelbarste Anwendung der elliptischen Raumkoordinaten auftritt. Fast ganz intakt ist der von Joachimsthal selbst mit unnachahmlicher Eleganz behandelte neunte Abschnitt geblieben, welcher von den geodätischen Linien und den aus diesen gebildeten Dreiecken handelt. Dagegen bringt § 101ª viele neue Momente bei für die Integration partieller linearer Differentialgleichungen.

Völlig neu, wie schon bemerkt, ist der über vierzig Seiten sich erstreckende Anhang. Herr Natani giebt zuerst einen eleganten Ausdruck für den Inhalt eines wie immer gebildeten Kugelvieleckes, zeigt sodann, wie sich gewisse Formeln der sphärischen Trigonometrie beim Unendlichkleinwerden gewisser Elemente modificiren und macht hiervon Gebrauch, um einen von Jacobi — die häufig widerkehrende Schreibart „Jakobi" wirkt sehr störend — aufgestellten Lehrsatz über Dreiecke aus Raumkurven nachzuweisen. Ferner werden die mannigfaltigsten Anwendungen von einer dem Herausgeber eigentümlichen Koordinatendarstellung gemacht und vielfache Ergänzungen zur Lehre von der Flächenkrümmung nachgetragen. — Die Hoffnung Natanis, dass das ausgezeichnete Buch durch seine Supplemente noch gewonnen haben möge, wird, glauben wir, jeder teilen, der im Anschluss an unsere Angaben eine Vergleichung der zweiten mit der ersten Ausgabe vornimmt.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Mahler, Dr. Eduard. Die Fundamentalsätze der allgemeinen Flächentheorie. Mit 5 Figuren in Holzschnitt. Wien. Druck und Verlag von L. W. Seidel & Sohn. 1880. IV. 25 S. Pr. 1 ℳ.

Der Verf. bezeichnet diese kleine Schrift selbst als „eine neue, selbständige, leichtfassliche Bearbeitung der wichtigsten Sätze der

allgemeinen Flächentheorie", und man kann ihm zugestehen, dass diese seine eigene Charakteristik richtig ist. Anklänge an andere Schriften finden sich natürlich mehrfach vor, und es hätte nichts geschadet, wenn dem Texte noch einige Citate mehr beigegeben worden wären. Bezüglich der Zerteilung der Fläche in Elemente durch zwei orthogonale Kurvenschaaren verweisen wir auf das treffliche, viel zu wenig gewürdigte, Posener Gymnasialprogramm von Kretschmer (Ostern 1875); die Einführung der Einheitskugel bei Ableitung des Krümmungsmaasses ist ein Verdienst Baltzer's, und einige rein geometrische Beweise erinnern an Ruchonnets (von uns früher in dieser Zeitschrift besprochene) „Exposition géométrique des propriétés générales des courbes", von welcher soeben eine neue Auflage erschienen ist. Ein Hauptgewicht legt der Verf. auf seine Neu-Einführung der den Gauss'schen E, F, G analogen Grössen $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{G}$, und, soweit unsere Kenntniss reicht, müssen wir ihm auch die Urheberschaft dieser nicht unwesentlichen Modification des gewöhnlichen Verfahrens zugestehen. So gelingt ihm z. B. auf diese Weise die Darstellung des Krümmungshalbmessers eines Normalschnittes unter der eleganten Form

$$\sqrt{\frac{E + 2F\frac{\partial v}{\partial u} + G\left(\frac{\partial v}{\partial u}\right)^2}{\mathfrak{E} + 2\mathfrak{F}\frac{\partial v}{\partial u} + \mathfrak{G}\left(\frac{\partial v}{\partial u}\right)^2}}.$$

Was den Gang der Schrift anbetrifft, so wird zunächst der Begriff allgemeiner krummliniger Koordinaten auf der Fläche erörtert, sodann Tangentialebene und Normale bestimmt und hierauf eine Theorie der Normalschnitte aufgestellt, welche im Beweise des Eulerschen Lehrsatzes gipfelt und gleichzeitig in sehr ansprechender Weise die Nabelpunkte beizieht. Es folgt die Lehre vom Krümmungsmaass und von den Krümmungskurven, für welch letztere eine neue Differentialgleichung entwickelt wird, und den Beschluss bildet die Lehre von den geodätischen Linien. Das gewandt geschriebene Schriftchen wird sich unter den Studirenden der Mathematik gewiss bald Freunde erwerben.

Ein unbedeutender Druckfehler ist Seite 24, Zeile 2 v. u., ein sinnstörender Seite 10, Zeile 2 v. u. zu verbessern, wo das gothische t den Leser irreführt. Die Seite 17 gebrauchte Wendung, „weil die Einheitskugel auf sich selbst abwickelbar ist", halten wir für gefährlich, denn wenn auch der Kundige sofort weiss, was eigentlich gesagt werden soll, so wird doch der Anfänger, der eben gelernt hat, eine Kugel gehöre nicht zu den developpablen Flächen, an jener Ausdruckweise Anstoss nehmen müssen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

A. Milinowski (Oberlehrer am Gymnasium zu Weifsenburg i. E.), die Geometrie für Gymnasien und Realschulen, ein Lehr- und Übungsbuch. I. Teil. Planimetrie. Mit Holzschnitten im Text und vier Figurentafeln. Leipzig bei Teubner. VII u. 123 S. Preis: M. 2. —

Das vorliegende Buch unterscheidet sich von den gewöhnlichen geometrischen Schulbüchern hauptsächlich dadurch, dafs es die Übungsaufgaben überall in den Vordergrund treten läfst; es ist eigentlich eine Aufgabensammlung, welcher die Hauptsätze der Theorie nebst ihren Beweisen in möglichst knapper Form eingestreut sind, weil ihre Kenntnis zum Lösen der Aufgaben unentbehrlich ist. Diese Methode, den Schwerpunkt des geometrischen Unterrichtes im Lösen der Aufgaben zu suchen, hat jedenfalls ihre nicht zu unterschätzenden pädagogischen Vorteile. Da der Schüler, welcher nach ihr vorgebildet wird, in höherem Grade selbstthätig ist, so hat er gröfsere Freude am Arbeiten, und es wächst sein Interesse am Unterricht; während andrerseits durch eine zu grofse Betonung der Theorie leicht Gleichgültigkeit entsteht, oder, was noch viel schlimmer ist, ein mehr oder weniger mechanisches Verarbeiten des geistigen Materiales. Ganz mit Recht sagt der Verfasser im Vorwort, dafs der geometrische Unterricht unter den mathematischen Disciplinen die gröfste bildende Kraft habe, und es veranlafst ihn dies, Beweise, die vorzugsweise mit Rechnung geführt werden, zu vermeiden. Um möglichst frühzeitig mit Konstruktionsaufgaben zu beginnen, hat er das für sie wichtigste Kapitel, das Kreiskapitel, dem Anfang näher gestellt, als es gewöhnlich üblich ist; er läfst es nämlich unmittelbar auf die Neben- und Scheitelwinkel folgen. Dem Kreis schliefst sich naturgemäfs das gleichschenkelige Dreieck an; dann kommen die Kongruenzsätze, Winkel an Parallelen, die Parallelogramme, der Winkelsummen-Satz beim Dreieck, Centri- und Peripheriewinkel, Proportionalität der Strecken u. s. w. Wenn die Anordnung des Stoffes von der gewöhnlichen abweicht, so ist dies lediglich im Interesse der Aufgaben geschehen. Die algebraische Geometrie ist durch Aufgaben über das Konstruieren algebraischer Ausdrücke, sowie durch konstruktive Lösung quadratischer Gleichungen mit einer Unbekannten vertreten. An die Lehre von den harmonischen Gebilden schliefst der Verfafser die, aus seinen „Kegelschnitten“ bekannte, harmonische Verwandtschaft mit Übungsaufgaben an. Neben derselben wird auch die Kreisverwandtschaft und die Methode der Kreisbüschel ziemlich eingehend verwendet; namentlich wird mit ihrer Hilfe die Aufgabe gelöst: einen Kreis zu konstruieren, welcher drei gegebene Kreise unter bestimmten Winkeln schneidet. Das Buch schliefst mit der Behandlung der ausgezeichneten Punkte des Dreieckes, und es findet sich hier der seltene Beweis vor, dafs der Feuerbachsche Kreis die vier dem Dreieck ein- und anbeschriebenen Kreise berührt.

Es seien im folgenden einige Punkte erwähnt, deren Änderung dem Referenten wünschenswert erscheint. Zunächst würde er den Satz von der Winkelsumme im Dreieck nicht gar so spät bringen, nämlich nicht erst zwei Paragraphen vor der Proportionalität, nachdem der Schüler bereits 373 Übungsaufgaben gelöst hat; der Satz ist denn doch zu wichtig, um nicht eine frühere Stelle einzunehmen. Ferner ersetzt der Verfaſser bei dem Nachweis, daſs die Potenzlinien zweier sich nicht schneidenden Kreise eine Gerade ist, den gewöhnlichen algebraischen Beweis durch einen synthetischen — indirekten. Da man indes auch die letztere Beweisform möglichst meidet, so hat man im vorliegenden Fall von zwei Übeln das kleinere zu wählen. Der Referent glaubt — im Gegensatz zum Verfaſser — an dieser Stelle das kleinere Übel im algebraischen Beweis zu erkennen; der letztere hätte sich hier um so einfacher gestaltet, als er bereits durch die Aufgabe A 777, die überdies durch schrägen Druck als wichtig betont ist, vorbereitet war. Endlich wäre es zu wünschen, daſs in den Übungen der Unterschied zwischen Aufgabe, Lehrsatz und Erklärung streng aufrecht erhalten bliebe, und daſs nicht, wie hier geschehen, diese verschiedenen Begriffe mit dem gemeinsamen Buchstaben A (Aufgaben) bezeichnet würden. So sind z. B. mit A versehen die Erklärungen 28, 92, 908a, 1039, 1080 (s. dagegen 341, 350) und die Lehrsätze 20, 46, 47, 179, 180, 189, 445 u. s. w.

Die Stereometrie, welch in kurzem folgen soll,*) verspricht nach dem, was von ihr im Vorwort gesagt worden ist, sehr interessant zu werden, zumal da der konstruktive Charakter der stereometrischen Übungsaufgaben immer noch viel zu sehr hinter dem algebraischen zurücksteht, sodaſs jeder Schritt, welcher in dieser Hinsicht nach vorwärts gethan wird, sicher freudig zu begrüſsen ist.

Leipzig. Dr. Weinmeister I.

Wretschko, Dr. Andreas (Professor in Brünn), Elemente der analytischen Geometrie der Ebene. Brünn, Carl Winiker. 1880. II und 92 Seiten. Preis 80 kr. = 1,40 M.

Der Verfasser will in diesem Lehrbuche seine „mehrjährigen Unterrichtserfahrungen auf dem Gebiete der analytischen Geometrie der Ebene" niedergelegt haben, und hat nur so viel von dem Lehrstoff aufgenommen, als nach dem vorgeschriebenen (österreichischen) Lehrplane in der gegebenen Zeit wirklich absolvirt werden kann. An Klarheit und Bestimmtheit des Ausdrucks hat es der Verfasser nicht fehlen lassen, wenn auch beide etwas in Pedanterie ausarten. Uebungsstoff ist sehr reichlich vorhanden, namentlich Zahlenbeispiele findet

*) Ist bereits erschienen und soll im folgenden Hefte besprochen werden. Red.

man in Ueberfluss. Derselbe ist in den fortlaufenden Lehrstoff eingeschoben, sogar zum Teil mit fortlaufenden Paragraphen versehen; dies dürfte zu tadeln sein, weil dadurch die Uebersicht über das eigentlich zu Lernende erschwert wird. Die Herleitung der Gleichung einer Geraden, die durch zwei gegebene Punkte geht, ist etwas schwerfällig; die elegantere, die darin besteht, dass man von den drei aufgestellten Gleichungen je zwei aufeinander folgende subtrahirt, und dann diese beiden durch einander dividirt, ist bei weitem vorzuziehen. Gegen die Anmerkung auf Seite 16, wo es heisst: „Bei der Auflösung von besonderen Zahlenbeispielen empfiehlt es sich in vielen Fällen, die zu suchenden Grössen und Gleichungen nicht durch Specialisirung der betreffenden Resultate ..... zu bestimmen“, müssen wir bemerken, dass es immer richtiger ist, wenn Anfänger das Gesuchte nach der bei der allgemeinen Entwickelung befolgten Methode bestimmen, damit diese Methode gehörig sich einprägt. Ob es richtig sei, dass der Verfasser die Kegelschnitte in der Reihenfolge: Parabel, Kreis, Ellipse, Hyperbel betrachtet, möchten wir bezweifeln. Zur gehörigen Einübung der analytischen Methode empfiehlt es sich doch wohl, die bekannte krumme Linie, den Kreis, voranzustellen, um eben an Bekanntes anknüpfen zu können; der vom Verfasser angeführte Grund, warum er die Parabel vorangestellt habe, „weil deren Gleichung in der Physik schon bei der Lehre vom Wurf vorkomme“, scheint uns nicht stichhaltig zu sein.

Uebrigens ist das Buch als Schulbuch wohl zu empfehlen.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

BARTL, EDUARD (Professor an der ersten deutschen Staatsoberrealschule in Prag), Sammlung von Rechnungsaufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie, für die oberen Klassen der Mittelschulen, insbesondere für Abiturienten und Lehramtscandidaten zusammengestellt. Prag, H. Dominicus. 1879. II und 111 Seiten. Preis ?

Der Titel dieses guten Buches passt streng genommen nur auf den ersten grossen Abschnitt, in welchem Aufgaben gegeben sind, in denen gewisse Stücke von Figuren und Körpern aus gegebenen teils mit allgemeinen, teils mit speciellen Zahlen zu berechnen sind. Diese Aufgaben betreffen: die Anzahl von Punkten und Geraden, die Winkel im Allgemeinen, die Winkel im Kreise, das rechtwinklige Dreieck (117 Aufgaben), das Quadrat, das Rechteck, das gleichseitige und gleichschenklige Dreieck, das ungleichseitige Dreieck (128 Aufgaben), den Rhombus, das schiefwinklige Parallelogramm, das Trapez, das Sehnenviereck, das Trapezoïd, das Deltoid, die Proportionen im Kreise, den Kreis selbst, die ein- und umgeschriebenen regelmässigen Vielecke, den einem Dreiecke umgeschriebenen Kreis und die Berührungskreise des Dreiecks, die sich berührenden Kreise, Flächen-

summe und Flächendifferenz mehrerer Kreise. Die Aufgaben sind so gewählt, dass alle Haupteigenschaften bei dem Ansatz der Gleichungen in Betracht gezogen werden müssen; sie erfüllen also den doppelten Zweck einer ausgedehnten Repetition der Planimetrie und einer fortwährenden Uebung in der Auflösung von Gleichungen. Die Resultate sind meistens beigefügt; vor dem Gebrauch aber raten wir, die angegebenen Setzfehler zu corrigiren, deren nicht ganz wenige sind.

Der zweite Abschnitt enthält Aufgaben, die zwar ebenfalls algebraisch zu lösen sind, deren Resultate aber graphisch darzustellen sind; es werden aber nur homogene Ausdrücke in Betracht gezogen, nicht, wie in der graphischen Arithmetik, Ausdrücke, in denen Glieder von verschiedenen Dimensionen vorkommen. Auf diesen Abschnitt bezieht sich die Einleitung, in welcher die Bestimmung der Zahl der Dimensionen eines algebraischen Ausdrucks und die Homogenität erklärt wird. Hier ist uns aufgefallen, dass der Verfasser in einer Anmerkung (S. 3) sagt, ein Bruch habe nur dann eine geometrische Bedeutung, wenn Zähler und Nenner homogen seien, während er doch vorher richtig erörtert hat, dass z. B. $\frac{ab}{c}$ eine Dimension habe, also eine Strecke bedeute, dagegen $\frac{ab}{cd}$ gar keine Dimension habe, also eine absolute Zahl sei. Zweckmässig hat der Verfasser ausdrücklich die Bemerkung hinzugefügt, dass wenn man an einer homogenen Gleichung beiderseits gleiche Operationen ausführt, im Laufe der Rechnung beide Seiten homogen bleiben müssen, was eine gute Controlle für die Richtigkeit der Rechnung ist. Diesem zweiten Abschnitte vorangestellt sind 11 Elementarformeln, die eine planimetrische Bedeutung haben; dann folgen (30 + 28) zusammengesetzte Formeln, deren Konstruktion auszuführen ist. Die Aufgaben enthalten: 1. Theilungen einer Strecke, 2. Dreiecksbestimmungen, 3. Vierecksaufgaben, 4. Kreisaufgaben — zusammen 74 Aufgaben aus dem Gebiete der Planimetrie. Der dritte Abschnitt enthält stereometrische Aufgaben, und zwar betreffend: 1. den Würfel, 2. das rechtwinklige Parallelepiped (der Verfasser schreibt Parallelopiped!), 3. das dreiseitige Prisma, 4. das mehrseitige Prisma, 5. die dreiseitige Pyramide, 6. das Tetraëder, 7. die mehrseitige Pyramide, 8. den Pyramidenstumpf, 9. den Cylinder, 10. den Kegel (60 Aufgaben), 11. den Kegelstutz, 12. die Kugel, 13. Cylinder und Kegel vereint, ebenso 14. Cylinder und Kugel, 15. Kegel und Kugel, 16. alle drei runden Körper. Auch in diesen Abschnitten sind meistens die Rechnungsresultate beigefügt, bei schwierigeren Aufgaben ist auch eine kurze Anleitung zur Lösung angegeben. Aus dem Mitgeteilten möge man ersehen, dass das Buch durchaus empfehlenswert ist. Figuren enthält es nicht, die auch überflüssig sein würden. Die Ausstattung seitens des Verlegers ist gut.

Lübeck. Chr. Scherling.

Witter, Hans (Professor am n. ö. Landes-Real- und Obergymnasium in Horn), Lehr- und Uebungsbuch für den geometrischen Unterricht in der dritten Gymnasialklasse. Wien, Verlag von A. Pichlers Wittwe und Sohn. VI und 52 Seiten.

Das Heftchen enthält den geometrischen Lehrstoff der dritten Klasse der österreichischen Gymnasien, nämlich die Lehre vom Kreise, vollständig. Die Entwickelung ist genetisch; der Text enthält eine grosse Reihe systematisch geordneter Aufgaben, an deren Spitze in der Regel eine oder mehrere unbestimmte Aufgaben stehen; die Beweise der Lehrsätze sind nirgends vollständig durchgeführt und dem Texte sind nur die nothwendigsten Figuren beigefügt. Konstruktion und Rechnung sind nicht gesondert, sondern eng mit einander verknüpft. Der Ausdruck ist knapp und präcis. In neun Abschnitten werden nach einander behandelt: der Kreis und die Kreisfläche, der Kreis und der Punkt, zwei Kreise, der Kreis und die Gerade, der Kreis und der Winkel, der Kreis und parallele Gerade, die Sehnen- und Tangenten-Vielecke, Kreis- und Bogen-Messung (Reztification), Messung von Kreisflächen und Teilen derselben (Quadratur).

Das Heftchen empfiehlt sich ausser durch die saubere Ausstattung durch die beobachtete Methode, welche die Selbstthätigkeit des Schülers zu fördern geeignet ist. Nach einer Bemerkung auf dem Umschlage befindet sich ein Lehr- und Uebungsbuch für die beiden unteren Stufen in Vorbereitung; fällt dasselbe ebenso zweckentsprechend aus, wie das vorliegende, so zweifeln wir nicht, dass sich das ganze Werkchen Eingang in die Schulen verschaffen wird.

Chr. Scherling.

Erler, Dr. W., (Prof. u. 1. Oberl. a. k. Pädagogium b. Züllichau). Die Elemente der Kegelschnitte in synthetischer Behandlung zum Gebrauche in der Gymnasialprima. (Mit 1 lith. Fig.-Taf.) 2. Aufl. Leipzig, bei Teubner 1881.

Von dieser kleinen (dem Mathematiker Prof. und Reg.-Rath Kummer gewidmeten) Schrift, die zuerst als Separatabdruck eines im Jahrgange 1877 ds. Zeitschr. (S. 99 u. f.) gelieferten Aufsatzes erschien, ist bereits eine zweite Auflage nötig geworden. Obschon nun inzwischen derselbe Gegenstand auch von andern tüchigen Kräften*) (Milinowski, Dronke, Fuhrmann) und zwar zum Teil ausführlicher bearbeitet worden ist, so dürfte doch gerade die Schrift Erlers — übrigens nach dem Vorwort eines Schülers von J. Steiner — zur Verwendung in der Schule vorzugsweise zu empfehlen sein und zwar wegen ihrer Beschränkung auf das Wesenliche und wegen ihrer an die Alten sich anlehnenden und daher

*) Die im Vorwort angedeutete Schrift von Buchbinder ist uns nicht bekannt.

geläufigern Methode. Denn in nur 25 Stunden werden auf Grund der gewöhnlichen Primanerkenntnisse die wichtigsten elementaren Eigenschaften der Kegelschnitte zum Verständnis gebracht. Obschon die Anzahl der Aufgaben auf mehr als das Doppelte gebracht ist, hat der Verfasser die neue Auflage doch nicht als eine „vermehrte“ bezeichnet, weil er von der Hinzufügung der harmonischen und polaren Eigenschaften der Kegelschnitte noch absehen zu müssen glaubte. Wir begnügen uns damit die Herren Fachgenossen auf diese Schrift des auch als Kritiker ausgezeichneten Didaktikers hinzuweisen. H.

MÜLLER, Dr. JOH., Grundriss der Physik und Meteorologie für Lyceen, Gymnasien, Gewerbe- und Realschulen, sowie zum Selbstunterrichte bearbeitet von Prof. E. REICHERT. **13.** vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 622 in den Text eingedruckten Holzstichen und einer Spectraltafel in Farbendruck. Nebst einem Anhange: Physikalische Aufgaben und deren Auflösungen enthaltend. Braunschweig, Fr. Vieweg und Sohn. 1881. 713 S. gr. 8. Preis 7 *M*.

Zu einem altbewährten Schulbuche, welches bereits in 13. Auflage erscheint, noch eine Recension und dazu gar eine ausführlichere Recension schreiben, könnte zunächst für überflüssig erachtet werden, dürfte aber dadurch vollständig gerechtfertigt sein, dass die neue Auflage dieses weitverbreiteten und mit Recht beliebten physikalischen Lehrbuches nach dem Tode seines verdienten Verfassers zum ersten Male in einer neuen Bearbeitung von der Hand des Prof. Reichert uns dargeboten wird. Den alten Freunden dieses Grundrisses glauben wir mit vollster Ueberzeugung versichern zu dürfen, dass in der neuen Form das Buch seine früheren Vorzüge bewahrt und neue dazu gewonnen hat. Es ist in der That eine vermehrte und verbesserte Auflage.

Gehen wir näher auf die Veränderungen ein, über die, soweit sie wesentlicher sind, auch die Vorrede des Hrn. Bearbeiters orientirt! Zunächst begrüssen wir es dankbar, dass in umfänglicher Weise den historischen Bedürfnissen des Unterrichtes Rechnung getragen ist: neben den Namen der hervorragenderen Physiker findet man an den bezüglichen Stellen meist die Angabe ihrer Lebenszeit, ebenso ist besonders wichtigen Entdeckungen fast immer die Jahreszahl beigesetzt. Wenn so bei Behandlung des Erdmagnetismus v. Lamonts gedacht wird, dürften bei der Geschwindigkeit des Lichtes der Name Römers, bei der Interferenz und Polarisation die Fresnels und Malus wohl eigentlich nicht fehlen! Auffallend erscheint die aus den früheren Aufl. consequent beibehaltene Schreibart Galiläi (st. e); auch findet sich öfter Toricelli, (st. rr). — Halten wir uns an die stoffliche Anordnung des Buches, so sind in der Einleitung, abgesehen

von der strengen Unterscheidung zwischen Atom und Molekel, mehrfache Kürzungen bemerkenswerth. So ist z. B. in § 5 (Trägheit) der früher schon dort ohne gehörige Berechtigung und Nothwendigkeit eingeführte Begriff der Masse jetzt weggelassen und die Zahl der Beispiele etwas beschränkt, was bei einem Schulbuche — und dies soll der Grundriss doch in erster Linie sein — nur zu billigen ist. Ref. gesteht, dass ihm persönlich ein Buch v. d. A. der kleinen Reis'schen Physik, welche die interessantesten Beispiele und wichtigsten Anwendungen der Naturgesetze in ziemlicher Vollständigkeit aufzählt und ausführt, wegen der dem Lehrer daraus erwachsenden Beschränkung der Lehrfreiheit nur sehr wenig als Schulbuch behagen könnte, während es der mit diesem Zwecke meist verquickten Bestimmung zum Selbstunterrichte sich wohl sehr dienlich erweisen mag. Doch dies nebenbei!

Grössere Aenderungen — die Zusätze über geometrische und physikalische Darstellung der Kräfte, über die Gleichgewichtslagen schwimmender Körper und Bestimmung des specifischen Gewichtes der Flüssigkeiten mittels der hydrostatischen Wage notiren wir beiläufig — finden sich vorzüglich in Cap. VII „Bewegung fester Körper". In diesem Abschnitte besonders ist das Buch mathematischer geworden, was gewiss viele Collegen mit uns willkommen heissen werden. Viel ausführlicher und strenger als früher sind § 68 gleichförmige und ungleichförmige Bewegung behandelt; doch hätte hierbei auf §§ 1 und 2 des Bauerschen Aufsatzes (ds. Ztsch. XI. S. 85 ff.) mehr Rücksicht genommen werden können. Sicherlich gewinnt die Behandlung dieser Lehren an Durchsichtigkeit, wenn man, wie a. a. O. geschehen, die Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung definirt als „den Weg, welcher in jeder Secunde wirklich gemacht wird"; daraus fliessen alle anderen Relationen von selbst hervor. (Nebenbei: macht die Umdeutung der Formel $s = ct$ „bei gleichförmiger Bewegung findet man den zurückgelegten Weg, wenn man die Zeit mit der Geschwindigkeit multiplicirt" nicht den Eindruck als wäre t Multiplicand, und sollte man nicht lieber sagen „... wenn man die Geschwindigkeit mit der Zahl der Secunden multiplicirt", um auch den Schein, als multiplicire man zwei benannte Zahlen, zu vermeiden?) Es folgt eine eingehende Besprechung der Galileischen drei Grundgesetze der Bewegung und hier findet nun auch die Definition der Masse nach Einführung des Begriffes der Beschleunigung ihre logisch richtige Stellung. Das Parallelogramm der Bewegungen an diesem Platze macht recht nachdrücklich auf die Missstände aufmerksam, welche die von Müller beliebte strenge Sonderung der Statik und Dynamik (in dieser Reihenfolge) nach sich zieht: hier erst, also § 68, wird das Parallelogramm der Bewegungen behandelt und doch ist es genau genommen die Grundlage des § 16 schon besprochenen Kräfteparallelogrammes! Herr Prof. Reichert wird sich vielleicht bei einer späteren Auflage be-

wogen finden, die ganze Mechanik einer gründlichen Umarbeitung zu unterwerfen und dabei Dynamik und Statik in engere Verbindung zu einander zu bringen, wie dies bereits Jochmann, Lorberg u. A. m. gethan, doch wollen wir damit nicht etwa einer ausführlichen mathematischen Theorie der Kräfte und Kräftepaare das Wort reden. — Ob bei der Centralbewegung die besondere Hervorhebung des Satzes $v^2 = p \cdot r$ geboten war, während noch immer der Flächensatz und das dritte Keplersche Gesetz fehlen, ist mindestens fraglich; anzuerkennen ist die Einführung der Masse in die Formel für die Centripetalkraft. Theils ganz neu und recht ansprechend bearbeitet, theils wesentlich umgestaltet sind die §§: Arbeit einer Kraft, Princip der virtuellen Geschwindigkeiten und lebendige Kraft, kürzer behandelt die Wasserräder, in Wegfall gebracht die Wassersäulenmaschine.

In der Akustik sind grössere Aenderungen nicht vorgenommen — hauptsächlicher: Zusatz über Fadentelephon und logischere Gruppirung der §§ über Schwingungen von Saiten, Stäben, Platten. — desgleichen nicht in den Abschnitten über Licht, Magnetismus, Reibungselektricität und Galvanismus; doch wird der Kundige allenthalben die bessernde, hier Veraltetes (z. B. elektrochemische Theorie) ausscheidende, dort Neues zusetzende Hand des sorgsamen Bearbeiters leicht herauszuspüren vermögen. Ganz besonders wichtige Umgestaltungen haben in dem Abschnitte über die Induction, welcher auf das Doppelte des früheren Umfanges angewachsen ist, und in der Wärmelehre, die um mehrere §§ bereichert wurde, Platz gegriffen. Die neue Aufl. bringt nämlich in fünf Paragraphen eine ziemlich eingehende Darstellung des Ruhmkorffschen Funkeninductors und seiner Wirkungen; ein weiterer § ist dem Telephone gewidmet und der § über Magnet-Inductionsmaschinen enthält nächst einer kurzen geschichtlichen Einleitung und (w. fr.) der Beschreibung der Stöhrerschen Rotationsmaschine eine ausführliche Besprechung der Grammeschen Maschine. Gute neue Abbildungen — wie nicht anders bei einer Viewegschen Publication zu erwarten — sind dem sehr klaren, gefälligen Texte zur Erläuterung, nur fast zu reichlich, beigegeben.

Den wissenschaftlichen Fortschritten in dem Gebiete der Wärmelehre ist gleichfalls in umfassender Weise Rechnung getragen. Nächst eingehenderer Behandlung der thermometrischen Umrechnungen (R, C, F) ist die Ausdehnung der Gase wesentlich verändert vorgetragen und hieran schliesst sich, eine wichtige und dringend nöthige Neuerung, das Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz. Ein weiterer § über die Condensation der Gase ist eingeschaltet worden, in welchem auch Andrews kritischer Punkt gebührend Erwähnung findet. Nach verschiedenen Gesichtspunkten neu bearbeitet ist der Abschnitt über die Dampfmaschinen, den Ref. lieber am Ende des bezügl. Capitels sehen würde, weil jetzt der Zusammenhang unliebsam unterbrochen wird. Ganz umgeändert ist der § „Wärme

durch Arbeit“, wo unter dreimaliger, fast wörtlicher Wiederholung desselben Satzes — trotz der Wichtigkeit jenes Zahlenwerthes doch wohl des Guten zu viel? — das mechanische Wärmeäquivalent seine Stelle gefunden hat; es folgt noch ein neuer § über mechanische Arbeit der Wärme mit Berücksichtigung des Radiometers. Hier am Ende der Physik wäre nach Ref. Ansicht auch der geeignete Ort, in einer zusammenfassenden Betrachtung die Wechselwirkung der Naturkräfte und die Verwandlungen derselben in einander zu beleuchten.

Im Anhange sind wie früher die Hauptlehren der Meteorologie vorgetragen, wodurch noch manche Lücken in früheren Teilen ausgefüllt werden. Ausser den Abbildungen eines Metallthermometers und eines Sturmwirbels bestehen die Bereicherungen, um nur das Hauptsächlichere hervorzuheben, in einem kurzen einleitenden § und einer genaueren Darlegung der hygrometrischen Methoden. — Den Aufgaben der früheren Aufl. sind dies Mal noch die Auflösungen beigefügt worden. — Also in der That, wir haben es mit einer vermehrten und verbesserten Aufl. zu thun, zunächst und vornehmlich was den Inhalt des Buches betrifft. Die Verbesserungen erstrecken sich aber auch auf die Form. Das metrische System und mit ihm consequenterweise die Centesimalgrade sind nun endlich gleichmässig durch das ganze Buch und auch in der Aufgabensammlung zur Anwendung gekommen. Zu beseitigen bleibt nur das störende Schwanken zwischen den Ausdrücken Meterkilogramm und Kilogrammmeter (nach Analogie von Fusspfund und der leichteren Aussprache wegen würden wir ersterem den Vorzug geben). In der Meteorologie sollte statt O (Ost) das jetzt von den Meteorologen wohl allgemein dafür angenommene Zeichen E benützt sein. — Auch die mancherlei sprachlichen Mängel (stellenweise grosse Breite; viele „nun“ u. s. f.) die bei aller sonstigen Vorzüglichkeit doch dem Buche anhafteten, sind mit Sorgfalt entfernt; wenigstens war das Ergebniss einer diesbezüglichen Untersuchung sehr günstig. Stehen geblieben ist noch S. 61 „dünne Seile sind verhältnissmässig stärker als dicke“ (soll heissen fester); S. 84 bei der Volumeterscala sind die Teilstriche so anzubringen, „dass das Volumen eines zwischen je zwei auf einanderfolgenden Theilstrichen fallenden Röhrenstückes — wie schwerfällig! — $1/_{100}$ von dem im Wasser einsinkenden Volumen ist“; S. 265 zwei rechtwinkelig gleichseitige Prismen; S. 312 vier „nun“ auf 7 Zeilen.

Wir gehen dazu über, noch einigen Wünschen und Verbesserungsvorschlägen für spätere Auflagen Ausdruck zu geben, in der wohlgemeinten Absicht, zur weiteren Vervollkommnung dieses uns werthen Buches nach Kräften mit beizutragen. Die Zahl der Abbildungen könnte unserer Ansicht nach erheblich vermindert werden (s. u.). War es vor Jahren wünschenswert, ja vielleicht notwendig, durch gute und zahlreiche Figuren für unsere Disciplin Interesse zu wecken

resp. dem Verständnisse zu Hülfe zu kommen, so haben sich seitdem die Umstände wesentlich zum Bessern gewendet. Hierzu kommt, dass trotz der Noblesse der Verlagsbuchhandlung, welche auf je sechs gleichzeitig bezogene Exemplare ein Freiexemplar gewährt — was den Preis des Buches ohne Rabatt auf 6 *M.* ermässigt — durch den hohen Preis des Grundrisses die Concurrenz mit recht guten, billigeren physikalischen Lehrbüchern auf die Länge der Zeit sehr erschwert werden dürfte. Fallen aber überflüssige Figuren und an einigen Stellen auch weniger bedeutende Auseinandersetzungen hinweg, so liesse sich der Umfang verringern und der Preis erniedrigen, was im Interesse einer möglichst ausgebreiteten Benutzung des vorliegenden Grundrisses aufrichtig zu wünschen wäre. Als solche Figuren und Textstellen (T) bezeichnen wir [T = Abkürzung für Text]:

Figg. 11, 12 — höchstens schematisch —; 18; 20, 21, 22; 37 u. T; 49, 50; §§ über Festigkeit und Krystallisation kürzen; 64, 65 durch eine einfache schematische Figur ersetzen; 90 mit den ganzen Bemerkungen über das Nicholsonsche Aräometer, desgl. § 45 weg; 101 u. T, 113, 114 — nur schematisch — 115. Statt 123, 124 — wobei fälschlich noch 12 statt 40 cm. steht — 125 sollte doch endlich unter Umarbeitung des Textes der Feilitzsch-Weinholdsche Apparat sich finden! 133; 144; § 81 kürzer; 173 auf 26 verweisen; § 92 weg — dort sind übrigens jetzt No. 190 u. 189 vertauscht —; 212, 213, 215, 216 durch instructivere Figg. zu ersetzen; 373; 375,1; 400; § 200 weg; 416; § 213; 485; 514 u. T; 523 u. T; 530, 531 u. T.

Abgesehen von den bereits im Vorstehenden gelegentlich betonten Aenderungen resp. Ergänzungen schlagen wir noch folgendes vor. Die negative Erklärung der Physik in § 2 wäre wohl durch den positiven Zusatz abzuschliessen: während also die Chemie kurz als die Lehre von den Wesensänderungen der Körper bezeichnet werden kann, ist die Physik etwa als die Lehre von den Zustandsänderungen der Körper zu definiren. — Der Definition des Gramms § 7 könnte noch ($+ 4^0$ C.) beigefügt sein. § 9 specifisches Gewicht (S) steht noch: „ist n das Gewicht der Volumeinheit Wasser und V das Volum des Körpers (vom abs. Gewicht P), so ist das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser $p = V \cdot n$ und $S = P : (V \cdot n)$", was doch bei unserem jetzigen Gewichtssystem gar keinen Werth mehr hat. — Statt des wenig üblichen und doch wohl falsch gebildeten Wortes Composanten ist Componenten zu schreiben. — Zum Parallelogramm der Kräfte könnte ein Zusatz nichts schaden, welcher nachdrücklich darauf hinwiese, dass der Satz nicht besagt, die zwei Kräfte verschmelzen zu einer einzigen, sondern u. s. w. — Bei der schiefen Ebene ist nur der Fall besprochen, dass die Kraft der Länge der Ebene parallel wirkt, daher ist streng genommen die Rückbeziehung auf jenes Gleichgewichtsgesetz bei der Schraube

S. 43 z. E. nicht richtig. Auch das Gleichgewichtsgesetz des Keiles*) leidet an einer ähnlichen Unvollkommenheit, wie Ref. in Grunerts Archiv 61, S. 347 nachgewiesen hat. Eine vorläufig noch recht dürftig behandelte Partie des Buches ist der Wurf, besonders ist der schräge Wurf einer eingehenderen Darlegung würdig. Die rein mathematische Ableitung des Pendelgesetzes $t : t' = \sqrt{l} : \sqrt{l'}$ würde einfacher und kürzer sein als die jetzt noch beliebte. Bei der Erklärung der Heberwirkung ist die Weinholdsche Darstellung (s. Vorsch.) unseres Erachtens die beste.

Betreffs des Begriffes der Welle wäre § 98 S. 194, Z. 7 v. o. ein Zusatz aus Helmholtz, Tonempfindungen S. 17, Z. 3 v. u. recht am Orte. — Einen § über die Sirene mit Fig. hat Ref. stets vermisst, er müsste wohl nach § 101 eingeschaltet werden. Dass nach der Reflexion an einem Planspiegel die rückwärts verlängerten Strahlen sich in einem virtuellen Punkte schneiden müssen, falls sie von einem leuchtenden Punkte ausgingen, ist strenger zu begründen (vgl. Reis. Phys.). Der § über Achromatismus sollte genau nach der neuen Aufl. der grossen Müllerschen Physik B. II S. 133 f. umgearbeitet werden. Ist es nicht wünschenswerth, den § über Interferenz des Lichtes durch die Fig. zum Fresnelschen Spiegelversuch cf. Müller B. II, S. 408, zu vervollständigen? — Merkwürdig berührt das Fehlen einer Angabe über die Geschwindigkeit des elektrischen Funkens. Die Definition des linearen Ausdehnungscoefficienten a muss unseres Erachtens etwa so gefasst werden, wenn daraus leicht und klar $L_t = L_0\ (1 + at)$ hervorgehen soll: man versteht unter a den Bruchtheil der Längeneinheit, um welchen ein Stab von 1 m Länge bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 1^0 sich ausdehnt. Dann hat jener Stab bei t^0 die Länge $1 + at$ u. s. f.

Vom 19. Bogen an beginnt die neue Orthographie in ihr Recht zu treten; mit Rücksicht hierauf hätte dem Kalkspath und Flussspath das h gestrichen, das *y* des Gypses in *i* verwandelt werden müssen. An Druckfehlern haben wir sonst nur sehr wenig bemerkt; so § 68 S. 130, Z. 2 v. u. eine Beschleunigung von P st. p Metern; S. 154, Z. 8 v. u. $M\ P_1$ st. $M\ P$; S. 155, Z. 21 v. o. wichtig st. richtig; S. 64: ob wohl das Verbum tordiren vor den Augen eines Philologen bestehen könnte? Wie steht es endlich mit den Worten unterschlägig etc. st. unterschlächtig und choroidea st. chorioidea?

Um jeder falschen Deutung von vornherein vorzubeugen, bemerken wir schliesslich nur noch, dass der bei weitem grösste Teil dieser kleinen Ausstellungen nicht nur der neuen Bearbeitung, sondern auch den früheren Auflagen des vorliegenden Grundrisses gilt.

Meifsen. Dr. Meutzner.

*) In derselben falschen d. h. ungenauen Form findet es sich auch noch in der neuesten Auflage der grossen Müllerschen Physik.

Salcher, Dr. P. (Professor a. d. k. k. Marine-Akademie). Elemente der theoretischen Mechanik. Mit sechs Tafeln. Wien. Druck und Verlag von Carl Gerolds Sohn. 1881. VIII. 200 S. Pr. ?

Eine übersichtliche und ansprechende Zusammenstellung der mechanischen Grundlehren, der Anlage nach vielfach erinnernd an das — von Krebs verdeutschte — Werk von Delaunay. Mit mässigen Vorkenntnissen in Differential- und Integralrechnung wird jeder Leser zu Recht kommen. Der mehr kinematische Theil der Bewegungslehre, bei welchem von den Massen und bewegenden Kräften Abstand genommen wird, gelangt mehr zu seinem Rechte, als in manchen ähnlichen Lehrbüchern. Der Stellung des Verf. entsprechend ist auch die Lehre von Gleichgewicht und Bewegung der Flüssigkeiten, sowie Elasticität und Festigkeit, endlich auch der Widerstand des Mittels ziemlich ausführlich behandelt. Bezüglich des letzteren hätte es sich vielleicht empfohlen, die für den Schiffbau so wichtige Frage nach dem Rotationskörper des kleinsten Widerstandes mit heranzuziehen; es konnte dies, wie Grunert im 45. Theile seines Archives gezeigt hat, ganz wohl auch ohne die — vom Verf. nicht vorausgesetzte — Variationsrechnung geschehen. Wie bereits erwähnt, glauben wir, dass ein erster Curs der analytischen Mechanik, zumal für künftige Techniker, recht wohl an das Salchersche Buch als Leitfaden wird anknüpfen können.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Peschel, O., Völkerkunde. Fünfte Auflage, bearbeitet von A. Kirchhoff. Leipzig, Verlag v. Duncker und Humblot. 1881. In fünf Lieferungen. Pr. 11,20 ℳ.

Dieses ausgezeichnete Werk des verdienstlichen der Wissenschaft zu früh entrissenen Geographen erscheint hier in neuer (5.) Auflage. Ein Werk, welches halb geographisch, halb psychologisch ist, also auf zwei Wissenschaften beruht, die in immerwährender Wandlung, resp. Verjüngung begriffen sind, ist ebensosehr wie jene Wissenschaften selbst, der Veraltung ausgesetzt. Viele derartige Bücher tragen den Keim des allmähligen Absterbens schon in sich; aber selbst bei einem Buche, welches wie das vorliegende lebensfähig ist, dürfte es doch bisweilen nötig sein, zu fest begründeten Lehren neues Beweismaterial herbeizuschaffen, Ansichten zu läutern und, da nötig, Irrtümer zu berichtigen. Begreiflicherweise ist dies eine sehr schwere und delikate Aufgabe einem Werke gegenüber, das an sich ausgezeichnet schon bei seiner Geburt allseitiges Lob erntete. Diese Aufgabe hat der Hr. Bearbeiter jedoch pietätvoll zu lösen gesucht. Dafs ein solches Werk für Lehrer aller Gattungen einen kostbaren und unvergänglichen Schatz des Wissens enthält, müfste schon a priori einleuchten. Es wird einem jedoch erst recht klar, wenn man sich an die Lektüre desselben macht. Wie wenn man

durch einen mit Früchten aller Art geschmückten Garten wandert, und nicht weifs, wo man zuerst zulangen soll, so häufen sich auch hier die Früchte der mannichfachsten Erkenntnisse. Um vom Geographen vom Fach gleich gar nicht zu reden, für den jeder Abschnitt wertvoll ist, der aber besonders die ersten Abschnitte („Schöpfungsheerd des Menschengeschlechts") lesen wird, so findet doch auch der Naturwissenschafter und besonders der Naturhistoriker reiche wissenschaftliche Ausbeute, sowohl für seine eigene Bildung, als auch für den Unterricht.

Der Anthropologe (Mediziner, Arzt etc.) findet in dem Abschnitte über „die Körpermerkmale der Menschenrassen" (S. 53—104) eine zwar gedrängte, doch übersichtliche Darstellung des für die Unterscheidung der Rassen oder Geschlechter Wichtigen, mögen nun die Gröfsen- oder Gewichtsverhältnisse oder die Formen des Schädels, Gehirns, Beckens, der Gliedmafsen oder mag die Art der Bedeckung (Haut, Haare) in Frage kommen.

Der Philologe, besonders der Linguistiker und Psychologe findet in dem Abschnitt „Sprachmerkmale" (S. 105—134) lehrreichen Stoff über Entwickelung, Bau, Classificationsmittel der Sprachen und selbst dem Laien in der Sprachforschung mufs es interessiren, wenn er über den Ursprung des Kindesrufes „Mama" und „Papa" oder von den angeblich 100 000 Worten der englischen Sprache liest, oder wenn er erfährt, dafs ein Mann von Durchschnittsbildung über ca. 4000 und ein grofser Redner über ca. 10 000 Worte verfüge, oder dafs die Tasmanier keine Eigenschaftswörter haben, dafs sie „hart" durch „steingleich", „rund" durch „mondgleich", „hoch" durch „mit langen Beinen" ausdrücken.

Selbst der Theologe (besonders der Missionär) wird für die Geschichte seiner Wissenschaft aus diesem Buche viel lernen können, wenn er (S. 244—315) liest „über die religiösen Regungen bei unentwickelten Völkern", über „Schamanismus", „Buddhalehre", „dualistische Religionen", „israelitischen Monotheismus, den Islam" und sogar von einer „Zone der Religionsstifter." Sein höchstes Interesse aber mufs der von eingehender Bibelkenntnis zeugende Abschnitt „die christlichen Lehren" (S. 291—297) erregen.

Aber auch jener bevorzugte Stand, der gewohnt ist, die anderen Stände, mit Ausnahme vielleicht des Soldatenstandes, zu beherrschen und den Hauptanteil an der Gesetzgebung zu haben, der Stand der Rechtsgelehrten, dürfte hier, wenn er auf einige Zeit den Staub der Amtsstube abgeschüttelt und aus dem Wuste von Aktenbündeln sich gerettet hat, wie in einem wissenschaftlichen Bade Erholung und Erfrischung finden, wenn er die Abschnitte über „Ehe und väterliche Gewalt" oder „Keime der bürgerlichen Gesellschaft" (Blutrache als Rechtsschutz, Wer- oder Beutegeld) liest. Jeder denkende und fühlende Mensch aber, der auch nur wenig Rechtskenntnisse besitzt, mufs über den Wandel der sittlichen Anschauungen

erstaunen, wenn er liest, daſs es Völker giebt (Arabier und Südasiaten) bei denen der Grundsatz gilt: „Wo die Rache zur Pflicht wird, da trifft Verachtung denjenigen, der sie nicht vollzieht“ (S. 238).

Mit Interesse dürfte der Kaufmann und der Nationalökonom den Abschnitt „über den Einfluſs des Handels auf die räumliche Verbreitung der Völker“ und über „die Fahrzeuge und Seetüchtigkeit“, der Militär jenen über „Bewaffnung und Kriegsführung“ lesen. Vermiſst haben wir eine vergleichende Darstellung der Verkehrsmittel der alten und modernen Völker.

Fügen wir noch hinzu, daſs dieser Schatz der vielseitigsten Kenntnisse von einer staunenerregenden Fülle litterarischer Quellennachweise (der Zahl nach wohl einige Tausende) begleitet wird, so glauben wir, das vorliegende Buch als eine Fundgrube für ein allseitiges Wissen hinreichend gekennzeichnet zu haben. Es sollte in keiner Bibliothek einer höhern Schule und auf keinem Tische eines Geographielehrers fehlen. H.

Daniel, Leitfaden für den Unterricht in der Geographie. 131. verb. Aufl., herausgegeben von Kirchhoff. Halle a/S. Verlagsbuchhandlung des Waisenhauses. 1880. Pr. ?

In der Geschichte der Schulbücher-Literatur dürften wohl die Fälle als „sehr selten“ bezeichnet werden, dass ein Buch die 131. Auflage erlebt. Solch eine Erscheinung muss die Vermuthung erregen, dass das Buch vorzügliche didaktische Eigenschaften besitzen müsse. Gleichwohl möchte es schwer sein, hervorstechendere und schwererwiegendere aufzufinden, als sie andere ähnliche Leitfäden auch besitzen; denn die weise Beschränkung im Stoffausmass, die dem Lehrer viel Freiheit gestattet, und die compendiöse äussere und innere Form können es nicht allein thun. So mag denn wohl der Grund des grossen Verbrauchs darin zu suchen sein, dass es ein geschickter und dabei billiger Auszug aus dem allerdings vorzüglichen Lehrbuche*) desselben Verfassers ist.

Diese Auflage hat, der Vorrede nach, namentlich in dem Abschnitte über die aussereuropäischen Länder vielfache Veränderungen erfahren. Das Ganze zerfällt bekanntlich, wie auch das Lehrbuch, in vier Abschnitte, „Bücher“ genannt. Das erste Buch bietet unter A. „die Grundlehren der Geographie“ (math., phys., polit.) und gibt unter B. eine „kurze Uebersicht der Erdtheile“ (S. 1—43). Das zweite Buch (S. 44—86) behandelt die vier aussereuropäischen Erdtheile, das dritte Europa, mit Ausschluss von Deutschland, das vierte: Mitteleuropa (S. 134—176) d. i. Deutschland, Oesterreich, Schweiz, Belgien, Niederlande (Lichtenstein, Luxemburg).

---

*) Man sehe dasselbe besprochen in dieser Zeitschrift X, 379/80.

Dieser Lehrgang ist der bekannte vom Fernen zum Nahen, der mit jenem vom Allgemeinen zum Besondern einige Aehnlichkeit hat; es ist der Gang von der Peripherie zum Centrum (der „centripetale“). Ob er der richtige sei, das zu untersuchen, liegt uns hier nicht ob, dürfte auch nicht so leicht sein, da sich auch für ihn gewichtige Gründe anführen lassen; doch scheint uns die regulativmässige Einbürgerung der „Heimatskunde“ als des natürlichsten Eingangstores zur Geographie auf die sogenannte erweiternde oder „koncentrische“ Methode, d. i. auf den Gang von innen nach aussen (den „centrifugalen“), als den naturgemässeren, hinzuweisen.

Die einzelnen Abschnitte schliessen mit „Fragen“ und „Aufgaben“ zur schriftlichen Beantwortung, die uns aber, abgesehen von ihrer nicht seltenen unbestimmten Form, weder umfassend noch eingehend genug erscheinen. Die Aufgaben aus der konstruktiven Geographie aber überlassen Verfasser und Bearbeiter, wie es scheint, dem Lehrer, die konstruktive Geographie wird nicht einmal erwähnt; gleichwohl erwartet man selbst von einem „Leitfaden“ hierüber Anweisung und Uebungsmaterial, zumal da das geographische Schulzeichnen meist noch „in den Windeln liegt“. Dieser Mangel ist zu beklagen und nicht geeignet, das Buch über andere seines Gleichen zu erheben.

Bei den Staaten der aussereuropäischen Erdteile fehlt meist, gerade wie im Lehrbuche, die Angabe der Flächenräume; nur von den grösseren sind sie in Quadratmeilen angegeben (Vorderindien 10 000 □ Meilen, S. 56. und Brasilien 150 000 □ Meilen, S. 74). Dieser Mangel, den wir schon bei Besprechung des Lehrbuches (a. a. O.) gerügt haben, lässt sich jedoch bei einem „Leitfaden“, der sich auf das Nothwendigste beschränkt, am Ende noch vertheidigen. Dagegen ist der Aussprache der Fremdnamen mit Recht viel Sorgfalt gewidmet, denn dies ist ein wunder Punkt des geographischen Unterrichts und giebt Veranlassung zu dem sogen. „Umlernen“, das im mathematischen Unterrichte eine wichtige aber beklagenswerte Rolle spielt. Doch fehlt auch hier noch Manches, z. B. S. 48 bei Angora und Amur (dieser Fluss fehlt leider in §. 40) der Accent.

Wir wollen noch Einiges, was uns als bedenklich aufgestossen ist, hier anführen: Wenn der Verfasser unter dem Uebungsmaterial (Fragen, Aufgaben etc.) auch „Erklärungen“ verlangt (S. 97. 106. 110. 119. 63. 70. 84. u. v. a.) und z. B. S. 110 fordert: „Erkläre die Ausdrücke Serai, Korinthen, Athos*) etc. ohne sie vorher selbst „erklärt“ zu haben, so ist das undidaktisch. Aber Verf. versteht wahrscheinlich auch unter „Erklären“ etwas Anderes, als man wohl sonst darunter versteht, sonst würde er S. 119 nicht verlangen,

---

*) Selbst in Guthe-Wagner S. 420 wird „Athos“ nicht „erklärt“, sondern nur gesagt, dass es ein Berg sei (Monte Santo, Hagion Oros) „steil zum Meere abfallend und weithin sichtbar“.

dass der Schüler „Richelieu" erklären solle (!). Die Form der Aufgabe wäre wohl korrekter so: „Was bezeichnen die Namen (nicht Ausdrücke!) Serai, Korinthen, Athos etc.?" — In §. 8 (S. 7) wird an Berlin erläutert, wie genau man die „Lage jedes Orts auf der Erdkugel" durch „Länge" und „Breite" (Koordinaten) angeben könne; hier wäre besser zu sagen „astronomisch-geogr. Lage", denn sonst kann man auch die oro- oder topographische Lage verstehen. Auf die Frage „welches ist die Lage von Dresden?" könnte man leicht die (übrigens richtige) Antwort erhalten: „in einem Thalkessel an der Elbe". Die Höhenzahlen z. B. beim Alpengebiet (S. 20) gibt Verf. noch in Pariser Fuss (p') an. Warum nicht in Metern, da ja doch der p' auf dem Aussterbeetat steht und jetzt in allen wissenschaftlichen geogr. Werken der Meter angewendet wird? (siehe auch hier Guthe-Wagner's Vorrede S. XVI). Unter die Irrungen gehört Folgendes: S. 174 steht: Liechtenstein, Hauptort der Flecken Liechtenstein früher Vaduz genannt. Kein Mensch in gedachtem Fürstentume nennt den Hauptort „Liechtenstein", sondern nur Vaduz. „Liechtenstein" heisst das 1/4 St. oberhalb des Dorfes liegende Schloss.*)

Soll dieser Leitfaden noch länger die Konkurrenz mit anderen seines Gleichen aushalten, so möchten wir raten (die nothwendigen Verbesserungen, welche die fortschreitende Wissenschaft fordert, vorausgesetzt) das Uebungsmaterial zu revidieren, bez. passend zu vermehren und eine Anleitung zum geographischen Zeichnen (wenigstens der Erdteile) beizugeben. H.

Kritische Umschau
über die meist gebrauchten mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrbücher in Deutschland.*)

Wir wollen hiermit die „Hoffnung" des preussischen Centralblattes für Unterrichtsverwaltung, dass künftig die Kritik sich mit den meistverbreiteten, also auch einflussreichsten Lehrbüchern, besonders gründlich beschäftigen werde (s. XI_3, 187),

---

*) S. Bädecker Süd-D. 10. Aufl. S. 103. Guthe-Wagner S. 936 ignorirt den Hauptort.

**) Wir beginnen dieses von uns bereits wiederholt angezeigte Kapitel hiermit und bemerken, dass dasselbe ein Seitenstück bildet zu dem Kapitel „Inkorrektheiten". Eine etwas gröbere Abteilung werden wir aussondern unter der Firma „Böcke und Böckchen"†) und diese wird dem mit „Erbsünden" bezeichneten Kapitel in der „Zeitschrift für Schulgeographie" analog sein. Man kann hieher auch schon rechnen die bereits mitgeteilten „Proben aus dem mathematischen Seminar- und Volksschul-Unterrichte". (XI, 411 u. 479. XII, 237 u. f.) D. Red.

---

†) Man sehe jedoch unsere Anmerkung zu den „Proben etc." i. d. 3. Abt.

unsererseits erfüllen, und eröffnen hiermit für diejenigen, welche die betreffenden Bücher bei ihrem Unterrichte benutzen und gründlich kennen, einen literarisch-kritischen Sprechsaal.

I. Die Physik von Koppe.

Die Physik von Koppe wird nach d. Tabelle a. a. O. an 187 Anstalten gebraucht (Trappe an 75, Jochmann an 40); sie ist also das meist gebrauchte physikalische Lehrbuch in Preussen. Wie sich der Gebrauch im übrigen Deutschland herausstellt, darüber liegen statistische Mitteilungen zur Zeit noch nicht vor. Es wird sich also empfehlen, vor allem dieses Buch „aufs Korn zu nehmen" und dazu beizutragen, dass etwa noch vorhandene Mängel desselben beseitigt werden, um so mehr, da es bereits die 15. Auflage erlebt hat. Wir veröffentlichen daher einige uns übergebene kritische Bemerkungen des Herrn Gymnasial-Oberlehrers Dr. Baule in Attendorn in Westfalen*).

„Die Zahl der Auflagen, welche die Anfangsgründe der Physik von Koppe erreicht haben, und die Zahl der Anstalten, an welchen dieselben eingeführt sind (157), macht jede lobende Bemerkung meinerseits überflüssig, zumal die neue von Dr. W. Dahl bearbeitete Auflage**) ausserdem viele anerkennenswerte Verbesserungen erfahren hat. Zu einigen Kapiteln möchte ich jedoch Bemerkungen machen und auf einige Ungenauigkeiten hinweisen, auf welche ich beim Unterrichte gestossen bin, und welche geeignet sind, den Schülern das Verständnis zu erschweren.

§ 12. Dem über die Elasticität Gesagten wird besser Folgendes zu Grunde gelegt: „Unter Elasticität versteht man das Bestreben der einzelnen Teile eines Körpers, ihre Lage zu einander unverändert beizubehalten; übt man auf einen Körper einen Druck aus, so ist es die Elasticität, vermöge welcher die aus ihrer Lage bewegten Teilchen bei aufhörendem Drucke in ihre alte Lage zurückkehren. Je grösser also ein solches Bestreben ist, desto elastischer ist der Körper." In dieser Fassung ist der Begriff von Elasticität allgemeiner. Fortfallen müsste dann der Abschnitt: „Die vollkommenste Elasticität besitzen die luftförmigen Körper etc." Derselbe führt unwillkürlich zu Missverständnissen. Die Schüler müssen dadurch zu der Meinung kommen, Wasser z. B. sei weniger elastisch als Luft, Gummi etc. Eisen, Steine, überhaupt feste Körper in grösseren Massen, wagen sie gar nicht für elastisch zu halten. Die Unklarheit im Begriff von Elasticität wird man hauptsächlich gewahr bei der Lehre vom Schall. Da die Geschwindigkeit des Schalles abhängt von dem Verhältnis der Elasticität zur Dichte, so muss man

---

*) Wir bitten zugleich die Herren Physiklehrer um weitere Vorschläge und Bemerkungen. D. Red.

**) Uns liegt die 14. Auflage vor. D. Red.

den Schülern z. B. sagen: Die Elasticität des Eisens, des Holzes ist bedeutend grösser als die der Luft. Man hat dann sicher die Frage zu hören: Ist denn der eiserne Ofen etc. elastisch?

Dieselbe Ungenauigkeit wiederholt sich in den §§ 170 und 175. Soll daselbst gesagt werden, dass die Luft sich am besten benutzen lässt zur Erzeugung von Schallwellen und Uebertragung derselben auf unser Ohr, so muss die Luft selbstredend elastisch sein; die vollkommenste Elasticität ist jedoch nicht nötig.

§ 19a. Vor dem 3. Absatze im klein Gedruckten wäre deutlich hervorzuheben: „Ein Körper bleibt auch dann noch in Ruhe (eine Uebertragung der Bewegung eines Körpers auf einen andern findet nicht statt), wenn die Zeit der Einwirkung unmessbar klein ist.“

§ 40b. Das Compensationspendel. Die Ausdehnung von Zink zum Eisen ist für gleiche Temperaturerhöhungen 18 : 7. Dabei muss es, um die Function des Pendels deutlich zu machen, so heissen: Die Ausdehnung findet nach dem freien Ende hin, die Zusammenziehung nach dem festen zu statt. Man denke sich die Ausdehnung zugleich und nacheinander. Die Eisenstangen dehnen sich nach unten hin aus, senken also den schwingenden Punkt; dieselbe Ausdehnung machen mit, und zwar nach unten in Folge der Schwere und des Zuges vom Eisen, die Zinkstangen. Dehnt sich das Eisen nicht mehr aus, so sind die Zinkstangen unten fest, und die Ausdehnung derselben kann nur nach oben hin geschehen; hierdurch wird das Pendel wieder gehoben. 18 : 7 und nicht 14 : 7, weil die Länge der Stangen eine verschiedene ist. Bei der Zusammenziehung ist es gerade umgekehrt.

§ 42. 2. Gesetz: „Die Planeten bewegen sich nicht mit gleichförmiger Geschwindigkeit, rascher in der Sonnennähe etc.“

Es ist da notwendig hinzuzufügen: weshalb? Je näher bei der Sonne, desto grösser die Centripetalkraft; damit nun der Planet nicht auf die Sonne fällt, muss auch die Centrifugalkraft wachsen; dieses wird erreicht durch die wachsende Geschwindigkeit. In der Sonnenferne ist die Bewegung eine langsamere, damit sich bei Abnahme der Centripetalkraft auch die Centrifugalkraft vermindert. Solches ist hier oder auf S. 77 oben zu erwähnen.

§ 52. Abschnitt 2 in § 52 gehört besser hinter § 53, nachdem die Definition von specifischem Gewicht so gegeben ist: „Specifisches Gewicht ist die Zahl, welche angibt, wie viel mal ein Körper schwerer*) ist, als ein gleiches Volumen Wasser“. Die Zahl kann sein $\gtreqless 1$, im ersten Falle etc.

§ 65. Zur Erklärung der Erscheinung am gekrümmten Heber nimmt man bequemer an, dass beide Schenkel in ein Gefäss

*) Besser: „wie viel mal so schwer“. Vgl. VII, 203 und die dort citierten Artikel. D. Red.

mit Wasser tauchen. Ist der Heber gefüllt und bilden die Oberflächen in beiden Gefässen dieselbe Horizontalebene, so ist gar kein Grund für eine Bewegung im Heber vorhanden; sobald aber die Oberfläche im Gefässe *B* tiefer ist als die in *A**), wird der Luftdruck in *A* unterstützt durch den Unterschied *ab* der beiden Wassersäulen im Heber, daher die Bewegung von *A* nach *B*.

Oder: Der Luftdruck ist für beide Oberflächen derselbe; auf der einen Seite ist jedoch die Leistungsfähigkeit grösser, als auf der andern, weil eine niedrigere Wassersäule zu heben ist.

§ 179 und § 188. Das Gesetz über die Abnahme der Intensität des Schalles und Lichts mit der Entfernung darf nicht lauten: Die Intensität nimmt ab im umgekehrten quadratischen Verhältnisse der Entfernung, sondern: Die Intensität nimmt ab mit dem Quadrate der Entfernung, oder: Die Intensität steht im umgekehrten quadratischen Verhältnisse zur Entfernung**).

§ 195 oder § 200. Es ist der Umstand deutlich hervorzuheben, dass man den gesehenen Gegenstand oder das Bild stets in die Richtung versetzt, welche durch den letzten Theil des Lichtstrahles, der ins Auge gelangt, bestimmt wird.

§ 213. Bei Besprechung der Polarisation des Lichtes ist nicht deutlich genug hervorgehoben, wodurch sich polarisiertes Licht von

---

*) Wir lassen die Figur des Verfassers als entbehrlich weg.
D. Red.

**) Wird auch häufig so ausgedrückt: „Die Beleuchtungsintensität ist dem Quadrate der Entfernung von der Lichtquelle umgekehrt proportional.“ Ich bin der Meinung, dass dieser, zumal für einen Anfänger in der Physik, nicht ganz leichte und klare Satz besser so ausgedrückt werden könnte: Die Beleuchtungsstärken (Intensitäten) zweier Flächen verhalten sich, wie die umgekehrten (reciproken) Quadrate ihrer Entfernungen (von der Lichtquelle), und er stellt sich am klarsten in folgender Proportionsform dar:

$$i : i' = \frac{1}{e^2} : \frac{1}{e'^2} \; (= e'^2 : e^2)$$

Die Form $i : i' = \frac{1}{e^2} : \frac{1}{e'^2}$ scheint mir den Vorzug zu verdienen, erstens weil $\frac{1}{e^2}$ und $\frac{1}{e'^2}$ die umgekehrten (reciproken) Werthe von e^2 und e'^2 sind und zweitens wegen der entsprechenden Stellungen von i und e und von i' und e', m. a. W. wegen der gleichen Reihenfolge der Buchstaben. In der Form $i : i' = e'^2 : e^2$ bezieht sich das „umgekehrt“ auf die veränderte Reihenfolge der Verhältnisglieder, und da kann leichter ein Irrtum entstehen. Nun ist freilich die Bruchform $\frac{1}{e^2} : \frac{1}{e'^2}$ nur eine „Zwischenform“ und führt immer, wie der Schüler in der Bruchrechnung lernt, zu der Form $e'^2 : e^2$ (z. B. $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = 4 : 3$). Aber der Nachteil dieses kleinen Umwegs verschwindet gegen den Vorteil der leichteren Uebersichtlichkeit und Ordnung, welchen die erstere Form bietet.

Der Herausgeber.

gewöhnlichem unterscheidet; es ist unbedingt die Definition nötig: Polarisiertes Licht ist solches, bei dem die Aetherschwingungen in einer einzigen Ebene stattfinden.

§ 222. Es sollte stets „Gesichtswinkel“ durch „Sehwinkel“ ersetzt werden“.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Preussen, Posen und Schlesien. Ostern 1881.

Referent: Dr. Meyer, Rector der höheren Bürgerschule zu Freiburg i. Schl.

Preussen.

1. **Königsberg in Pr.** Gymn. (Kneiphöfisches). Progr. Nr. 4. Oberl. H. Kleiber, *Ableitung eines Systems von Formeln für die elliptischen Funktionen und ihr Zusammenhang mit der sphärischen Trigonometrie.* II. S. 25—37.

Die vorliegende Arbeit ist eine Fortsetzung der vorjährigen Programmarbeit desselben Verfassers, über welche im XII. Jahrg. dieser Zeitschr. S. 155—156 berichtet worden ist, und enthält die praktische Anwendung der in jener Arbeit abgeleiteten Formeln auf die sphärische Trigonometrie. Als Beispiele für die grosse Anzahl von Formeln der sphärischen Trigonometrie, welche sich aus dem vom Verfasser aufgestellten Formelsystem elliptischer Funktionen ableiten lassen, werden zunächst die bekannten Gaussischen Formeln, sodann noch eine Anzahl neuer Formeln, zusammen 36 Formeln, abgeleitet.

2. **Tilsit.** Realsch. I. O. Progr. Nr. 13. Prof. Dr Julius Ellinger, *Einiges über den Unterricht in der analytischen Geometrie.* II. 25 S. und 4 Figurentafeln.

Nachdem der Verfasser in dem Programm der Tilsiter Realschule vom Jahre 1871 in einem Bruchstücke („Einleitung“ und „Erster Abschnitt“) veranschaulicht hat, wie ein Leitfaden (nicht „Lehrbuch“, am wenigsten „zum Selbstunterrichte“) beim Unterricht auf Realschulen nach seiner Ansicht beschaffen sein müsste, indem er die Methode der analytischen Geometrie zur Bestimmung der Lage eines Punktes durch rechtwinklige, durch schiefwinklige und durch Polarkoordinaten, sowie auch die Transformationen dieser Koordinatensysteme erläutert hat, giebt er in der vorliegenden Arbeit ein zweites Bruchstück („zweiter“ und „dritter Abschnitt“), in welchem die „Linien des ersten Grades oder die Geraden“ und die „Linien des zweiten Grades oder die Kegelschnitte“ behandelt werden sollen. Von den letzteren gelangt jedoch in der vorliegenden Arbeit nur „A. der Kreis“ zur Behandlung. Dann würde folgen „B. die Ellipse“, aber nicht in dem durch die Schulprogramme gebotenen, von dem Verfasser für unzweckmässig erklärten Format, dagegen vervollständigt durch Hinzufügung des Krümmungskreises, ferner „C. die Hyperbel“, „D. die Parabel und E. die räumliche Deutung der allgemeinen Gleichung des 2. Grades mit zwei Variabeln“. Von anderen ebenen Kurven und von der analytischen Geometrie des Raumes dürften nach Ansicht des Verfassers in einem 4. und 5. Abschnitt nur einzelne ausgesuchte elementare Beispiele für den Unterricht in Realschulen geeignet sein. Die Darstellung ist so eingerichtet, dass dem Lehrer, der nach diesem Leitfaden unterrichtet, beim Unterricht freier Spielraum bleibt, und dem Schüler eine genügende Basis zur häuslichen Thätigkeit gegeben ist.

3. Pillau. Höh. Bürgersch. Progr. Nr. 16. Meissner, *Leibniz' Streit mit Clarke über den Raum.* 9 S.

In einem an Wilhelmine Charlotte, Prinzessin von Wales, gerichteten Briefe vertheidigt Leibnitz die Berechtigung der spekulativen Philosophie und bringt den Empirismus mit der Abnahme der natürlichen Religion in Verbindung. Als Begünstiger dieser empirischen Richtung führt er namentlich Locke und Newton an, welcher letztere so weit gehe, dass er behaupte, der Raum sei das Organ, dessen sich Gott bediene, um die Dinge wahrzunehmen, als ob Gott erst eines Organs bedürfe, um die von ihm erschaffenen Dinge wahrzunehmen. Indem nun der englische Geistliche Clarke, ein Schüler und begeisterter Anhänger Newtons, seinen Lehrer gegen diese Vorwürfe zu verteidigen suchte, entstand der durch Vermittelung der Prinzessin von Wales geführte Briefwechsel zwischen Leibnitz und Clarke, dessen einzelne Phasen uns der Verfasser der vorliegenden Abhandlung vorführt, worauf er nachweist, dass die Consequenzen des Leibnitzschen Princips vom zureichenden Grunde mit den beobachteten Naturvorgängen vortrefflich übereinstimmen, dass aber Leibnitz den Fehler begeht, das empirische Gesetz ohne Weiteres ausserhalb der Grenzen anzuwenden, innerhalb deren die Thatsachen liegen, aus denen es inducirt worden ist.

4. Danzig. Königl. Gymn. Progr. Nr. 19. Oberl. A. Momber, *Ueber die Intensität der Telephonströme.* 18 S.

Unter den verschiedenen Anwendungen, welche W. Weber von seinem Bifilar-Dynamometer macht, befindet sich auch die auf Intensitätsmessungen der Schallschwingungen. Die bei diesen Versuchen entstehenden Stromschwingungen lassen sich mit denen vergleichen, welche in der Spirale des zeichengebenden Telephons hervorgerufen werden. Der Verfasser, welcher sogleich nach dem Bekanntwerden des Bellschen Telephons in einer Sitzung der Naturforschenden Gesellschaft zu Danzig, sowie im Jahre 1880 in einer Sitzung der physikalischen Section der 53. Naturforscherversammlung auf diesen Zusammenhang hingewiesen hat, teilt nun in der vorliegenden Arbeit eine Reihe von Beobachtungen mit, welche hauptsächlich den Zweck haben, zu zeigen, dass die im Telephon hervorgerufenen Ströme mit Hülfe des Bifilar-Dynamometers beobachtet werden können, und giebt sodann die Methode näher an, durch welche genauere Beobachtungen zur absoluten Intensitätsbestimmung führen, indem er sich genauere Beobachtungen mit dem verbesserten und besser aufgestellten Instrumente, sowie mit dem von F. E. Neumann construirten Rheometer vorbehält.

5. Deutsch-Krone. Gymn. Progr. Nr. 21. Oberl. Prof. Rautenberg, *Gleichungen dritten und vierten Grades.* 22 S.

Wiewohl die Behandlung der Gleichungen 3. Grades auf dem Gymnasium nicht verlangt wird, so ist der Verfasser doch der Meinung, dass dieses Gebiet dem wissbegierigen Primaner nicht zu verschliessen sei. Da aber die von ihm in der Arithmetik und Algebra benutzte Aufgabensammlung von Heis bei den höheren Gleichungen oft nur Andeutungen und Resultate giebt, ausführliche Werke aber über diesen Gegenstand, speciell das erschöpfende und gediegene Werk von Prof. Dr. L. Matthiessen, für den Schüler (des Gymnasiums) teils zu schwierig, weil oft die höhere Analysis anwendend, teils zu kostspielig sind; so hat der Verfasser in der vorliegenden Arbeit seinen Schülern eine Art Schlüssel, wenn auch nur für einen kleinen Teil jener vortrefflichen Sammlung geliefert. Derselbe enthält nach einer Zusammenstellung der als bekannt vorausgesetzten Sätze und Aufgaben die Beweise der Sätze über die Zahl der reellen und imaginären Wurzeln, die Auflösung der Gleichung $x^3 + Ax^2 + \frac{1}{3}A^2x = C$,

die **Methode** von Könitzer, den casus irreducibilis durch Trigonometrie zu lösen. Die Auflösung der Gleichung $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, nach Hulbe, mittelst der harmonischen Proportion und nach Matthiessen, die Auflösung der biquadratischen Gleichungen nach Ampère, Cartesius, Ferrari, Hulbe, Euler und Matthiessen und die Auflösungen der Gleichungen höherer Grade durch Näherung und durch die Gräffesche Methode.

6. **Marienwerder.** Gymn. Progr. Nr. 26. Oberl. Krause, *Kants Erkenntnislehre als Grundlage unserer Erkenntnis.* 32 S.

Die bedeutendste Theorie von der menschlichen Erkenntnis ist diejenige, welche Kant in seiner Kritik der reinen Vernunft vor hundert Jahren, 1781, veröffentlicht hat. Seitdem hat sich nun aber unser Gesichtskreis bedeutend erweitert, andere Anschauungen als zu jener Zeit haben sich geltend gemacht. Der Verfasser will daher prüfen, ob die von Kant entwickelten Ansichten von uns noch heute angenommen werden können oder umgeändert und erweitert werden müssen. Zu diesem Zwecke zählt der Verfasser zunächst diejenigen naturwissenschaftlichen Entdeckungen des letzten Jahrhunderts auf, welche nach seiner Ansicht eine solche Aenderung bedingen. Dahin rechnet er insbesondere die Zustand- und Stoffveränderungen, welche wir als physikalische und chemische wahrnehmen, die Molekularbewegungen, welche wir als Schall, Wärme und Licht empfinden, die Bildung der organischen Zelle, die Bewegung der Moleküle in derselben, die Funktion der Nerven. Aus dem Umstande, dass Kant alle diese Entdeckungen noch unbekannt gewesen seien, seien die Mängel seiner Erkenntnislehre entsprungen, was der Verfasser im nächsten Teile darzulegen verspricht.

7. **Strassburg, Westpr.** Gymn. Progr. Nr. 31. Oberl. v. Schäwen, *Anwendung der Differentiation mit gebrochenem Index auf die Integration linearer Differentialgleichungen.* 1. Theil. 18 S.

Die ersten Versuche der Darstellung des Differentialquotienten mit beliebigem Index rühren von Euler her. Später beschäftigte sich Liouville eingehender mit diesem Gegenstande und gelangte in seinen Untersuchungen (Journ. de l'école polyt. Bd. 13, 15, 21, und Crelles Journ. Bd. 11, 12, 13) nicht nur zu einer Darstellung des μten Differentialquotienten einer beliebigen Funktion (wo μ eine beliebige reelle Zahl bedeutet), sondern auch zum Nachweis der Anwendbarkeit der Differentiation mit beliebigem Index auf Probleme der Mechanik, der Geometrie, der Integralrechnung und der Theorie der Differentialgleichungen. Indessen sind seine Definitionen, eine einzige ausgenommen, die sich auf den Ausdruck einer Funktion mittelst des Fourierschen Theorems durch ein Doppelintegral stützt, doch insofern mit Mängeln behaftet, als sie entweder die Entwickelung der zu differentiirenden Function in eine nach Pontenzen von x fortschreitende Reihe, oder in eine Reihe von der Form ΣAe^{mx}, oder endlich die Grenzbestimmung eines Quotienten mit einer unendlichen Reihe als Zähler und h^{μ} als Nenner für $h = o$ zur Voraussetzung haben, Operationen, die sich nur in den wenigsten Fällen mit hinreichender Leichtigkeit ausführen lassen. Die vorliegende Abhandlung beschäftigt sich nun damit, für den μten Differentialquotienten eine einfachere Definition durch einen geschlossenen Ausdruck aufzustellen und dadurch die Verwertung desselben in der höheren Analysis zu ermöglichen.

8. **Bromberg.** Gymn. Progr. Nr. 122. Oberl. Robert Heffter, *Die Wärme- und Regenverhältnisse Brombergs.* Zweite Abhandlung. 18 S.

Im Jahre 1869 erschien von der Hand des Verfassers eine Programmabhandlung, in der er die Erscheinungen der Luftwärme und der Niederschläge in Bromberg einer ausführlichen Darstellung und Berechnung

unterzog. Seit jener Zeit hat er die meteorologischen Beobachtungen ununterbrochen fortgesetzt und versucht nunmehr auf Grund der jetzt 32 Jahre umfassenden Beobachtungen, für jeden Kalendertag die normale Temperatur zu berechnen. Ausserdem sind die Abweichungen der einzelnen Jahrgänge von der berechneten Normalen mehr als früher berücksichtigt und nicht bloss für die Wärme der einzelnen Monate, sondern auch für die der Pentaden und für die mittleren monatlichen Tagesextreme die mittlere und die absolute Anomalie berechnet. Dasselbe Princip ist auch auf die monatlichen Niederschlagshöhen angewendet worden, obgleich erst zwanzigjährige Regenbeobachtungen vorliegen. Da vor mehreren Jahren von dem Meteorologencongress als internationale Maasse die Scala des hundertteiligen Thermometers und für Barometer- und Niederschlagshöhen der Millimeter angenommen sind, so mussten die gewonnenen Zahlen auf diese Maasse reducirt werden. Die mittlere Jahrestemperatur ergiebt sich zu $7{,}55^0$, die mittlere jährliche Regenhöhe 531,2 mm.

9. **Krotoschin.** Gymn. Progr. Nr. 126. Oberl. Prof. W. Schönborn, *Die Sechs-Punkt-Kreise des ebenen Dreiecks.* 22 S. und eine Figurentafel.

Der Feuerbachsche oder Neun-Punkt-Kreis ebenso wie die berührenden Kreise des ebenen Dreiecks lassen sich auffassen als specielle Fälle einer unbegrenzten Zahl von Kreisen, die man Sechs- oder auch Zwölf-Punkt-Kreise nennen kann. Einige diese Kreise betreffende Sätze, die der Verf. zum Teil bei der Repetition der Planimetrie in der Prima des Gymnasiums benutzt, sind in der vorigen Abhandlung zusammengestellt.

10. **Posen.** Königl. Friedr.-Wilh.-Gymn. Progr. Nr. 132. Gymnasiall. Ernst Jackwitz, *Ueber die unendlich kleinen Schwingungen eines Pendels, ABC, welches nur aus zwei festen Massenpunkten B und C besteht, die um die Gleichgewichtslage AD oscilliren.* 15 S.

Die Abhandlung beginnt mit der Untersuchung der Bewegung im leeren Raume für den Fall, dass das Pendel ohne Anfangsgeschwindigkeit dem Einfluss der Schwere überlassen wird, und für den Fall, dass sehr kleine Anfangsgeschwindigkeiten die Gleichgewichtslage gestört haben; untersucht sodann die periodischen Schwingungen und die Horizontalprojektion der Bahnen beider Massenpunkte, und schliesst mit der Untersuchung der Schwingungen eines solchen Pendels in einem widerstehenden Mittel.

11. **Rogasen.** Gymn. Progr. Nr. 133. Muche, *Entwurf eines Lehrplanes für den geographischen (und geschichtlichen) Unterricht nebst Bemerkungen über die Methodik desselben.* 9 S.

Die Arbeit streift das Gebiet unserer Zeitschrift nur, so weit sie sich auf den geographischen Unterricht bezieht, welchen die Zeitschrift in erster Linie dem naturwissenschaftlichen Lehrer zugewiesen wissen will, während der Verfasser der vorliegenden Arbeit der Meinung ist, dass für den Gymnasial-Unterricht Geographie und Geschichte ein zusammengehöriges Ganze bilden. Abgesehen von dieser principiellen Meinungsverschiedenheit kann Referent die von dem Verfasser vorgeschlagene Verteilung des Unterrichtsstoffes nur billigen. In Sexta ist nach einleitender Orientirung am Globus der Schüler zur Betrachtung seines Heimatlandes anzuleiten, und zwar von seinem Wohnort aus auf die Provinz, von dieser auf den ganzen Staat überzuführen. Hieran schliessen sich dann in Quinta die ausserdeutschen Länder Europas, in Quarta die aussereuropäischen Erdteile, in Untertertia eine wiederholte ausführliche Beschreibung Deutschlands, in Obertertia eine solche Europas. Von den beiden oberen Classen, wo nur eine Stunde vierzehntägig auf die Geographie verwendet werden darf, wird der Secunda die Wiederholung der aussereuropäischen Länder, der Prima die Europas zugewiesen.

12. **Bromberg.** Realsch. Progr. Nr. 139. Oberl. Dr. Kiehl, *Zur Theorie der Transversalen.* 12 S. und eine Figurentafel.

Nachdem im ersten Abschnitte der vorliegenden Abhandlung die Zusammenstellung von Punkten nach gleichen Winkelabschnitten und ihr dualistisches Gegenbild, die Zusammenstellung nach gleichen Seitenabschnitten, dargestellt ist, beschäftigt sich der zweite mit den Eigenschaften eines Punktes, welcher dem Schwerpunkte zugeordnet ist, und der sich als Schnittpunkt von zehn Transversalen, darunter drei von gleicher Länge, ausweist. Der dritte Abschnitt führt eine im zweiten eingeleitete Untersuchung über Transversalen von gleicher Länge nach anderen Gesichtspunkten weiter, indem zunächst Transversalen untersucht werden, welche zu dem Dreieck in der Weise ungleichartig liegen, dass zwei von ihnen sich innerhalb oder ausserhalb der Dreieckswinkel befinden, die dritte ausserhalb oder innerhalb, sodann aber an die Stelle der bisherigen antiparallelen eine parallele Lage der Transversalen gleicher Länge gesetzt wird. Auch im letzteren Falle erhält man eine doppelte Reihe solcher Linien, je nachdem diese gleichzeitig innerhalb der Winkelräume, oder teils innerhalb, teils ausserhalb liegen.

Schlesien.

13. **Breslau.** Friedrichsgymn. Progr. Nr. 147. Heinrich Vogt, *Das Tetraeder mit Höhenschnittpunkt.* 12 S.

Wie überhaupt nicht selten Eigenschaften allgemeiner ebener Figuren sich an speciellen räumlichen Gebilden wiederfinden, ist es auch ein specielles Tetraeder, dessen Höhen sich schneiden. Viele Eigenschaften dieses Tetraeders sind durch Feuerbach (Grundriss zu analytischen Untersuchungen der dreieckigen Pyramide. Nürnberg 1827) mitgetheilt worden, die meisten ohne Beweis, andere auf analytischem Wege abgeleitet. Die Einfachheit der Sache weist auf eine elementar-synthetische Behandlung hin, welche der Verfasser in der vorliegenden Abhandlung unternimmt, die er den Fachgenossen als Material für die Bestrebungen darbietet, die Schulstereometrie von dem Gebiet der Rechnung mehr auf das der Construction und der Lagenbeziehung überzuführen. Zum Schluss werden die entsprechenden Eigenschaften des allgemeinen Tetraeders, soweit solche vorhanden sind, angeführt.

14. **Breslau.** Königl. kath. St. Matthiasgymn. Progr. Nr. 148. Oberl. Prof. Paul Kössler, *Ueber die Entstehung eines Kegelschnittbüschels aus einem Strahlenbüschel nach der Methode von Newton.* 28 S. und 4 Figurentafeln.

In dem Jahresberichte des königl. kath. Gymnasiums zu Neisse für das Schuljahr 1873—1874 hat der Verfasser eine Diskussion über die Erzeugung der Kegelschnitte nach der Methode von Newton veröffentlicht. Auf Grundlage der Resultate jener Diskussion untersucht er nun in der vorliegenden Abhandlung das Kegelschnittbüschel, den Mittelpunktskegelschnitt und die Bedingungen dafür, dass der Mittelpunktskegelschnitt ein System zweier Graden, eine Ellipse, Parabel, Hyperbel, ein Kreis oder eine gleichseitige Hyperbel ist, worauf er in einem besonderen Nachtrage die Durchmesser der Kegelschnitte einer genaueren Diskussion unterzieht.

15. **Gross-Glogau.** Königl. kath. Gymn. Progr. Nr. 156. Oberl. Dr. Scholz, *Ueber den Einfluss der Wärme auf die Cohäsion flüssiger Körper.* 10 S. und eine Figurentafel.

Nachdem der Verfasser in dem ersten, geschichtlichen Teile der Abhandlung die den Gegenstand derselben betreffenden Untersuchungen von Laplace, Lalande, Achard, Brunner, Frankenheim, Poisson, Biot, Rumford, Gay Lussac, Link, Hildebrand, Emmett, Wolf, Sondhauss, Artur, Buys-Ballot,

Merian, Simon, Cagniard la Tour, Gerstner, Girard, Guerout, Holtzmann, Dupré und Quinke aufgezählt und besprochen hat, giebt er im zweiten Theile eine neue Methode zur Ermittelung des Einflusses der Wärme auf die Kohäsion flüssiger Körper an, welche er kurz die Hülsenmethode nennt. Taucht man nämlich eine auf einer Seite geschlossene cylindrische kurze Glashülse von dünnem Glase in eine Flüssigkeit, so dass dieselbe die Hülse vollständig füllt, und kehrt dieselbe um, so bleibt die Hülse durch den äusseren Luftdruck gefüllt. Hängt man dieselbe so an den kürzeren Arm einer hydrostatischen Wage, dass die Flüssigkeit in der Hülse mit dem Niveau in Verbindung bleibt, so lässt sich durch Gewichte auf der andern Schale dasjenige Gewicht bestimmen, welches notwendig ist, um den Zusammenhang der Flüssigkeitsteile in der Hülse mit dem Niveau aufzuheben.

16. Kattowitz. Gymn. Progr. Nr. 160. Oberl. Dr. Karl Frosch, *Die Krümmungsradien der Normalschnitte und schiefen ebenen Schnitte der Oberflächen zweiter Ordnung.* 11 S.

Nachdem der Verfasser in der Einleitung eine einfache Konstruction des Krümmungskreises in einem beliebigen Punkte des Umfangs eines Kegelschnitts angegeben hat, geht er zur Untersuchung der Krümmungskreise der Oberflächen zweiter Ordnung über und zeigt, dass alle Sätze, welche von den Halbmessern eines Kegelschnitts gelten, sich auf die Krümmungsradien der Normalschnitte der Oberflächen zweiter Ordnung übertragen lassen. In Bezug auf die schiefen ebenen Schnitte wird folgender Satz bewiesen: „Die senkrechte Projektion des Krümmungsmittelpunktes irgend eines Normalschnittes in einem festen Punkte einer Oberfläche zweiter Ordnung auf einen schiefen Schnitt, der mit dem ersteren dieselbe Tangente hat, ist der Krümmungsmittelpunkt des schiefen Schnittes."

17. Ratibor. Gymn. Progr. Nr. 173. Oberl. Dr. Reimann, *Die meteorologischen Verhältnisse von Ratibor.* Zweiter Theil. S. 25—40.

Die Arbeit ist eine Fortsetzung der vorjährigen Abhandlung derselben Schule, über welche in Jahrgang XII dieser Zeitschrift, S. 158, berichtet worden ist, und enthält die mittleren Tagesmittel der Wärme für alle Tage des Jahres, eine Zusammenstellung der Monatsmittel, abs. Maxima und Minima, fünftägigen und Tagesmittel der Wärme nach Celsius; ferner die Monats- und Jahresmittel des Luftdrucks, die Extreme des Luftdrucks in den einzelnen Monaten, die jährlichen Extreme des Luftdrucks, eine Zusammenstellung der Monatsmittel und abs. Maxima und Minima in Millimetern, die Monats- und Jahresmittel der absoluten und der relativen Feuchtigkeit, die Zahl der Winde in den einzelnen Monaten (nach 8 Richtungen geordnet), die mittlere monatliche und jährliche Zahl der Winde, die Zahl der heiteren, gemischten und trüben Tage für die einzelnen Monate, die Zahl der Tage mit Nebel, Regen und Schnee in den einzelnen Monaten, die Zahl der Tage mit Graupeln und Hagel in den einzelnen Monaten, die Höhe des Niederschlags für die einzelnen Monate und Jahre und die Zahl der Tage mit Gewittern.

18. Görlitz. R. I. O. Progr. Nr. 182. Dr. Heinrich Lange, *Ueber die chemischen Wirkungen des Lichtes.* Erster (theoretischer) Theil. 24 S.

Der Verfasser zeigt zunächst an der Hand der Untersuchungen von Bunsen und Roscoe, Kirchhoff, Becquerel und Stokes, dass die chemische Wirkung des Lichtes von Fluorescenz und Phosphorescenz nicht principiell, sondern nur graduell verschieden ist. In der Auffassung von Stokes, dass die Schwingungen der Moleküle Bewegungen ihrer Theile, d. h. der Atome unter einander sind, liegt die Wichtigkeit seiner Theorie für die chemische Wirkung. Hier erreichen nämlich die Vibrationen einen solchen Grad, dass der Gleichgewichtszustand der Atome, welcher bei der Fluorescenz

und Phosphorescenz erhalten bleibt, dauernd gestört wird, so dass dieselben aus einander gesprengt werden und sich zu andern Molekülen gruppiren. Hierauf wendet sich die Betrachtung zu der Erscheinung, welche von Bunsen als photochemische Induction bezeichnet und von Stokes durch die Ueberwindung der die Atome im Moleküle zusammenhaltenden Affinität erklärt wird, ein Process, der anderweitigen Lagerungen der Atome vorangehen muss. Sodann werden die Beobachtungen von Vogel, Draper, Bunsen, Roscoe, Sachs, Becquerel u. a. erwähnt, welche sich auf den Einfluss der Farbe des wirkenden Lichtes beziehen, um die irrtümliche Meinung von der Lage des Maximums im Blau und Violett zu korrigiren, welche nur für die Mehrzahl der Körper zutrifft. Im Anschluss daran werden die Untersuchungen über die chemische Intensität des Sonnenlichtes und die zu diesem Zwecke konstruirten Actinometer besprochen. Im weiteren Verlaufe der Abhandlung werden die chemischen Wirkungen des Lichts auf das vegetabilische Leben, auf die technisch wichtigen Silber- und Chromverbindungen, Asphalte und Harze, sowie auf das theoretisch wichtige Gemenge von Chlorgas und Wasserstoffgas besprochen, welches in erster Linie die Grundlage zu den Gesetzen über die chemische Lichtwirkung gegeben hat.

19. Löwenberg. Höh. Bürgerschule. Progr. Nr. 191. Zeichenl. Zartmann, *Leitfaden für den Unterricht in der Linearperspective.* 23 S. und 2 Figurentafeln.

Die Schüler des Verfassers mit der Linearperspective, ihren mathematischen Vorkenntnissen entsprechend, so weit bekannt zu machen, dass sie befähigt werden die hierhin gehörigen Konstruktionsaufgaben möglichst selbständig aus den perspektivischen Lehrsätzen abzuleiten, ist der Zweck dieses Leitfadens. Ein natürlicher, folgerichtiger Zusammenhang dieser Lehrsätze machte es unmöglich, dieselben in eine Reihenfolge zu bringen, die mit jener übereinstimmt, welche die zugehörigen geometrischen Lehrsätze in den an der Anstalt eingeführten Lehrbüchern von Kambly einnehmen, deren Paragraphennummern an den betreffenden Stellen vermerkt sind. Der in Quarta zu behandelnde Lehrstoff ist mit ††, der für das Pensum der Tertia hinzukommende mit † bezeichnet, während alles Übrige der Sekunda vorbehalten bleiben soll. In Quarta werden sich die Begründungen vielfach auf blosse Veranschaulichung an Modellen beschränken müssen, zu welchem Zwecke der Verfasser den Krauseschen Bilderapparat als recht gute Dienste leistend empfiehlt. Die Schattenkonstruction hat in Anbetracht der dem Zeichenfache zugemessenen Zeit und mit Rücksicht auf den Zweck der Schule nur eine oberflächliche Behandlung gefunden, welche jedoch hinreichen dürfte, die Schüler der Sekunda zur selbständigen Lösung leichterer Aufgaben zu befähigen.

C) Bibliographie.

Oktober.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Planta, Dr. Ständerat, Pädagogik und Schablone. In Briefen. (55 S.) Chur, Kellenberger. 0,80.*)

Uffelmann, Prof. Dr., Handbuch der öffentlichen Hygiene des Kindes zum Gebrauche für Studierende, Pädagogen, Ärzte und Sanit.-Beamte. (588 S.) Lpz., Vogel. 11.

Teichmüller, Prof. Dr., Pädagogisches. Zur Revision des Lehrplanes unserer Gymnasien. (58 S.) Lpz., Köhler. 1,50.

*) Die beigefügten Zahlen bedeuten immer die Preise in Reichsmark. Red.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

vacat.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Martus, Dir. Prof., Astronomische Geographie. Ein Lehrbuch angewandter Mathematik. Schulausg. (162 S.) Lpz., Koch. 2,60.

Physik.

Mousson, Prof. Dr., Die Physik auf Grundlage der Erfahrung. 3 Bd. Die Lehren vom Magnetismus und der Elektricität. Mit 198 Fig. u. 2 Tafeln. (324 S.) Zürich, Schulthefs. 6.

Siemens, W., Gesammelte Abhandlungen u. Vorträge. Mit 6 Tafeln u. dem Porträt des Verf. (582 S.) Berlin, Springer. 14.

Weinhold, Prof. Dr., Physikalische Demonstrationen. Anleitung zum Experimentieren im Unterr. 3. Lfg. Lpz., Quandt u. Händel. 8,50 (Compl.: 22).

Neumann, Prof. Dr. F., Vorlesungen über die Theorie des Magnetismus namentl. über die Theorie der magnet. Induktion. (116 S.) Lpz., Teubner. 3,60.

Krebs, Oberl. Dr., Grundrifs der Physik für höhere realistische Lehranstalten. (616 S.) Lpz., Veit. 7.

Chemie.

Janovsky, Prof. J. V., Anleitung zur qualitativen Analyse unorganischer u. organischer Körper. Als Hilfsbuch bei prakt. Arb. in Laboratorien. (71 S.) Prag, Calve. 2.

Fleck, Hofrat, Prof. Dr., Die Chemie im Dienste der öffentlichen Gesundheitspflege. (220 S.) Dresden, Zahn. 6.

Wenghöffer, Dr., Kurzes Lehrbuch der Chemie der Kohlenstoffverbindungen. (756 S.) Stuttgart, Wittmer. 12.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Kessler, Dr. H. F., Die auf Populus nigra u. dilatata vork. Aphidenarten u. die von denselben bewirkten Mifsbildungen. Mit 4 Steintafeln. Im 28. Bericht des Verf. f. Naturk. zu Kassel. Kassel, Freyschmidt. 1,50.

Brehms Tierleben. Mit 170 Tafeln in Farbendruck, unter Leitung der Zoologen Dr. Girtanner, Prof Dr. Klunzinger, O. Schmidt u. Taschenberg nach dem Leben ausgeführt von Maler Olof Winkler. I. Vögel. Lpz., Bibl. Institut. In Heften à 1.

Hagelbergs Zoologischer Handatlas. Naturgetreue Darstellung des Tierreichs in seinen Hauptformen. C. Amphibien (8 Taf.) u. D. Fische (10 Taf.). — E. Gliedertiere (20 Taf.). — F. Weichtiere (4 Taf.) u. G. Würmer, Stachelhäuter, Strahl- u. Urtiere (6 Taf.). Berlin, Dümmler. C. u. D : 5. — E : 5. — F u. G : 3.

Sachs, Dr. C., Untersuchungen am Zitteraal, Gymnotus electricus. Nach dessen Tode bearb. von Emil Du Bois-Reymond. (446 S.) Lpz., Veit. 26.

Müller, Dr. H., Am Neste. Beobachtungen und Mitteilungen über das Leben und die Fortpflanzung einheimischer körnerfress. Vögel. (178 S.) Berlin, Mode. 1,50.
Mayr, Dr., Die Genera der gallenbewohnenden Cynipiden. (38 S.) Wien, Hölder. 1,20.

2. Botanik.

Hartinger, Atlas der Alpenflora. Mit Text von Prof. Dr. Dalla Torre. Mit chromolith. Taf. Wien, Gerold. In Liefgn. à 2.
Goeze, Dr., Pflanzengeographie. (478 S.) Stuttgart, Ulmer. 9.
Eichler, Dir. Prof. Dr. A. W., Jahrbuch des kön. botan. Gartens u. des botan. Museums zu Berlin. 1. Bd. Mit 6 Taf. (3 lith., 1 chromolith. u. 2 Lichtdr.) (351 S.) Berlin, Bornträger. 12.
Fellner, Gymn. Prof., Albertus Magnus als Botaniker. (90 S.) Hölder. 1,60.
Minks, Dr. Arth., Symbolae licheno-mycologicae. Beiträge zur Kenntnis der Grenzen zwischen Flechten und Pilzen. 1. Tl. (176 S. Kassel, Fischer. 8.
Wiesner, Prof. Dr., Das Bewegungsvermögen der Pflanzen. Eine krit. Studie über das gleichnamige Werk v. Darwin, nebst neuen Untersuchungen. (212 S.) Wien, Hölder. 5.
—, Elemente der wissensch. Botanik. 1 Bd. Elemente der Anatomie u. Physiologie der Pflanzen. (276 S.) Ebda. 7.

3. Mineralogie.

Werner, Prof. Dr. G., Mineralogische und geologische Tabellen. Für die Hand des Schülers an oberen Gymnasial- u. Realklassen. Mit 30 Krystallfig. (24 S.) Stuttg., Knapp. 0,80.
Dücker, Bergrat, Petroleum und Asphalt in Deutschland. (48 S.) Minden, Bruns. 0,80.
Heim, Prof. Alb., Die Gebirge. (28 S.) Mit 1 Taf. Basel, Schweighauser. 1,00.

Geographie.

Kuntze, Dr. O., Um die Erde. Reiseberichte eines Naturforschers. (514 S.) Lpz., Erohberg. 6.
Kirchhoff, Prof. A. Schulgeographie. (248 S.) Halle, Waisenhaus. 2.
Gelcich, Grundzüge der physischen Geographie des Meeres, mit einem Anhang über Ozeanschiffahrt. (214 S.) Wien, Hölder. 4.
Du Chaillu, Im Lande der Mitternachtssonne. Sommer- und Winterreisen durch Norwegen und Schweden, Lappland u. Nordfinnland. Lpz., Hirt. In 20 Lfgn. à 1.
Steinhauser, Wandkarte der österreich. Alpen. 1 : 500 000. Wien, Artaria. 6.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Adam, Landesschulinsp., Taschenbuch der Logarithmen für Mittelschulen. 8. Ster.-Ausg. (96 S.) Wien, Bermann und Altmann. Gebunden 1,20.
Spieker, Realschulprof. Dr., Lehrbuch der ebenen Geometrie mit Übungsaufgaben für höhere Lehranstalten. 15. Aufl. (338 S.) Potsdam, Stein. 2.50.
Rüetli, Aufgaben zur Anwendung der Gleichungen auf die geom. Berechnungen. Zum Gebrauch an Realschulen und Gymnasien. 2. Aufl. (75 S.) Bern, Dalp. 2,30.
Ziegler, Gymn. Prof., Grundriſs der ebenen Geometrie, zum heuristischen Unterr. für Gymnasien. 2. Aufl. (60 S.) Landshut, Krüll. 1.

5*

Schmidt, Reg.- u. Schulrat, Die Elemente der Algebra für höhere Lehranstalten bearb. 4. Aufl. (323 S.) Trier, Lintz. 3.

Schroeder, Prof. Th., Lehrbuch der Planimetrie, mit Rücksicht auf Wöckels Sammlung geom. Aufg. bearb. 3. Aufl. der Planimetrie von Fischer. (288 S.) Nürnberg, Korn. 3,60. Resultate (7 S). 0,40.

2. Naturwissenschaften.

Pinner, Repetitorium der organischen Chemie. 5. Aufl. Berlin, Oppenheim. 6,50.

Youmans, Anfangsgründe der allg. Botanik. Autoris. deutsche Ausg. 2. Aufl. Mit 297 Holzschn. (136 S.) Berlin, Stubenrauch. 1,20.

Landauer, J., Die Lötrohranalyse. Anleitung zu qualitativen chemischen Untersuchungen auf trockenem Wege. Mit freier Benutzung v. William Elderhoshts Manual of qualitative blow pipe analysis bearb. 2. Aufl. (176 S.) Berlin, Springer. 4.

Schmidlin, Illustrierte populäre Botanik. 4 Aufl. in neuer Bearb. v. Dr. O. E. R. Zimmermann. Lpz., Oehmigke. In 10 Lfgn. à 1.

Altum, Prof. Dr., Forstzoologie. III. Insekten. 1. Abt. Allg. u. Käfer. 2. Aufl. (380 S.) Berlin, Springer. 8.

Jochmann, E., Grundrifs der Fxperimentalphysik. 7. Aufl. (411 S.) Berlin, Winkelmann. 4,60.

Lorinser, San. R. Dir. Dr., Die wichtigsten efsbaren, verdächtigen u. giftigen Schwämme mit naturgetr. Abb. auf 12 Taf. 2 Aufl. (88 S.) Wien, Hölzel. 10.

Brettner, Dir. Prof. Dr., Leitfaden für den Unterr. in der Physik. 20. Aufl. herausg. v. Ulffers u. Prof. Blümel. (352 S.) Stuttg. Heitz. 3.

November und December.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Bayer, Reg.- u. Schulrath, Über den Einflufs des öffentl. Lebens auf die Erziehung der Jugend. Vortrag. Hamburg, Rauhes Haus. 0,50.

Czekala, Schulinsp., Sollen unsere Gymnasien bleiben, wie sie sind? Ein pädag. Mahnwort. (84 S.) Moskau, Lang. 1,25.

Hofmann, Prof. Dir. Dr., Die praktische Vorbildung zum höheren Schulamt auf der Universität. (43 S.) Lpz. Edelmann. 1,20.

Kern, Grundrifs der Pädagogik. (314 S.) Berlin, Weidmann. 5.

Radestock, Dr., Die Gewöhnung u. ihre Wichtigkeit für die Erziehung. Eine psychologisch-pädag. Untersuchung. (107 S.) Berlin, Öhmigke. 2,50.

Verhandlungen der Direktoren-Versammlungen in den Provinzen d. Königr. Preufsen seit 1879. 8. Bd. 20. Direktoren-Versammlung in der Prov. Westfalen 1881. (207 S.) Berlin, Weidmann. 3. (1—8. Bd.; 35.)

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Donadt, Dr., Das mathematische Raumproblem u. die geometrischen Axiome. (68 S.) Lpz. Barth. 1,60.

Escherich, Prof. Dr. G., Einleitung in die analyt. Geometrie des Raumes. (282 S.) Lpz. Teubner. 5,20.

Glinzer, Dr., Lehrbuch der Elementargeometrie. 2. Thl. Stereometrie. Mit 142 Fig. und einer Aufgabensammlung. (148 S.) Hamburg, Nestler. 3.

2. Arithmetik.

Bussler, Gymnasialoberl., Elemente der Arithmetik u. Algebra. Für höhere Schulen, sowie zum Selbstunterricht. (140 S.) Berlin, Enslin. 1,80.

Noth, Gymnasialoberl. Dr., Die Arithmetik der Lage. (89 S.) Lpz. Barth. 2,40.

Menge, Prof. Dr., u. **Werneburg**, Antike Rechenaufgaben. Ein Ergänzungsheft zu jedem Rechenbuch für Gymnasien. (70 S.) Lpz. Teubner. 0,80.

Bergold, Gymnasialprof., Arithmetik und Algebra, nebst einer Geschichte dieser Disciplinen, für Gymn. und Realsch. (200 S.) Karlsruhe, Reuther. 2,25.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Newcomb, Sim., Populäre Astronomie. Deutsche verm. Ausg. v. Dr. Rud. **Engelmann**. Mit d. Bildnis W. Herschels, 2 Sternkärtchen u. 207 Holzschn. (742 S.) Lpz. Engelman. 12.

Physik.

Helmholtz, H., Wissenschaftliche Abhandlungen. 1. Bd. 1. Abtlg (320 S.) Lpz. Barth. 6.

Kirchhoff, G., Gesammelte Abhandlungen. 1. Abtlg. (320 S.) Ebda. 6.

Lommel, Prof. Dr., Lexikon der Physik u. Meteorologie in volksthümlicher Darstellung. Mit 392 Abb. (380 S.) Lpz. Bibl. Inst. 4.

Ballauf, Konrektor, Die Grundlehren der Physik in elementarer Darstellung. Langensalza, Beyer. 10.

Magnus, Doc. Dr., Farbe u. Schöpfung. Acht Vorlesungen über die Beziehungen der Farben zum Menschen u. zur Natur. (290 S.) Breslau, Kern. 5.

Chemie.

Kolbe, Herm., Zur Entwickelungsgeschichte der theoretischen Chemie. (117 S.) Lpz. Barth. 1,60.

Ruchte, Rektor Dr., Allgemeine Einleitung zum Studium der Chemie nebst einer gedrängten Zusammenstellung der wichtigsten chemischen Prozesse mit stöchiometr. Aufgaben. (88 S.) Ingolstadt, Ganghofer. 1,70.

Rammelsberg, Prof. Dr., Handbuch der krystallographisch-physikal. Chemie. 1. Abthlg. (615 S.) Lpz., Engelmann. 14.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Pagenstecher, Prof. Dir. Dr., Allgemeine Zoologie oder Grundgesetze des tier. Baues u. Lebens. (959 S.) Berlin, Parey. 50.

Kraepelin, Oberl., Leitfaden für den zoolog. Unterr an mittleren u. höheren Schulen. (211 S.) Lpz. Teubner. 1,60.

Goette, Prof. Dr., Abhandlungen zur Entwickelungsgeschichte der Tiere. (104 S.) Mit Holzschn. u. 6 Taf. Lpz. Vofs. 15.

Schmidt-Göbel, Prof. Dr., Die schädl. u. nützl. Insekten in Forst, Feld u. Garten. Mit 12 Foliotaf. in Farbendr. (296 S.) Wien, Hölzel. 25,20.

Lubarsch, Realschull., Systematischer Grundrifs der Zoologie. Für den Gebrauch an höh. Lehranstalten sowie zum Selbstunterr. 1. Tl. Wirbeltiere. (134 S.) Berlin, Hirschwald. 2.

Ruchte, Rektor Dr., Leitfaden für den ersten Unterr. in der Naturgesch. des Tier- u. Pflanzenreiches. (115 S.) 2.

2. Botanik.

Hoffmann, Pflanzenatlas nach dem Linné'schen System. 80 fein color. Taf. mit mehr als 800 Abb. u. erl. Text. (88 S.) Stuttg. Thienemann. 12.
Waldner, Deutschlands Farne. Heidelberg, Winter. In Lfgn. à 2,50.

3. Mineralogie.

Heim, Prof. A., Die schweizerischen Erdbeben vom Nov. 1879 bis Ende 1880. (25 S.) Bern, Haller. 0,80.
Rammelsberg, Prof. Dr., Die Gewinnung von Gold u. Silber. Berlin, Habel. 0,60.
Pfaff, Prof. Dr., Das Alter der Erde. (43 S.) Heilbronn, Henninger. 1.
Weifs, Prof. Dr., Landesgeologe, Aus der Flora der Steinkohlenformation. Zur Erläuterung der wichtigeren Pflanzen dieser Formation. Mit 20 Taf. Abb. Berlin, Schropp. 3.
Wach, 150 Krystallformennetze zum Anfertigen von isometrischen Krystallmodellen. 1. Lfg. (14 Taf.) Pilsen, Maasch. 2.

Geographie.

Bastian, Prof. Dr. A., Der Völkergedanke im Aufbau einer Wissenschaft vom Menschen u. seine Begründung auf ethnologische Sammlungen. (184 S.) Berlin, Dümmler. 4.
Rohmeder, Dr., u. Wenz, Methodischer Atlas für bayerische Schulen. 2. Tl.: Mitteleuropa. München. Schulbücherverlag. 4 Karten. 0,50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Erler, Prof. Oberl. Dr., Die Elemente der Kegelschnitte in synthetischer Behandlung. Zum Gebrauche in der Gymnasialprima bearb. 2. Aufl. (46 S.) Lpz. Teubner. 1.
Hesse, Otto, Vorlesungen aus der analytischen Geometrie der geraden Linie, des Punktes u. des Kreises in der Ebene. 3. Aufl. Rev. von Prof. Dr. S. Gundelfinger. (229 S.) Lpz. Teubner. 5,20.
Mehler, Gymnasialprof. Dr., Hauptsätze der Elementarmathematik zum Gebrauche an Gymnasien u. Realschulen. Mit Vorw. v. Prof. Dr. Schellbach. 11. Aufl. (180 S.) Berlin, Reimer. 1,50.
Pahnsch, Oberl., Arithmetische Aufgaben. Eine Zugabe zum Leitfaden. 9. Aufl. (164 S.) Reval, Kluge. 2. — Res. (78 S.) 1,20.
Baltzer, Prof. Dr., Theorie und Anwendung der Determinanten. 5. Aufl. (278 S.) Lpz., Hirzel. 5.
Pleibel, Oberl., Handbuch der Elementararithmetik. Zum Gebrauch in Bürgerschulen, Realschulen und Seminarien. 8. Aufl. (648 S.) Stuttg., Schweizerbart. 6,40.
Spitz, Dr. C., Lehrbuch der allgem. Arithm. mit 2230 Beisp. u. Aufg. 4. Aufl. (503 S.) Lpz., Winter. 7.
—, Res. u. Andeutungen zur Aufl. der Aufg. Ebenda. 1,60.
—, Lehrbuch der Stereometrie. Mit 350 Übungsaufg. 5. Aufl. (195 S.) Ebenda. 2,40.
—, Resultate. Ebenda. 0,60.
Wittstein, Prof. Dr., Lehrbuch der Elementarmathematik. 2. Abtlg.: Stereometrie. 6. Aufl. (191 S.) Hannover, Hahn. 2,10.
Féaux, Prof. Oberl. Dr., Lehrbuch der elementaren Planimetrie. 6. Aufl. besorgt durch Oberl. Luke. (199 S.) Paderborn, Schöningh. 2,50.

2. Naturwissenschaften.

Husemann, A., **Hilger** u. Th. **Husemann**, Prof. Die Pflanzenstoffe in chemischer, phys., pharmakolog. u. toxikol. Hinsicht. 2. Aufl. Berlin, Springer. 24.

Kobelt, Dr., Katalog der im europ. Faunengebiet lebenden Binnenconchylien. 2. Aufl. (294 S.) Kassel, Fischer. 6.

Kauer, Dir. Prof. Dr., Naturlehre für Lehrer- u. Lehrerinnenbildungsanstalten. 2. Aufl. Wien, Hölder. 2,94.

Koppe, Prof. K., Anfangsgründe der Physik etc. 15. Aufl. bearb. von Oberl. Dr. Dahl. (452 S.) Essen, Bädeker. 4,20.

3. Geographie.

Ruge, Prof. Dr., Geographie insbesondere für Real- u. Handelsschulen. 8. Aufl. (357 S.) Dresden, Schönefeld. 3,60.

Seydlitz, E. v., Geographie. 19. Bearbeitung. A. Grundzüge. (78 S.) 0,75. — B. Kleine Schulgeographie. (183 S) 2. — C. Gröſsere Schulgeographie. (389 S.) 3,75. Breslau, Hirt.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die Abiturienten der Realgymnasien und Realschulen I. O. als Studierende an den Universitäten.*)

Rede zur Feier des 299. Stiftungstages der Kgl. Bayer. Julius-Maximilians-Universität in Würzburg am 3. Januar 1881 gehalten von

Dr. Johannes Wislicenus, o. ö. Professor der Chemie, z. Z. Rector.

(Abdruck aus d. Central-Organ f. d. J. d. R.-W.)

Hochansehnliche Versammlung!

Bei Feierlichkeiten, wie wir sie heute am 299. Jahrestage der Stiftung unserer Alma Julia begehen, sind es zumeist aufserhalb der Streitfragen des Tages stehende Erörterungen, welche den Gegenstand der den Mittelpunkt des Festes bildenden Rede abgeben. Es sind Rückblicke auf die Vergangenheit und die Entwickelung der deutschen Hochschulen im allgemeinen oder der eigenen im besonderen und einzelner ihrer Glieder, Schilderungen ihrer heutigen Stellung und Aufgaben im Leben der Nation oder zusammenfassende Darstellungen allgemeiner Ergebnisse einzelner Wissenschaftszweige und der ihnen specifischen Forschungsmethoden.

Das Alles ist durchweht von dem Hauche herzlicher Freude an der eigenen und gemeinschaftlichen wissenschaftlichen Arbeit, von dem Bewufstsein der hohen Bedeutung, welche sie selbst und die ihr und ihrer freien Lehre dienenden Anstalten für die grofsen Kulturaufgaben der Menschheit haben; es ist erfüllt von frohem Dankgefühle für den Schutz und die Förderung, welche unsere Fürsten, Regierungen und Volksvertretungen der Hochschule gewähren, und von zuversichtlichem Vertrauen auf die ferneren, im Schoofse der Zukunft noch verborgen liegenden Loose.

Mängel und Gebrechen, welche allen menschlichen Einrichtungen anhaften und auch den Universitäten nicht fehlen, Unvollkommenheiten und Lücken der heutigen wissenschaftlichen Erkenntnis, Irrtümer, welche ihr — für einzelne Augen bereits erkennbar — noch anhaften, werden nicht mit dem Messer unbarmherziger Kritik verfolgt und blossgelegt, sondern machen sich nur in Hinweisen auf höhere Ziele geltend, auf deren Erreichung der des Ringens für die Wahrheit gewöhnte Sinn fest vertraut.

Und so ist es recht und gut. Die eindringende nüchterne Kritik, welcher niemand von uns sich entäufsern kann, gehört der Verstandesarbeit des Werktages, das Fest aber verlangt frohe Erhebung des Gemütes zum Idealen.

---

*) Obschon diese Rede bereits ein Jahr alt ist, dürfen wir sie doch als Gegenstück zu der XII, 228 u. f. mitgeteilten des dam. Berliner Universitätsrektors Hofmann (gemäfs unserer Ankündigung XII, 234 u. f.) nicht unterdrücken, zumal da sie Reichtum, Wahrheit und Frische der Gedanken in schöner Form bietet und zugleich Muster einer ebenso objektiven wie gewaltigen Polemik ist. D. Red.

Wenn ich heute, hochverehrte Anwesende, in der Wahl und Behandlung meines Themas jenen Boden und Charakter der akademischen Festrede wider bessere Einsicht zu verlassen scheine und Sie einlade mit mir das Gebiet einer während des letzten Jahrzehntes viel — und oft nicht ohne Leidenschaft — erörterten Streitfrage zu betreten und auch etwas Polemik sich gefallen lassen zu wollen, so bedarf dies einer vorausgehenden kurzen Begründung.

Ich selbt beabsichtigte Anfangs etwas ganz anderes, als ein Ereignis eintrat, welches mir mit dem Ernste des kategorischen Imperatives eine völlige Änderung des schon entworfenen Planes aufdrängte: es ist dies die am 15. Oktober vorigen Jahres von meinem Fachcollegen Professor Dr. A. W. Hofmann beim feierlichen Antritte des Rectorates der Universität Berlin gehaltene Rede über „die Frage der Teilung der philosophischen Facultät".

Nicht gegen die Überzeugung des hochberühmten Meisters chemischer Forschung beabsichtige ich mich zu wenden, daſs die an einzelnen deutschen Universitäten durchgeführte Spaltung in zwei Facultäten oder — wie wir es selbst haben — zwei mit einander lose verbundene Sectionen ohne innere Berechtigung und den beiden Richtungen des reinen Erkennens in der dadurch erfolgenden Lockerung ihres Zusammenhanges und Hinderung ihrer gegenseitigen Befruchtung und Ergänzung geradezu schädlich sei. Hat doch die eigene Meinung sich im Laufe der Jahre in gleicher Richtung mannigfach modificiert, ohne freilich in der Zweiteilung die dort geschilderten groſsen Gefahren zu erblicken, so lange die höhere Einheit der Universität um alle Facultäten ein gemeinsames und festes Band schlingt.

Es ist nur ein einziger Punkt, und zwar der letzte in der Entwickelung des Hauptgedankens, gegen welchen in die Schranken zu treten mir das Gewissen gebietet.

Der Rector der Friedrich-Wilhelms-Universität bezeichnet die Einheit der philosophischen Facultät als die „mächtigste Schutzmauer des Gymnasiums", jede Secession dagegen als „Wasser auf die Mühle der Realschule". Nach Anführung der wichtigsten Gründe, welche eine von höchster Stelle einverlangte gutachtliche Äuſserung der Berliner Facultät im Jahre 1870 gegen die Zulassung der Realschul-Abiturienten zu den Universitätsstudien entwickelte, und die vom Redner auch jetzt noch mit voller Entschiedenheit vertreten werden, bezeichnet der vielgesuchte Lehrer seine seit jener Zeit an einer gröſseren Zahl durchschnittlich begabter Studierender von beiderlei Bildungsherkunft gewonnene Erfahrung als feste Stütze für die von jeher gehegte persönliche Überzeugung.

So lange das dem reinen Gymnasialunterrichte complementare System der Realschulbildung den ihm genetisch vorgezeichneten Aufgaben: „der Vorbereitung zu den technischen Studien" getreu geblieben sei, wird ihm voller Beifall gezollt und glücklicher Erfolg nachgerühmt. Die Organisation der preuſsischen Realschule I. Ordnung aber, welcher mit Einführung der lateinischen Sprache nicht nur als obligatorischen, sondern neben der Mathematik vornehmsten Unterrichtsfaches auch die Berechtigung eingeräumt wurde, ihre Abiturienten zu den Studien an die Universitäten zu entlassen, ist eine „Hinwegführung über das ursprünglich gesteckte Ziel". Sie hat in dem stetigen Anwachsen der Zahl immatrikulierter Realschulabiturienten auf die Universitäten einen angeblich fühlbar nachteiligen Einflus zu üben begonnen, denn „die Idealität des akademischen Studiums, die selbstlose Hingabe an die Wissenschaft als solche, die freie Übung des Denkens — zugleich Bedingung und Folge dieser Hingebung — treten in den Maſse mehr und mehr zurück, als der Vorbildung für die Hochschule der klassische Boden unseres Geisteslebens entzogen wird". Von dem Grade der Vorbildung aber, welche der Studierende mit zur Universität bringt, werden Form und Inhalt des Universitätsunterrichtes

stets bedingt sein. „Ein Herabgehen in den Ansprüchen an diese Vorbildung wird, als unausbleibliche Folge, den Universitätsunterricht selbst herabdrücken", und dann kann die deutsche Hochschule kaum länger mehr bleiben, was sie so lange gewesen: „der glorreiche Mittelpunkt unseres Culturlebens".

In den Berichten, welche die Tagesblätter alsbald über diese Rede brachten, wurde ihres ersten Teiles kaum Erwähnung gethan; denn begreiflicherweise ist das Interesse aller der Universität nicht auf die Dauer direkt angehörenden Gebildeten an jener rein internen Frage nach der Organisation der Fakultäten nur ein geringes. Um so gröſseres Aufsehen dagegen erregte die entschiedene öffentliche Parteinahme des berühmten Naturforschers und Universitätslehrers in dem seine Wellenkreise immer weiter aussendenden Streite.

Und in der That, hochverehrte Anwesende, solch Wort, aus solchem Munde und an solchem Orte gesprochen, ist ein hochbedeutungsvolles und hat in sich das Anrecht auf ernste Würdigung. Gerade jetzt muſs es schwer in die Waagschale der Entscheidung fallen, da in dem gröſsten deutschen Bundesstaate die längst erwartete gesetzliche Neuordnung des gesamten Unterrichtswesens immer dringender wird; gerade jetzt, wo wir von neuen Reichsbestimmungen über Vorbedingungen, Dauer und Abschluſs des medicinischen Studiums neue notwendige Impulse für dasselbe und bessere Garantieen dafür erwarten, dass die bisher auch bei den übrigen Culturvölkern so hoch angesehene Stellung unseres ärztlichen Standes nicht durch Unzulänglichkeit der wissenschaftlichen und technischen Ausbildung des jungen Mediciners erschüttert und gemindert werde.

Wer will es den, sei es auf Grund der Autorität und Tradition oder in Folge eigener ehrlicher Prüfung, überzeugten Vertheidigern der rein humanistischen Geistesschulung verdenken, wenn sie mit lautem Zuruf Männer in die Reihen ihrer Kampfgenossen eintreten sehen, denen, wie wenigen, Gelegenheit und Uebung der Beobachtung zu Gebote stand, und welche das gerade für ihre Wissenschaften angeblich specifisch gut vorbereitete Schülermaterial als durchschnittlich nicht genügend gereiftes und erkenntnissfähiges abweisen? Wen wollte es Wunder nehmen, dass auf der anderen Seite die Verfechter der sogenannten Realschulbildung, von dem inhaltsschweren Votum betroffen, behufs seiner Bekämpfung nach ihren besten Waffen greifen, und, trotz fester Ueberzeugung von der Gerechtigkeit und schliesslichen Unbesiegbarkeit ihrer Sache, mit vermehrter Sorge in die nächste Zukunft blicken? Droht doch auch aus noch anderen Gründen den von ihrer Liebe umfassten, von ihrem ernsten Eifer getragenen neuzeitlichen Bildungsanstalten anstatt der erstrebten höheren Blüthe zeitweiser Stillstand und damit schwerer Schaden in ihrer Entwickelung, ja vielleicht sogar noch Einschränkung ihrer für segensvoll gehaltenen Wirkung auf das nationale Leben!

Denn es lässt sich nicht leugnen, es geht ein Zug durch das Empfinden und Wollen der Menschen, welcher allen Neuschöpfungen, der Ausdehnung bisher begrenzt gewesener Rechte, der Anstellung socialer und politischer Experimente entschieden nicht günstig ist, und von diesem Zuge ist unser Vaterland stärker ergriffen, als die meisten übrigen Staaten und Völker. Die Nothwendigkeit, das neuerstandene Reich mit möglichster Beschleunigung einzurichten und unter Dach zu bringen, hat eine so fieberhafte Arbeit im Einreisen alter Schranken und im Neugestalten hervorgerufen, dass unsere Institutionen wohl an manchen Stellen die Spuren der Ueberstürzung erkennen lassen und der hie und da recht fühlbare Mangel an harmonischer Durchbildung das Haus unbehaglicher erscheinen lässt, als die Nation in der Zeit der letzten grossen Tat und der ersten hochflammenden Begeisterung es sich vorgestellt hatte. Die in unserem Jahrhunderte vollzogenen und noch immer nicht abgeschlossenen Umwälzungen in den Anschauungen und dem Gebaren des civilisirten Theiles der Mensch-

heit haben zu Zuständen geführt, in welche sich die auf anderem Boden gemodelten, schwer beweglichen Massen noch nicht hineingefunden haben. So ist es denn geschehen, dass widerliche Missbildungen der üppig treibenden Naturkraft im Menschen in vermehrter Zahl sich dem Blicke unheimlich genug aufdrängen, dass das Fallen alter, nicht mehr erträglicher Fesseln die Zuchtlosigkeit der innerlich Zuchtlosen zu gesteigertem Ausbruche gebracht.

Da werden auch die Freien und Guten wohl angst und irr, verlieren die sichere Führung der Erkenntniss der Gründe im Wirrwarr der Zeit und lassen sich durch den mit erneuter Zuversicht organisirten Ansturm aller nach Wiedereroberung der alten gebrochenen Herrschaft über Leiber und Seelen der Menschen ringenden Elemente erschüttern, zurückdrängen und nicht selten mit fortreissen. Dann sinkt die aufwärts strebende Curve menschlicher Vervollkommnung, zeitweise durch ungeduldiges Emporgedrängen einer vorauseilenden Minderheit allzu plötzlich gehoben, wieder herab unter die so schwer erkennbare Linie des goldenen Mittelweges, bis die teilweise schon gethan gewesene schwere Arbeit von neuem beginnt.

Wer die in dem lebhaften Kampfe um die Berechtigungen des Realgymnasiums mächtig angewachsene Literatur einigermassen verfolgt und die in Presse, Vertretungskörperschaften und sonst gelegentlich laut gewordenen Stimmen nicht überhört hat, der wird zugeben müssen, dass mit dem Augenblicke, wo das heute herrschende Regierungssystem dem Anpralle der rückläufigen Flut erliegen würde, auch die neuen, ihrem innersten Wesen nach dem Parteigetriebe ganz fremden*) Bildungsanstalten zunächst nichts mehr zu hoffen, aber alles zu fürchten hätten. Denn zusammen mit denjenigen Gestaltungstreiben und Bildungsansprüchen, durch welche sie ins Leben gerufen wurden, theilen sie das Loos für alle Leiden, Enttäuschungen und Auswüchse der Zeit mit verantwortlich gemacht zu werden. Weit entfernt von der gelegentlich wohl von einem heissspornigen Vertheidiger geäusserten absurden Behauptung, dass die Gegner durch ihren Widerstand der Reaction dienten oder sich wenigstens reaktionärer Gesinnungen verdächtig machten, und ebenso weit entfernt von der Meinung, dass die Feindschaft der rückwärts drängenden Gewalten an sich schon ein Beweis für die Vortrefflichkeit der neuen Schule sei, haben gleichwohl ihre überzeugten Freunde, angesichts der Zeichen der Zeit, die Pflicht wachsam zu sein und ihre Stimmen zu erheben, wo immer die Gelegenheit gehört zu werden sich bietet.

Dass die Erfahrung es ist, bei welcher allein der schliessliche Entscheid über den zum wissenschaftlichen Studium befähigenden Wert der verschiedenen Schulungssysteme liegt, wird wohl kaum von irgend einer Seite her bestritten werden. Es folgt daraus, dass solche Erfahrungen mit Sorgfalt und ohne Verzug nach möglichst einheitlichem Plane zu sammeln und durch geeignete Veröffentlichung den sich für die Frage interessirenden Kreisen zugänglich zu machen sind. Ehe jedoch aus ihnen sichere Schlüsse gezogen werden dürfen, sind diese Beobachtungen nicht nur nach ihren verschiedenen Kategorieen zu sichten, sondern vor allen Dingen auf ihren inneren Wert, ihre Beweiskraft, kritisch zu prüfen. Dabei erfordern auch die Bedingungen, unter denen sie erwuchsen, sorgfältigste Berücksichtigung: denn nur gleichartige Bedingungen ergeben vergleichsberechtigende Thatsachen. Diese für jede exacte Untersuchung unbedingt massgebenden

---

*) Während Professor Lothar Meyer (Die Zukunft der deutschen Hochschulen, Breslau 1878, S. 31) in jedenfalls viel zu allgemeiner Ausdehnung die liberalen Zeitungen bezichtigt für die Zulassung der Realschul-Abiturienten zum akademischen Studium eingetreten zu sein, bezeichnet Professor E. Laas („Gymnasium und Realschule. Deutsche Zeit- und Streitfragen, Heft 49 und 50, S. 6. 19. 28. 29 u. a.) die Realschule I. Ordnung geradezu als einen bureaukratischen Kunstorganismus, welcher „reactionärer Rücksichtslosigkeit", „reactionärem Hasse gegen die fortschrittlichen und volksfreundlichen Tendenzen der rationalistischen Aufklärung" sein Dasein verdanke, und der vor einem frischen freien Luftzuge sofort kläglich zusammenschrumpfen werde.

Grundsätze sind nicht auf das Gebiet der physikalischen Wissenschaften beschränkt, sondern müssen auch bei socialwissenschaftlichen Ermittelungen, und um eine solche handelt es sich hier in eminentem Sinne, streng befolgt werden. Auf dem Boden menschlichen Lebens, das ja in seinen praktischen Ergebnissen durch rein ideelle Potenzen immer mächtig beeinflusst wird, ist es allerdings in vielen wichtigen Fällen unmöglich, die zu vergleichenden Werte in der aller Unbestimmtheit entkleideten und mathematisch verwertbaren Form der Zahl zu fassen.

Es muss nun sofort sämmtlichen Gegnern der Realgymnasien, welche ihre Beweisführung teilweise oder vorwiegend auf eigene Erfahrung gründen und den Anspruch erheben, dieselbe solle zu mehr als einer blos persönlichen Meinungsäusserung berechtigen, der Vorwurf gemacht werden, dass sie in der Regel gegen diese erkenntnissbedingenden Grundsätze verstossen. In noch höherem Grade gilt dies überall da, wo die zusammengetragenen Erfahrungen und Meinungen anderer unter Betonung der Autorität Verwendung finden. In allen wahren Wissenschaften reicht die Geltung der Autorität aber gerade nur so weit, wie ihre Gründe besser sind, als die des autoritätsärmeren Gegners, oder nur so lange, bis vom letzteren neue bessere Beweismittel herbeigeschafft werden.

Eine solche Autorität, welche gern als Schild und Angriffswaffe ins Feld geführt wird, ist der Name Liebigs. Der scharfsinnige, unsterblich grosse Forscher hat sich allerdings wenigstens einmal öffentlich für die Vorbildung zum wissenschaftlichen — speciell naturwissenschaftlichen — Studium durch das Gymnasium ausgesprochen, und zwar im letzten seiner berühmten „chemischen Briefe", wo er sagt: „Ich habe häufig gefunden, dass Studierende, die von guten Gymnasien kommen, sehr bald die von Gewerb- und polytechnischen Schulen auch in den Naturwissenschaften weit hinter sich zurücklassen, selbst wenn die letzteren anfänglich im Wissen gegen die Anderen wie Riesen gegen Zwerge waren."

In seinen Abhandlungen und Reden finde ich keine zweite Stelle dieser Art, geschweige denn eine solche, welche sich noch bestimmter des gymnasialen Unterrichts im Gegensatze zu dem der Realschule annähme, wohl aber zahlreiche andere, die — wenn auch nicht im Widerspruche zu dem Erfahrungsinhalte obiger Worte stehend — geradezu Verurtheilungen des humanistischen Gymnasiums als höherer Bildungsanstalt für unsere Jugend enthalten*), und die auf das bestimmteste eine Entwickelung der Geistesfähigkeiten durch ein vorwiegend auf die Naturwissenschaften basirtes Unterrichtssystem verlangen. Von ihm erwartet Liebig eine „an Verstand und Geist kräftigere Generation", welche in höherem Grade „fähig und empfänglich sei für alles, was wahrhaft gross und fruchtbar ist", „deren Sinn, reiner und geläutert, dem Höheren und Höchsten sich zuwenden könne"**).

Mit ungleich grösserem Rechte als von den Gegnern, könnte Liebig daher von den Vertheidigern der Ansprüche der Realschule als entschiedenster Freund ihrer Sache citirt werden.

Indessen muss ich ja die Möglichkeit zugeben, dass noch eine oder die andere den Realschulen und ihren Abiturienten entschieden ungünstigere Ausserung des grossen Chemikers irgendwo vorkommen mag, welche meiner Kenntnis entgangen wäre; aber selbst dann hätte sie, wenn auch für ihre Zeit mustergültig, doch noch nicht den Anspruch auf die gleiche Beweiskraft in unseren Tagen.

Was in jenen Jahren unter dem Namen der Realschule zusammengefasst wurde, war nicht viel mehr als ein Haufen von zum Theil sehr verschiedenartig gestalteten, in Auswahl und Handhabung des Bildungs-

---

*) Liebigs gesammelte „Reden und Abhandlungen", Leipzig und Heidelberg 1874. Siehe unter anderen Stellen Seite 11. 34. 35.

**) Chemische Briefe. 5. wohlfeile Ausgabe, 1865. S. 15.

stoffes oft recht weit auseinandergehenden und unter sich ziemlich zusammenhangslosen Instituten, welche nicht viel mehr mit einander gemein hatten, als dass sie das Schwergewicht des Unterrichts nicht auf die alten Sprachen legten, das Griechische vielmehr ganz beiseite liegen liessen und dafür die im späteren praktischen Leben ihrer Schüler direkt verwendbaren Lehrstoffe, neuere Sprachen, Mathematik und Naturwissenschaften, substituirten. Zunächst rein praktischen, ihrer Ziele sich oft recht unklar bewussten Bedürfnissen entstammt, fingen einzelne unter ihnen allerdings schon bald an auch idealen Zwecken und der allgemeinen Schulung des Geistes dienen zu wollen. Sie nahmen deshalb — freilich auch weil es die Erfassung der neueren Sprachen wesentlich erleichtert — das Lateinische in ihr Lehrprogramm auf, ohne jedoch vorläufig auch in dieser Richtung zu irgend welchen festen und allgemein anerkannten Normen vorzudringen. In ihrer grossen Mehrzahl unterschieden sie sich von der gegenwärtigen Realschule I. Ordnung und vom Realgymnasium weit stärker, als dieses heute von dem humanistischen Gymnasium absteht.

Ihnen, den jungen Schöpfungen selbst noch in brodelnder Entwickelung begriffener Anschauungen, hieraus und aus allzu geringer Betonung der idealen Aufgabe der Schule einen Vorwurf machen zu wollen, wäre unrecht. Ist doch eigentlich erst in unserem Jahrhunderte die von allem practischen Nutzen absehende, der reinen Geistesgymnastik dienende Kraft des Unterrichtes in den classischen Sprachen entdeckt worden, ja so recht erst im Realschulstreite dem Gymnasium seine ideale Aufgabe zum Bewusstsein gekommen.

Im Jahre 1859 trat die neu organisirte preussische Realschule I. Ordnung ins Leben. In der am 6. October jenes Jahres publicirten Unterrichts- und Prüfungsordnung wird ausdrücklich betont: „sie, die Realschulen, sind keine Fachschulen, sondern haben es, wie das Gymnasium, mit allgemeinen Bildungsmitteln und grundlegenden Kenntnissen zu thun. Zwischen Gymnasium und Realschule findet daher kein principieller Gegensatz, sondern ein Verhältnis gegenseitiger Ergänzung statt. Sie teilen sich in die gemeinsame Aufgabe, die Grundlagen der gesammten höheren Bildung für die Hauptrichtungen der verschiedenen Berufsarten zu gewähren. Die Teilung ist durch die Entwickelung der Wissenschaften und der öffentlichen Lebensverhältnisse nothwendig geworden, und die Realschulen haben dabei allmählich eine coordinirte Stellung zu den Gymnasien eingenommen.“ Als einen wesentlichen und „integrierenden Theil des Lehrplanes“ erhielt die Realschule I. Ordnung, mit gleich langer Unterrichtsdauer wie das Gymnasium hatte, das Lateinische als allgemein verbindliches Lehrobject, „welches dem gesamten grammatikalischen Unterrichte Einheit und Halt zu geben und vor allen Dingen als wichtiges logisches Bildungsmittel zu dienen hat. Zugleich soll es in der Lectüre eine Anschauung des römischen Geistes und Lebens gewähren, und es sollen diesem Zwecke Cäsar, Sallust, Livius, Ovid, Vergil und leichtere Reden des Cicero dienen. Damit wurde der sprachliche Unterricht in seiner Gesammtheit dem mathematischen im wesentlichen gleichgestellt.

Abiturienten dieser Realschule hat Liebig wohl kaum mehr unter denjenigen seiner Schüler gehabt, welchen er genügend nahe trat, um an ihnen bestimmte Erfahrungen über den Grad der erlangten Geistesreife für das wissenschaftliche Studium an der Universität machen zu können, und er hat sie daher auch nicht gemeint, ja nicht einmal genannt. Bedeutung für eine sachlich richtige Würdigung der Frage besitzen Äusserungen aus jener Zeit heute überhaupt nicht mehr.

Mit jener Organisation der Realschule I. Ordnung war aber und ist die Entwickelung der neuen Bildungsanstalt keineswegs abgeschlossen.

Einen wesentlichen Schritt vorwärts in der Ausgleichung seiner idealen Ziele und der hierfür aufzuwendenden Mittel der grammatischen Schulung mit den Aufgaben des humanistischen Gymnasiums that unser bayeri-

sches Realgymnasium durch die Reorganisation vom 20. August 1874. Es erhielt die bestimmte Aufgabe „höhere allgemeine Bildung und zugleich die geeignete Vorbereitung zum Studium der exacten Wissenschaften zu gewähren“ und bezüglich des mit grösserer Stundenzahl bedachten Lateinischen die Pflicht unter Befolgung „des gleichen Stufenganges“ auch „das gleiche Ziel“ wie die humanistischen Gymnasien anzustreben, indem es den Schüler nicht nur zu sicherer grammatischer Kenntniss, sondern sogar zu stylistischer Fertigkeit im Lateinschreiben zu führen hat.

Mit dieser Entwickelung näherte sich das bayerische Realgymnasium demjenigen in Stuttgart, welches schon im Jahre 1867 durch vollkommene Abtrennung der vom Griechischen befreiten bisherigen Parallelclassen des Gymnasiums in selbständige Existenz trat.

Die bevorstehende Neuordnung in Preussen wird die Realschule I. Ordnung im wesentlichen den gleichen Weg führen müssen*).

Dann aber, denn auch die analogen Anstalten der übrigen Bundesstaaten werden sich — soweit es nicht schon geschehen ist — diesen Schritten anschliessen, wird das deutsche Realgymnasium sich vom humanistischen allgemein nur dadurch unterscheiden, dass unter seinen Unterrichtsfächern das Griechische fehlt, dafür die mathematische Schulung der sprachlichen an Ausdehnung und Bedeutung gleich steht, und — der ausserordentliche Zuwachs der Naturwissenschaften an allgemeinem Zusammenhange und Erkenntnissinhalte, sowie die stete erfolgreiche Arbeit in der methodischen Durchbildung ihrer Lehre bürgen für das Gelingen — der Abiturient auch eine Vorstellung über das Walten des Gesetzes im All und einige Fähigkeit im Beobachten und inductiven Schliessen auf die Hochschule und ins Leben mitbringt.

Von dem Grade der Annäherung des Realgymnasiums an dieses Ziel hat leider ein sehr grosser Theil seiner Gegner keine Ahnung. Es ist geradezu erstaunlich, welchem Mangel an Kenntniss der thatsächlichen Lage man bei der Lectüre der Streitschriften zuweilen in directen Behauptungen, zuweilen zwischen den Zeilen begegnet, und wie der Kampf oft gegen Dinge geführt wird, die entweder nicht mehr existiren, oder um welche es sich überhaupt nicht handelt. Noch immer wird — trotz allem was zur Aufklärung in Rede und Schrift veröffentlicht worden — der Realschule, welche den Anspruch ausgedehnter Berechtigungen für ihre Abiturienten erhebt, d. h. der Realschule I. Ordnung oder dem Realgymnasium, der geradezu leichtfertige Vorwurf gemacht, sie gewähre in erster Linie nicht eine allgemeine wissenschaftliche, sondern naturwissenschaftliche Bildung, sei daher eine Fachschule**) und deshalb nicht geeignet, für wissenschaftliche Studien vorzubereiten. In dieser Richtung leisten namentlich die Gutachten einzelner Aerztevereine, welche im Beginne des Jahres 1879 dem preussischen Cultusministerium erstattet wurden, ganz Auffallendes.

Betreffs der Art der Verwendung aller gegen die Zulassung der Realschulabiturienten geltend gemachten Erfahrungen muss aber noch ein anderes sehr schweres Bedenken erhoben werden. Das Schülermaterial,

*) Es wird sich dabei keineswegs um eine blosse Copie der bayerischen und württembergischen Verhältnisse handeln, sondern meiner Ansicht nach mehr um eine Organisation des sprachlichen, speciell des lateinischen Unterrichtes, etwa in der Weise der Vorschläge des Gymnasialdirectors a. D. Dr. Hermann Perthes, welche derselbe in der trefflichen Abhandlung „Das Latein an der Realschule und die Zulassung zum Medicin-Studium“ (Stettin 1880) gemacht hat.

**) Diesen Vorwurf erhebt sogar Prof. F. W. Benecke in seinem im Drucke erschienenen „Entwurfe“ zu einem „Votum gegen die Zulassung der Abiturienten von Realschulen I. Ordnung zum Studium der Medicin“ vom 7. Februar 1870. Vielfache Veranlassung zu diesem Missverständnisse hat jedenfalls der überkommene Name Realschule gegeben, welcher das Gymnasium ohne weiteres als Idealschule erscheinen lässt. Möglich ist dies allerdings nur dadurch geworden, dass diese Realschulgegner es nicht für nöthig gefunden haben, sich vor ihren öffentlichen Aeusserungen mit Wesen und Organisation der bekämpften Anstalten bekannt zu machen.

mit welchem die Realgymnasien arbeiten, ist noch immer nicht von derselben Qualität wie jenes, an dem die humanistischen Bildungsanstalten ihre Früchte zeitigen, und es wird ein durchschnittlich geringeres bleiben, so lange als die Grundbedingungen für erfolgreiche Concurrenz — die Berechtigung ihrer Abiturienten — so ungleich verteilt bleiben, wie sie jetzt sind.

Es giebt ja Väter, auch klassisch gebildete, welche von der Ueberzeugung des höheren Wertes intensiverer mathematischer Schulung als das alte Gymnasium sie gewährt, und von der absoluten Notwendigkeit allgemeiner naturwissenschaftlicher Kenntnisse und Anschauungen für die wahre und volle Menschenbildung so durchdrungen sind, dass sie ihre Söhne eben deshalb der Realschule ohne weitere Bedenken übergeben. Es giebt auch Knaben, bei denen sich Anlage und Lust zu den höheren technischen und künstlerischen Berufsarten oder den Beobachtungswissenschaften schon so früh mit unzweifelhafter Energie geltend macht, dass über die Richtung ihrer künftigen Wahl bereits im neunten Lebensjahre mit so gut wie absoluter Sicherheit entschieden ist. Aber diese Fälle sind doch verhältnissmässig recht seltene. Viel häufiger wird auch der Vater, welcher den Sohn die durch die Realschule besser als durch das Gymnasium geöffneten Bahnen beschreiten zu sehen wünscht, es für seine Gewissenspflicht erachten, dem Kinde die grösstmögliche Freiheit der Entscheidung über seine Zukunft zu erhalten. Er schickt den Sohn auf das humanistische Gymnasium, weil dieses jene grössere Freiheit gewährt. Gerade in den gebildeten Ständen, bei deren Söhnen infolge von Vererbung und vielseitiger geistiger Anregung durch die Familie die durchschnittliche Befähigung für wissenschaftliche Studien sicherlich die höhere ist, werden solche Erwägungen am häufigsten Platz greifen, und es ist deshalb die Klage der Directoren und Lehrer der Realgymnasien gewiss vollberechtigt, dass ihr Schülermaterial demjenigen der klassischen Schulen durchschnittlich an Befähigung untergeordnet sei.

In derselben Richtung wirkt häufig noch ein anderer Factor, welcher sich gerade bei uns in Bayern oft recht peinlich fühlbar macht. Das Realgymnasium ist nur nach Absolvirung der drei unteren Lateinclassen der humanistischen Studienanstalt zugänglich. Ein Schüler, welcher mit befriedigendem Erfolge und ohne allzu grosse Schwierigkeit so weit gekommen ist, wird aus den oben entwickelten Gründen der alten Anstalt in der Regel treu bleiben. Die Schwachen und unüberwindlich Trägen und Leichtsinnigen dagegen, welche sich mit Mühe und Noth und öfterem Repetiren der Classen bis zu diesem Punkte durchgezwungen haben, greifen — die Tradition der Familie erfordert einmal das Verbleiben in den gebildeten Ständen — nur zu oft nach der neuen Chance des Realgymnasiums, dessen weit geringere Füllung der Classen den Eltern noch den besonderen Gewinn verschafft, dass der Sohn vom Lehrer schärfer in Athem und Zucht gehalten und mehr seiner Eigenart gemäss behandelt werden kann.

Die Bedeutung dieser Umstände muss dem unbefangenen Auge so klar offen liegen und ist auch von vielen Seiten her so dringend, mit grösster Dringlichkeit namentlich durch unsern verehrten physiologischen Collegen*) geltend gemacht worden, dass ihre noch immer sehr häufige Nichtberücksichtigung durch die Gegner wohl geeignet ist, eine oft tiefere Verstimmung und gegenseitige Entfremdung hervorzurufen, als es für die loyale Führung des Kampfes zu wünschen wäre.

In der That ist mit der Berliner Rektoratsrede die ernste Sorgfalt zu rühmen, welche der hochwichtigen Frage im Jahre 1870 durch das preussische Cultusministerium gewidmet wurde. Ihr glänzendstes Zeugniss ist aber nicht sowohl die ausgedehnte Erhebung gutachtlicher Aeusserungen

*) Adolf Fick „Betrachtungen über Gymnasialbildung", Berlin 1878, Seite 3.

von den preussischen Facultäten, sondern die nur durch eine, wenn auch ansehnliche, Minderheit befürwortete Zulassung der Realschulabiturienten zu den durch Universitätsstudium bedingten, für die mathematisch naturwissenschaftlichen und neusprachlichen Lehrfächer vorgeschriebenen Staatsprüfungen. Sicherlich hat die höchste preussische Behörde dabei die Erwägung walten lassen, dass den bis dahin gemachten, den Realschulabiturienten günstigen Erfahrungen ihrer Universitätslehrer ein weit grösseres Gewicht in der Entscheidung gebührt als jenen, die zu Ungunsten der Erweiterung der Berechtigungen namhaft gemacht wurden; denn angesichts der unleugbaren Ungunst ihres Antheils an Boden, Luft und Licht muss ihnen jeder an ihren Schülern gewonnene Erfolg besonders hoch angerechnet werden.

Erst durch den von den Regierungen immerhin noch zögernd und mit grosser Vorsicht gethanen Schritt — die medicinische Facultät blieb ja den auf den Realgymnasien Vorgebildeten nach wie vor verschlossen — ist aber die Sammlung eines ausgiebigeren und sicheren Erfahrungsmaterials ermöglicht worden.

Wenden wir uns nunmehr zu diesem selbst, und betrachten wir es im Lichte der vorhin entwickelten Wertungsgrundsätze!

Die Erfahrungen des berühmten Berliner Chemikers sind den Abiturienten der Realschulen I. Ordnung nicht günstig. Obwohl er anerkennt, dass auch unter ihnen sich eine Anzahl trefflich vorgebildeter Jünglinge findet, zeigen ihm doch seine an einer grösseren Zahl durchschnittlich begabter junger Männer von beiderlei Herkunft gemachten Beobachtungen, dass die Befähigung der vom Gymnasium kommenden Studenten für das wissenschaftliche Studium diejenige der anderen so weit überragt, dass er von den letzteren geradezu eine Gefährdung der idealen Aufgaben der Universität und eine Herabdrückung von Form und Inhalt des akademischen Unterrichts fürchtet. Mit der Gewissenhaftigkeit des Naturforschers bezeichnet Professor Hofmann die gewonnene Ueberzeugung zwar als eine „nur persönliche", aber dieser Vorbehalt verschwindet unter der Schwere der Anklage, wenigstens sicherlich in den Augen aller, welche aus ihr Waffen zu schmieden gewillt sind.

Für die reine objective Wertung dagegen verlieren jene Erfahrungen entschieden durch die Allgemeinheit und Unbestimmtheit, mit welcher sie vorgetragen werden, und welche ihnen weit mehr den Charakter eines allgemeinen Eindruckes, als denjenigen der beweisenden Thatsachen aufprägen.

Ganz anderen Wert besitzen dagegen die officiellen statistischen Nachweise über den Ausfall der Prüfungen für das höhere Lehramt in den mathematischen, naturwissenschaftlichen und neusprachlichen Fächern. Selbstverständlich war die Zahl der zu denselben sich meldenden ehemaligen Realschulabiturienten in den ersten Jahren nach der 1870 zugestandenen Zulassung eine geringe. Sie hat sich seither jedoch beständig gehoben. Eine bis 1877 reichende, auf amtliche Quellen gegründete, vergleichende Zusammenstellung ihrer Erfolge mit denjenigen der vom Gymnasium stammenden Candidaten, giebt Dr. Steinbart in seiner 1878 unter dem Titel „Unsere Abiturienten" erschienenen Schrift.

Danach erwarben unter je 100 in den drei Fächern gleicher Berechtigung Examinirten

Zeugnisse des Grades	I	II	III
Gymnasialabiturienten	29	46	25
Realschulabiturienten	32	51	17

ein Resultat, welches in hohem Grade überraschen musste, das sich aber noch viel auffälliger gestaltet, wenn man die im Fache der modernen Philologie erworbenen Prädikate herausschält.

Es ergeben sich hier in Procenten

Zeugnisse	I.	II.	III. Grades
für ehemalige Gymnasiasten	20	51	29
für Realschüler	40	43	17.

Im Jahre 1877/78, welches einen wesentlichen Zuwachs an Prüfungskandidaten mit Realschul-Maturität brachte, blieben ihre Leistungen laut den amtlichen Mitteilungen des „Centralblattes für die gesammte Unterrichtsverwaltung Preussens*) im Ganzen dieselben, denn in allen drei Fächern erwarben

	den Grad:	I	II	III
von je 100 Abiturienten	des Gymnasiums	17	40	43
	der Realschule	31	47	22,

und in noch weit höherem Grade als früher zeichnen sie sich in der Prüfung für das Lehramt der neueren Sprachen aus, denn es erwarben

den Grad	I	II	III
Gymnasiasten	7 pCt.	38 pCt.	55 pCt.
Realschüler	23 „	46 „	31 „

Für das Jahr 1878/79 giebt eines der neuesten Hefte des preussischen amtlichen Centralblattes ebenfalls eingehende statistische Nachweise**). Darnach bestanden das examen pro facultate docendi in den drei Fächern gemeinsamer Berechtigung und erwarben

	den Grad	I.	II	III
auf je 100	Gymnasialabiturienten	19	50	31
	Realschulabiturienten	23	49	28,

und auch hier wieder zeichnen sich die letzteren besonders in der modernen Philologie aus; es erwarben nämlich

	den Grad	I	II	III
je auf 100	Gymnasialabiturienten	16	55	29
	Realschulabiturienten	30	40	30

Interessant auch ist der Vergleich der Gesammtergebnisse, d. h. der Realschüler mit **allen** Gymnasiasten, welche sich überhaupt der Prüfung, also mit Einschluss der klassischen Philologie, Geschichte u. s. w. unterzogen.

Es trugen davon

	den Grad	I	II	III
unter je 100	Gymnasialabiturienten	13	53	34
	Realschulabiturienten	23	49	28,

und ausserdem stellte sich heraus, dass ein verhältnismässig grösserer Procentsatz von Gymnasialabiturienten teilweise Nachprüfungen zu bestehen hatte, ein noch grösserer ganz zurückgewiesen werden musste, als dies bei den Realschulabiturienten der Fall war.

Es ergaben sich nämlich	Nachprüfungen	Abweisungen
für Gymnasialabiturienten	22 pCt.	8 pCt.
für Realschulabiturienten	18 „	5 „

von der Gesammtzahl der angemeldeten Candidaten.

Gegenüber der Wucht dieser Zahlen, hochverehrte Anwesende, könnte nur die gewissenlose Verdächtigung, als hätten die fast ausnahmslos aus Universitätslehrern zusammengesetzten Prüfungs-Kommissionen ihre Candidaten mit parteilich ungleicher Elle gemessen, hätten die Gymnasialabiturienten geflissentlich herabgesetzt, das allgemeine Resultat bemängeln wollen. Dieses aber lautet dahin, das — **soweit neuere und neueste zuverlässige Erfahrungen reichen — die Vorbildung für das**

*) April-Mai-Heft 1880. S. 276. 277.
**) September-October-Heft 1880, S. 640. 641.

wissenschaftliche Studium durch die Realschule I. Ordnung sich in den Prüfungen für das höhere Lehramt in Preussen als allermindestens gleichwertig mit der Schulung durch das humanistische Gymnasium, ja als ihr überlegen erwiesen hat. Daran wird durch den Einwurf nichts geändert, dass unter den Realschulabiturienten sich möglicherweise nur die allerbest begabten, von den Abiturienten der Gymnasien aber alle dem Universitätsstudium zugewendet haben; denn von den Schülern der Gymnasien widmen sich eben auch nur diejenigen den mathematisch-naturwissenschaftlichen Studien, welche besondere Anlagen und Neigungen dafür besitzen. Ferner darf nicht vergessen werden, dass weitaus die Mehrzahl der Gymnasialabiturienten nicht zum Lehrfache, sondern zur Theologie, Jurisprudenz und Medicin übergeht, wie auch die Realschulen den grössten Teil ihrer absolvirten Schüler zu anderen Berufsarten entlassen, in denen sie sich in vollstem Maasse bewähren*).

Was hat nun angesichts dieser Resultate der Eindruck zu bedeuten, den ein einzelner, wenn auch noch so hochstehender Universitätslehrer aus dem Verkehre mit seinen, wenn auch noch so zahlreichen Schülern gewonnen hat!?

Doch, da er einmal zur Sprache gekommen ist und bedeutungsvolles Aufsehen erregt hat, so gestatten Sie auch mir, dass ich die mir unmittelbar zugänglich gewesenen Erfahrungen mittheile.

Ich muss mich dabei zunächst, trotz meiner Eigenschaft als Realschulabiturient vor dem Jahre 1859, der seiner Zeit noch eines besonderen Ministerialdispenses zum Besuche der Universität bedurfte, als ehemaligen Gegner der Realschulvorbildung für die wissenschaftlichen Studien bekennen. Bei zwei entscheidungswichtigen Gelegenheiten habe ich mich auf Grund früherer Erfahrungen**) in diesem Sinne ausgesprochen und wohl ein wenig mit dazu beigetragen, dass in der Schweiz die Forderung der reinen Gymnasialvorbildung für die medicinischen Studien beibehalten wurde, und dass in Russland der Kampf zwischen realistischer und klassischer Vorbereitung für die Universität zu Gunsten der letzteren entschieden vorhanden ist. Die betreffenden Gutachten sind wenigstens meines Wissens in beiden Ländern seiner Zeit unter den Motiven für die gefassten Beschlüsse mit anderen zusammen publicirt worden.

So gesinnt, kam ich im Jahre 1872 hierher und mit den Abiturienten deutscher Realgymnasien in bald ausgedehntere Berührung.

Die alte Ueberzeugung kam mir stückweise abhanden. Ich sah immer öfter, wie nicht nur im Beginne der akademischen Studienzeit die Realschulabiturienten, soweit es mein Fach betrifft, den Gymnasiasten überlegen waren, sondern dass sie auch im Laufe der Jahre durchschnittlich von diesen oft erreicht, nicht aber übertroffen wurden. Ich musste sehen, dass der Ernst ihrer Arbeit, ihr ideal wissenschaftliches Interesse, ihr Trieb nach Wissen um der Erkenntnis willen keineswegs dem Gebahren

*) Ausführliche Nachweise giebt Steinbart in „Unsere Abiturienten", S. 52 bis 70. Dass sie sich in dem Officierscorps unserer deutschen Armeen bewährten, dafür zeugt vor allem die Organisation der Kadettenanstalten als Realschulen I. Ord., resp. Realgymnasien.

**) Verfasser ist durch die Entwickelung seiner Laufbahn diesen Fragen stets nahe geblieben. Von 1860—1867 als Privatdocent und ausserordentlicher Professor an der Universität, war er gleichzeitig Lehrer der Chemie und Mineralogie an der kantonalen Industrieschule in Zürich, einer lateinlosen Anstalt, welche zu den Studien am Polytechnikum vorbereiten, aber gleichzeitig auch als Fachschule für direkt in die Praxis tretende Schüler dienen sollte und deshalb in ihrer Oberabteilung bereits in Fachabteilungen zerfiel. Ihre Leistungen litten wesentlich unter dieser Doppelaufgabe. Von 1867—1870 Ordinarius an der Universität ging Verf. 1870 zum eidgen. Polytechnikum über, als dessen Direktor er von 1874 an vielfache Veranlassung hatte, die Erfolge der Studirenden mit ihrer früheren Vorbildung zusammenzuhalten. Von Deutschen aus den Staaten des Reiches studierten am Polytechnikum seit Mitte der 60er Jahre allerdings nur wenige, von Oesterreichern und namentlich Deutschschweizern viel mehr. Weitaus die grösste Zahl war an lateinlosen Real- und Industrieschulen vorgebildet. Unter ihnen gehörten die absolvirten Gymnasiasten durch Begabung und Fleiss fast ausnahmslos zu den besten Schülern.

der übrigen nachstand, dass sie durchaus nicht materialistischer dachten und fühlten, sich in der Gemeinschaft ihrer Commilitonen, der Praktikanten im Laboratorium, ebenso leicht und in ebenso gutem Sinne persönlich geltend machten und keineswegs als „Studirende zweiter Ordnung" geringer geachtet wurden. Ich habe, auch ohne Kenntniss der vorhin gegebenen Zahlen, für mich daraus den Schluss gezogen, dass die vom Realgymnasium gegebene Ausrüstung für die Universität nicht schlechter sein könne, als die vorwiegend durch die humanistischen Schulen gewährte Geistesentwickelung.

Im Gegensatze zu der noch sehr weit verbreiteten Ansicht, an der auch ich lange festgehalten habe, dass nämlich die dem Gymnasium entstammenden Studirenden sich im Allgemeinen durch Gewandtheit des sprachlichen Ausdruckes und logische Folgerichtigkeit des mündlichen und schriftlichen Vortrages auszeichnen, überraschte mich sehr oft bei vorläufiger Durchsicht der von meinen speciellen Schülern für ihre Doctordissertationen bestimmten Abhandlungen, dass gerade diejenigen ehemaliger Gymnasiasten an bedenklicher Unbeholfenheit in Handhabung der Muttersprache behufs der Berichterstattung über Ergebnisse einer ihnen durch lange Beschäftigung doch vollkommen vertrauten Experimentaluntersuchung litten. Ich musste daher nur allzu häufig sie zu nochmaliger stilistischer und logischer Durcharbeitung zurückgeben, ja manchmal in ausgedehnter Weise mit dem Rotstifte daran herumarbeiten. Dagegen machte die einfache, sachgemässe und folgerichtige Darstellung der ehemaligen Realschüler viel häufiger den wohlthuenden Eindruck eines wirklich lesbaren Aufsatzes. Ich weiss wohl, dass hier Zufälligkeiten wesentlich mitgespielt haben können, dass dieser für mich unabweisliche Eindruck deshalb für die allgemeine Erörterung der Frage nicht schwer ins Gewicht fällt; aber ganz bedeutungslos ist er doch auch nicht, namentlich wenn man ihn mit dem zusammenhält, was Kollege Fick*) aus seinen Erfahrungen mittheilt. Er bezeichnet den sprachlichen Zustand in der medicinischen Literatur, die doch nur von klassisch Gebildeten geschrieben wird, als „geradezu barbarisch", ja als noch beschämender die „oft wahrhaft unglaubliche" Unbeholfenheit und Unklarheit des Ausdruckes, welche sich in den medicinischen Prüfungen dem Examinator aufdrängt. Im letzteren Punkte muss ich ihm leider durchaus Recht geben.

Indessen, hochverehrte Versammlung, auch aus den Akten unserer philosophischen Fakultät ergiebt sich ein nicht wertloses statistisches Material. Aus deren Durchsicht erhellt, dass vor dem Jahre 1873 überhaupt nur wenige Promotionen bei uns vorkamen, die auf den Gebieten der späteren zweiten Sektion sogar noch seltener waren, und die Mehrzahl überdies in absentia erfolgte. Das ist seither wesentlich anders geworden. Im Laufe der acht Jahre von October 1872 bis ebendahin 1880 erwarben, nur noch auf Grund von Dissertation und Examen in mindestens 3 Fächern, im Umfange der mathematisch-naturwissenschaftlichen Disciplin 59 die philosophische Doctorwürde. Unter diesen waren dem Hauptfache nach 1 Philosoph, 1 Mathematiker, 4 Physiker, 39 Chemiker, 5 Mineralogen und Geologen, 5 Botaniker und 4 Zoologen. Durchgefallen ist keiner, da wir Kollegen die Anmeldungen aller solcher unserer Schüler, welche nicht die Garantie des Erfolges bieten (übrigens ein nicht sehr häufiger Fall), verhindern, und von auswärts kommende fast immer abgewiesen werden.

Unter diesen 59 Doctoren waren 20 absolvirte Gymnasiasten und 17 Abiturienten von süddeutschen Realgymnasien und norddeutschen Realschulen I. Ordnung. Von den übrigen kamen 5 maturitätslose von vorher besuchten polytechnischen Hochschulen und Fachakademieen, 3 ebendaher mit Maturität lateinloser Real- und Industrieschulen und 8 Pharmazeuten nach mit erster Note bestandener Approbationsprüfung, sämmtlich nach-

*) In der oben citierten Abhandlung, S. 15.

dem sie ihre Studien hier noch mehrere Jahre fortgesetzt hatten. Der Rest besteht aus 6 nichtdeutschen Ausländern und zwar Engländern, welche ein Maturitätsexamen oder auch nur gleichartig organisirte höhere Mittelschulen bekanntlich nicht haben.

Einen Wertmesser für ihren Studienerfolg geben hier ebenfalls die im Examen erworbenen Noten. Mit dem Grade summa cum laude (I) promovirten 11 Gymnasiasten und 10 Realschüler, magna cum laude (II) beziehungsweise 8 und 7, cum laude (III) nur ein Gymnasiast.

In Procenten ausgedrückt, gestalten sich diese Zahlen folgendermassen:

	I	II	III
Gymnasiasten	55	40	5
Realgymnasiasten	59	41	0
Alle Promovirten zusammen	46	51	3.

Also auch bei den bis zur Höhe ersten erfolgreichen Eindringens in die produktive wissenschaftliche Arbeit geführten Studirenden — und unsere Anforderungen an die Dissertation sind nichts weniger als laxe — bewähren sich die Abiturienten der neuzeitlichen Anstalten vollkommen, werden von denen der humanistischen Schulen keineswegs übertroffen, lassen dieselben vielmehr eher etwas hinter sich zurück.

Gestatten Sie mir, hochverehrte Versammelte, nun auch noch einen weiteren, und zwar den gegenwärtig brennendsten Punkt mit kurzen Zügen zu berühren: die Frage der Zulassung der Realschulabiturienten zum Studium der Medicin. Steht mir diese Frage doch nahe genug; denn ein grosser Theil meiner Zuhörer gehört der medicinischen Facultät an, und jedes Jahr habe ich Gelegenheit mich von der Art der Früchte zu überzeugen, welche wir Naturwissenschaftler auf diesem Boden erzielen konnten.

Es ist ein sonderbarer, fast unbegreiflicher, aber vielleicht als Experiment nicht ganz unbeabsichtigter Widerspruch in den im Reiche jetzt allgemein geltenden Bestimmungen, dass die auf der Schule dem Griechischen fremd bleibenden Realschüler durch Bestehen des Maturitätsexamens die Berechtigung erlangen, die Wissenschaft der modernen Sprachen nicht nur auf der Universität zu treiben, sondern auch sich der betreffenden Staatsprüfung für das höhere Lehramt zu unterziehen, dass aber — trotz der, wie wir gesehen, bisher glücklichen Erfolge in jener Richtung — die Medicin, der Beruf des Arztes, ihnen heute noch verschlossen ist.

Dieser Zustand kann auf die Länge nicht dauern.

Die heutige Medicin fusst ebenso unbedingt auf den Resultaten und Methoden der Naturforschung, wie diese selbst wieder strenger mathematischer Geistesschulung nicht entbehren kann.

Nach dem Gange durch die Philologenschule sieht sich der junge Mediciner der Aufgabe gegenüber, in höchstens zwei Jahren sich die für seine Fachstudien ausreichende naturwissenschaftliche Bildung zu erwerben. Die dazu mitgebrachten mathematischen Kenntnisse sind nur zu oft gering, das mathematische Denkvermögen ist in der Regel noch weniger entwickelt, die Fähigkeit Naturdinge oder gar Naturvorgänge richtig zu sehen, fehlt meist ganz, und für das induktive Schliessen besitzt er nur ein unentwickeltes Organ. So kommt es, dass gerade so viele junge Medicinstudirende sich den intellektuellen und moralischen Anforderungen, welche die naturwissenschaftlichen Vorlesungen an sie stellen, nicht gewachsen zeigen, sondern — durch die sich ihnen entgegenthürmenden begrifflichen Schwierigkeiten — schnell ermattet die Waffen sinken lassen und nach verlorenem Faden den Besuch der naturwissenschaftlichen Vorlesungen alsbald aufgeben. Sie wissen ja überdies, dass vielen anderen vor ihnen es ebenso ergangen ist, dass über die erste Klippe des tentamen physicum zur Noth, und daher in praktisch ausreichendem Grade, auch das Auswendiglernen irgend eines dünnen Büchleins hinweghilft, welches sich Compendium, Repetitorium, Examinatorium oder sonstwie nennt, und —

dass zuletzt die examinirenden Professoren doch auch keine mitleidslosen Unmenschen sind.

Daher kommen denn die durchschnittlich so traurigen Resultate des tentamen physicum, angesichts welcher der sich selbst prüfende Universitätslehrer an sich und seiner Lehrbefähigung verzweifeln möchte, wenn er nicht doch ab und zu die wohlthuende Beobachtung zu machen Gelegenheit hätte, dass die ihm nach ihrer äusseren Erscheinung wohl bekannten Candidaten auch das beste Examen machen; denn ihre Züge haben sich durch Regelmässigkeit des Erscheinens im Colleg seiner Erinnerung eingeprägt.

Das Alles wird von dem Augenblicke an besser werden, namentlich die hier liegende schwere Gefahr für die Idealität des Universitätsstudiums sich heben lassen, wenn den künftigen Mediciner sein Weg nicht mehr durch das humanistische Gymnasium, sondern durch die lateinische Realschule führt. Die selbstlose Hingabe an die Wissenschaft und die Freude an ihr wird bei einer grossen Zahl unserer Studenten wachsen, und wir Naturwissenschaftler werden — durch die stete Rücksicht auf die im Gymnasium allzu mangelhaft geschulten unserer Zuhörer nicht mehr gehemmt — nicht zu einem Herabdrücken unseres Unterrichtes nach Form und Inhalt gezwungen, sondern im Gegenteile zu einer Hebung desselben berechtigt und veranlasst werden.

Viel eher als für unsere medicinischen Schüler könnten wir, wenn auch nicht unbemerkbar, für die Studirenden der Naturwissenschaften die Bildung durch das Realgymnasium entbehren. Der Geist des Jünglings ist ja meist noch beweglich genug, um auch bisher latent gebliebene Fähigkeiten zu entwickeln, wenn ihm nur Zeit und die Möglichkeit gewisser Concentration gegeben ist. Dazu genügen aber die Studiendauer und die oft nur allzu weit getriebene fachliche Beschränkung des Naturwissenschaftlers in den meisten Fällen recht wohl. Dem jungen Mediciner aber fehlt beides, wenn man nicht die ihm vorgeschriebene Studienzeit um mehrere Jahre verlängern und ihm ausserdem noch eine bindende Studienfolge vorschreiben will. Die Behauptung, der Mediciner bedürfe des rein gymnasialen Unterrichtes mehr als der zukünftige Mathematiker, Naturforscher oder gar der Lehrer der neueren Sprachen, ist einfach unlogisch. Bewährten sich die Realschulabiturienten auf jenen Gebieten, so werden sie — daran ist gar nicht zu zweifeln — noch ganz andere relative Erfolge als Mediciner erringen.

Dass übrigens das humanistische Gymnasium von heute für die Vorbildung wenigstens der Mediciner nicht genügt, darüber sind eigentlich alle diejenigen unter den Lehrern der medicinischen Fakultät, vor allen die Physiologen, einig, welche sich über die Frage ausgesprochen haben. Auch die entschiedensten Realschulgegner, wie Heidenhain und mit besonderer Heftigkeit Beneke, verlangen Gymnasialreform, und zwar ohne Ausnahme in derjenigen Richtung, welche die Realschule vertritt, d. h. mehr Mathematik, und viele auch Physik. Den Nichtmedicinern wie dem Naturforscher Lothar Meyer und dem Philosophen und Pädagogen (? Red.)*) Laas geht es nicht anders, und selbst der zeitige Rector der Universität Berlin erkennt die Notwendigkeit der Vervollkommnung des Gymnasialunterrichtes an.

Damit aber muss sich die humanistische oder besser grammatische Schule dem Realgymnasium mindestens ebenso nähern, wie letzteres es seit seiner Entwickelung aus der alten Realschule gegenüber jener schon gethan hat In höchstem Grade wünschenswerth wäre es ja, wenn auch der Philologe, Jurist und Theologe etwas heimischer würde in den grossen Bewegungen, die sich auf dem Boden der noch immer in riesenhafter Entwickelung begriffenen Naturerkenntniss im Leben und Denken der Menschen

---

*) Dieses Fragezeichen ist von der Redaktion des Central-Organs hinzugefügt. Red.

vollzieht. Aus den Kreisen des alten Gymnasiums, ja der Philologen von Fach, sind übrigens dem neuen Schulungssystem schon warme Freunde erstanden, haben andere wenigstens die Nothwendigkeit der Gymnasialreform zugegeben. Damit ist die Arbeit in Gang gebracht, und von beiden Seiten reicht man sich mehr und mehr rathend und helfend die Hand.

Wird sich daraus das anzustrebende Ideal — die Einheitsschule für alle Gebildete unseres Volkes — entwickeln? und wann? Viele halten sie für eine Utopie, andere im Gegentheile für ein sogar ohne besondere Schwierigkeit bald erreichbares Ziel, die Mehrheit wohl mit Recht vorläufig noch für unausführbar. So wird wohl der Kampf noch nicht schweigen. Möge er durch gleiche Verteilung von Raum, Luft und Licht unter die beiden Schwestern, durch die notwendige und voll motivirte Erweiterung der Berechtigung der jüngeren, ja endlich durch die Gleichberechtigung beider zum friedlichen Wettkampfe um die Palme werden! Dann wird sich zeigen, dass dieser Kampf denen, die nach uns kommen, segensreiche Frucht gebracht.

Und nun zum Schlusse den Freunden und Mitkämpfern, vor allen den an der Vervollkommnung der neuen Schule mit der ganzen Kraft ihres sittlichen Idealismus arbeitenden Leitern und Lehrern ermunternden Zuruf! Den aus der Tiefe ernster Ueberzeugung uns loyal bekämpfenden Gegnern aber hochachtungsvollen Gruss! *Wir wollen auf beiden Seiten nicht vergessen, dass wir die gleichen Mächte der Finsternis bekämpfen, dass wir demselben Sterne zustreben!*

Proben aus dem mathematischen Seminar- und Volksschulunterricht.*)

VI.

Nachstehend einige Musterdefinitionen aus dem Rechenbuch von Terlinden, k. Seminarlehrer in Neuwied. Seit 1867 ist das Buch in 39 Auflagen erschienen.

„Wenn ein Parallelogramm ungleiche Seiten und schiefe Winkel hat, so ist es eine Rhomboide (sic!). Ein Prisma ist ein eckiger Körper, welcher von unten nach oben gleich dick ist; ein Cylinder ist ein runder, von unten nach oben gleich dicker Körper. Eine Pyramide ist ein eckiger, ein Kegel ein runder Körper, welche oben spitz zulaufen."

Es sind das einige kleine „Böckchen", die den Fachmann erheitern, den Lernenden aber schädigen. Derselbe Verfasser hat noch eine „Vorschule zur Geometrie" geschrieben. Dieselbe ist mir nicht bekannt. Vielleicht bietet sie eine Reihe ausgewachsener Böcke. Unmöglich ist es wenigstens nach den Definitionsproben des Rechenbuches nicht.

Saarbrücken. v. Schaewen.

(Fortsetzung folgt.)

Journalschau.**)

Central-Organ f. d. Int. des R.-W. Jahrgang IX (1881).

(Fortsetzung von Jahrg. XII, Heft 5, Seite 403.)

Heft 5. Dafs in dem Artikel „Über Benutzung der Quellen beim Geschichtsunterricht" vom Gymn.-Rektor Isensee in Gardelegen auch die Mathematik und Naturwissenschaften berücksichtigt würden, das war

---

*) Wir hatten ursprünglich diese Auslese unter die Rubrik „Böcke und Böckchen" gesetzt. Da diese Überschrift aber Anstofs erregt zu haben scheint, ja von einer Seite her sogar als „unanständig" bezeichnet worden ist, so geben wir sie, obschon sie sehr bezeichnend ist, wieder auf und begnügen uns mit der obigen. Red.

**) Wegen Mangel an Raum konnte in d. Heft nur Einiges von der Journalschau aufgenommen werden. Das Übrige soll in Heft 2 folgen. Die Red.

wohl vom Verfasser nicht zu verlangen. Doch werden auch die Fachgenossen dem Artikel Interesse abgewinnen. Von den acht beurteilten pädagogischen Werken gehört keins direkt in unser Gebiet, obschon einige (wie z. B. „der didaktische Materialismus“ von Dörpfeld und Hedlers „Spiritismus und Schule“) dasselbe streifen. Besprechung von fünf geogr. Werken.

Heft 6. In dem Hauptartikel „Die englischen Halbzeitsschulen“ von Prof. Dr. Zehender — Rostock, welcher, im Anschluss an seinen früheren Artikel (C.-O. 1860, Hft. 9) über „Kurzsichtigkeit“ der Schüler, zu beweisen sucht, dafs der Zeitaufwand beim Unterricht nicht immer den Resultaten proportional sei, wird auch der Mathematiker und Naturwissenschafter manches auf seine Fächer Anwendbare finden. Unter den übrigen zumeist auf die Realschulfrage bezügl. Artikeln ist auch eine Besprechung des Buches von Kick, das für die „einheitliche Mittelschule“ eintritt. (Sie wird, wie Alles, was der Realschule 1. O. nur einigermafsen zu nahe tritt, in gewohnter Weise von der Redaktion abgethan. Red.). — Unter den Rezensionen sind 12 aus dem Gebiete der Mathematik, meist Arithmetik betr. — Im „Archiv“ wird die preufs. Verordnung (8. III. 81.) mitgeteilt, dafs bei mehrstelligen Zahlen das Komma nicht zum Abtrennen der Gruppen sondern nur als Dezimalzeichen verwendet werden soll. (S. dieses Heft S. 89.)

Pädagog. Archiv. Jahrg. XXIII.

(Forts. v. Jahrg. XII, Heft 5, S. 405.)

Heft 7. Weder die hier besprochenen indischen Schulen noch auch die Einweihung des neuen Realgymnasiums in Stuttgart, obschon Alles von Interesse, berühren uns direkt. Wohl aber sind eine Anzahl Rezensionen lesenswert: Reidts Rez. von Gallenkamps algebr. Analysis und analyt. Geometrie, von Junghans Geometrie und Fliedners physikal. Lehrbuch. Schlegel bespricht die Grundlehren der mathem. Geographie von Günther sehr anerkennend, Reidt die astronom.-geogr. und mathem.-physikal. Lehrbücher von Diesterweg-Straubing, Mattiat und Geistbeck. Es wird aus Mattiat und Hann-Hochstetter bewiesen, dafs Geistbeck einzelne Stellen von jenen — abgeschrieben hat. Wolkenhauer — Bremen empfiehlt noch Schneiders Typenatlas. Einweihungsrede der Realschule zu Duisburg.

(Oest.) Zeitschr. f. d. Realschulwesen. Jahrgang VI.

(Forts. von Jahrg. XII, Heft 5, S. 408.)

Heft 7. Penl — Brünn beendet seinen Artikel „Das Naturalienkabinet“ (s. Ref. über Heft 5 S. 407 des vorigen Jahrgangs). Hier wird die Sammlung für Somatologie, Zoologie, Botanik, Mineralogie und Geologie besprochen. Wir empfehlen diesen Aufsatz unsern Fachgenossen von der Naturgeschichte und wünschen einen ähnlichen für unsere Zeitschrift mit Rücksicht auf diesen. — Drasch — Steyr behandelt die Aufgabe: „Einen gegebenen Kegelschnitt auf einen gegebenen Rotationskegel zu legen“ mit Berücksichtigung der einschlägigen Literatur. — Das Regulativ (hier „Konkurs“ genannt) für die Prüfungen der Professoren in den Realschulklassen Frankreichs für 1880 wird mitgeteilt (einschliefslich der praktischen Lehrprobe). — Unter den Rezensionen sind auch einige mathematische und naturwissenschaftliche (Besso, Trigonometrie und Log. italien.; Pfeil, mathem. und phys. Entdeckungen; Fischer, Chemie; Krist, Naturlehre).

Heft 8. Wallentin — Wien liefert „Beiträge zur mathematischen Behandlung der Physik in den Oberklassen der Mittelschulen“, gewissermafsen eine Ergänzung zu dem ähnlichen aber mehr die experimentale Seite der Physik berücksichtigenden Artikel Kuhns (s. unser Ref. im vor. Jahrg. S. 406). Der Artikel beschränkt sich vorläufig auf Statik und Mechanik. —

In den „Schulnachrichten" findet sich ein Referat über Ziel und Methode des Unterrichts in den beschreibenden Naturwissenschaften und der Physik in den preufs. Gymnasien und Realschulen (auf Grund von Thesen in der Direktoren-Konf. der Prov. Ost- und Westpreufsen 1881). — Regulativ für die Abgangsprüfungen an österr. höheren Staatsgewerbeschulen. — Unter den Rezensionen sind: Chavanne, Afrika; Grimm, Atlas der Astrophysik; Bilder aus Brehms Thierleben; Leunis, Schulnaturgeschichte und Leitfaden, bearb. von Senft (Oryktognosie und Geognosie); Schellen, Magneto- und dynamoelektr. Maschinen.

Zeitschrift für Schulgeographie, Jahrgang II.

(Forts. von Jahrg. XII, Heft 5, S. 409.)

Heft 6. Bericht über den ersten deutschen Geographentag und die Schulgeographie von Wolkenhauer—Bremen. — S. Franges in Petrinja empfiehlt als „ein methodisches Hilfsmittel zur Entwickelung geographischer Begriffe" das (von ihm angewandte) Modellieren der verschiedenen Oberflächen- (insbesondere Gebirgs-)Formen der Erde aus Töpferthon, worauf im nächsten Artikel Thetter—Wien die „Bedeutung des Reliefs im geographischen Unterrichte" auseinandersetzt und verschiedene Darstellungsweisen der Reliefs (auch durch Schüler) beschreibt. — Chavanne giebt eine „geographische Skizze von Afrika" nach seinem „Afrika im Lichte unserer Tage" (Wien, Hartleben). — Es folgt die interessante Rubrik „Erbsünden" von Franges—Petrinja und Jarz—Znaim (Irrtümer über die Cordilleren von Amerika; Gebirgsknoten von Pasto, die isolirte Sierra de St. Marta, Cañons, der tropische Urwald). — Notizen,*) Literatur (Besprechung von Büchern, bibliographische Rundschau, d. h. kleinere Besprechungen und Notizen, Zeitschriften, Programme, Karten). — Den Schlufs bildet die „Beantwortung von Anfragen" (Werke über „Kosmographie"; der Genfersee nie zugefroren).

Zur Schulkunde.

1. Zur „Überproduktion" von Lehrkräften für den math.-naturw. Unterricht.

Das Centralblatt für die gesamte Unterrichts-Verwaltung in Preufsen, 1881, Oktoberheft, S. 537 enthält eine Mitteilung des Ministers der geistlichen p. p. Angelegenheiten an die Provinzial-Schulkollegien betr. die Beschäftigung ungeprüfter Kandidaten an höheren Schulen im Zeitraum 1877—1881. Darin heifst es:

Vornehmlich für drei Gebiete reichten die geprüften Lehrkräfte nicht aus, den Religionsunterricht, den Unterricht in den modernen fremden Sprachen und den mathematisch-naturkundlichen Unterricht. Die in dieser Beziehung während der vierjährigen Periode eingehender Beobachtung eingetretene Änderung erscheint jedenfalls der Beachtung wert. . . . . . Die gleiche Veränderung — nämlich wie für das Fach der neueren Sprachen, wo durchaus kein Mangel an Lehrkräften mehr besteht — ist bei dem mathematisch-naturkundlichen Unterricht ersichtlich; während zu Anfang der fraglichen Periode auf diesem Gebiete in hervortretendem Mafse sich die Aushülfe durch ungeprüfte Kandidaten zeigte, sind im letzten Semester nur drei ungeprüfte Kandidaten für dasselbe verwendet worden, von denen zwei im Laufe des Semesters selbst die Prüfung bestanden haben.

Verbindet man mit diesen Daten die Jahresnachweisungen der wissenschaftlichen Prüfungskommissionen über die Ergebnisse ihrer Thätigkeit

---

*) Bei der Menge dieser Notizen ist es uns nicht mehr möglich, dieselben im Einzelnen anzugeben, wenn nicht ganz besonders wichtige darunter sind. Ref.

und die Nachweisungen der Universitäten über die Verteilung der Studierenden der philosophischen Fakultät auf die verschiedenen Gebiete; zieht man ferner in Erwägung, dafs die in den letzten zwei Jahrzehnten von städtischen Behörden mit schätzbarer Opferwilligkeit, aber zugleich nicht selten mit weit gehender Zuversicht betriebene Errichtung neuer höherer Lehranstalten oder Erhebung bestehender Schulen in eine höhere Kategorie infolge der gemachten Erfahrungen und der von der Unterrichtsverwaltung in dieser Frage eingenommenen Haltung einer gröfseren Vorsicht Platz macht und sonach der aus der Errichtung neuer Lehranstalten sich ergebende Mehrbedarf an Lehrkräften sehr abnehmen wird: so läfst sich als gesichert erachten, dafs bei Ausgleich unter den einzelnen Provinzen der Unterricht in den neuen fremden Sprachen und der mathematische Unterricht schon jetzt vollständig durch geprüfte Lehrkräfte bestritten werden kann, und es läfst sich mit gröfster Wahrscheinlichkeit voraussehen, dafs einem zeitweisen Mangel auf diesen Gebieten bereits in der nächsten Zeit ein erheblicher Ueberschufs der geprüften Lehrkräfte über die Fälle ihrer Verwendbarkeit an öffentlichen Schulen folgen wird. Nicht mit gleicher Sicherheit läfst sich dasselbe bereits für das Gebiet der Naturbeschreibung aussprechen.

2. Verordnung, die Verwendung des Kommas bei mehrstelligen Zahlenausdrücken betr., preufs. Staatsmin.-Beschlufs vom 8. März 1881.

„Bei mehrstelligen Zahlenausdrücken dient das Komma nur zur Abtrennung der Dezimalstellen; in allen anderen Fällen ist die Abteilung mehrstelliger Zahlen lediglich durch Anordnung in Gruppen von je drei Ziffern zu bewirken.“

Miscellen.

Die höchsten Bauwerke der Erde. (Ein Beitrag zur Geographie.)

Da mitunter über diesen Punkt in geogr. Lehrbüchern Ungenauigkeiten vorkommen oder Zweifel herrschen, so geben wir hier eine der Elberfelder Zeitung entnommene Correspondenz aus Köln, jedoch mit Vorbehalt über die Richtigkeit der darin gemachten Angaben. Da auch viele Orte des deutschen Reiches darin vorkommen, so dürften etwaige Irrtümer von dort wohnenden Kollegen leicht zu berichtigen sein, worum wir angelegentlich bitten.

„Die Türme des Kölner Domes sind nunmehr vollendet. Unbestreitbar besitzt jetzt die Stadt Köln in ihren 157 m hohen Türmen das höchste Bauwerk der Erde. Unwillkürlich drängt sich jedoch nun die Frage auf: Welches ist nach ihnen das höchste Bauwerk? Wiederholt ist diese Frage in der letzten Zeit in den Zeitungen erörtert worden, und mit einer seltsamen Uebereinstimmung wurde der Turm der Nikolaikirche in Hamburg, welcher eine Höhe von 144,2 m (460 Fuss rh.) erreicht, als das nächsthöchste Bauwerk bezeichnet*). Und doch ist schon in der Köln. Volks-Ztg. vor mehr als drei Jahren nachgewiesen worden, dass seit dem 20. September 1876 Hamburg auf den Besitz des höchsten Bauwerkes keinen Anspruch mehr erheben kann. Diese Ehre gebührt jetzt der Stadt Köln, nach ihr aber der Stadt Rouen in der Normandie; Hamburg kommt erst an dritter Stelle. An dem oben erwähnten Tage wurde nämlich der Dachreiter (flèche) auf der Kathedrale von Rouen vollendet. Derselbe übertrifft aber den Nicolaiturm zu Hamburg um fast sieben m;

*) Man vergleiche diese Zeitschr. X, 380. Anm., und den bei Friedrichsen in Hamburg zur Naturf.-Vers. 1876 ausgegebenen „Führer durch Hamburg“. D. Red.

denn er misst vom Steinpflaster des Domes bis zur äussersten Spitze 151,12 m. Zum Schluss möge hier eine Zusammenstellung der berühmtesten Bauwerke nach ihrer Höhe Platz finden.

		Meter.
1.	Die Kölner Domtürme	157
2.	Der Dachreiter des Domes zu Rouen	151,12
3.	Die Nikolaikirche zu Hamburg	144,20
4.	Die Peterskirche in Rom:	138
	nach Andern	143,50
5.	Das Münster in Strassburg	142,10
6.	Die Pyramide des Cheops in Gizeh	137
7.	St. Stephan in Wien	136,70
8.	Die Kathedrale in Amiens	134
9.	Die Pyramide von Cheprem	133
10.	St. Martin in Landshut	132,50
11.	Der Dom zu Freiburg in Br.	125
12.	Die Kathedrale zu Antwerpen	123
13.	Der Dom zu Florenz	119
14.	Die Paulskirche in London	111,30
15.	Der Dom von Mailand	109
16.	Das Rathaus zu Brüssel	108
17.	Der viereckige Asinelli-Turm in Italien (100?)	107
18.	Der Invaliden-Dom in Paris	105
19.	Der Dom zu Magdeburg	103,60
20.	Der Dom zu Augsburg	102
21.	Die Mathenakirche z. Wesel	102
22.	Der Schlossturm zu Dresden	101

Von den Bauwerken, welche unter 100 m hoch sind, werden noch genannt:

		Meter.
23.	Liebfrauenkirche in München	99
24.	Petrikirche in Berlin	96
25.	Rathausturm in Berlin	88
26.	Kirchturm in Erkelenz	81,50
27.	Das Münster in Ulm	80
28.	Notre-Dame in Paris	68
	nach Andern	71
29.	Sophienkirche in Constantinopel	58
30.	Der schiefe Turm in Pisa	57
31.	L'arc de triomphe de l'Etoile	44
32.	Das Pantheon Agrippa's	43
33.	Der Obelisk auf dem Place de la Concorde	27

Zur Abwehr von Missverständnissen.

Unsere „Bekanntmachung und Aufforderung“ in Heft 6 (S. 492) des vorigen Jahrgangs hat bei Einigen den Irrtum erzeugt, als bezöge sich dieselbe auch auf Schulbücher für höhere Schulen. Sie bezieht sich aber, wie aus Zeile 3/4 und auch aus Zeile 18 („dieser Gattung“) deutlich hervorgeht, nur auf Bücher für Seminare und Volksschulen, die ohnehin in unserer Zeitschrift sehr spärlich besprochen werden. Aber auch hier wünschen wir von den Verfassern nur die einfache Mitteilung, ob ihr Buch der Behörde zur Einführung vorgelegen hat oder nicht (oder ob sie auf eine Einführung verzichten). Wir wollen damit jeder weitern Kollision mit einer Schulbehörde ein für allemal aus dem Wege gehen. Bei solchen Büchern aber, welche in unserer Rubrik „Proben“ etc. wegen grober Verstöfse zur Sprache kommen, erbitten wir von den Einsendern der „Böcke“ womöglich eine Notiz darüber, ob das betr. Buch irgendwo eingeführt ist oder nicht. Eine Zeitschrift „für mathematischen- und naturwissenschaftlichen Unterricht“ wie die unsrige es vorzugsweise ist, kann unmöglich den mathematischen (und naturwissenschaftlichen) Unterricht der Volksschule und der Lehrerbildungsanstalten, sowie die Stellung der Schulaufsichtsbehörden zu demselben, ignorieren, zumal da dieselbe auch für Lehrerseminare mit bestimmt ist (s. Titel). Red.

Bei der Redaktion eingelaufen.

(Anfang Dezember 1881.)

Milinowski, Die Geometrie für Gymnasien u. Realschulen. 1. Hft. Lehrbuch 2. Hft. Übungsbuch. Leipzig, Teubner 1881.
Fialkowski, Die zeichnende Geometrie. 3. Aufl. Wien — Leipzig, Klinkhardt 1882.
Marbach, Die Polbahnen des Hoke'schen Gelenks (Inaugural-Dissertation). Berlin, Ernst u. Korn 1880.
Sibiriakoff, Preuve élémentaire de la proposition fondamentale de la théorie des lignes parallèles (russ. u. franz.). Petersburg, Deubner.
Kunzes Farben- und Zahlenspiel. Weimar, Böhlau.
Arendt, Grundriſs der anorganischen Chemie. 2. Aufl. Leipzig, Voſs 1881.
— Technik d. Experimentalphysik 2. Bd. 1—2. Hft. ib.
Schlechtendal, Die Gliederfüſsler, mit Ausschluſs der Insekten. Leipzig b. Teubner, 1881.
Hofmann, Grundzüge der Naturgeschichte. III. Th. Mineralogie. München, Oldenbourg 1881.
Huxley, Grundzüge der Physiologie, deutsch von Rosenthal. 2. Aufl. Leipzig, Voſs 1881.
Holden, Wilhelm Herrschel, sein Leben und seine Werke, deutsch von U. V. Mit Vorwort von Valentiner. Berlin, Grote 1882.
Moldenhauer, Das Weltall und seine Entwicklung. 1. Heft. Köln, Mayer 1882.

Zeitschriften.

Päd. Archiv XXIII, 10.
Central-O. IX, 12.
Zeitschr. f. R.-W. VI, 11.
Blätter f. d. Bayer. Gymnasialschulwesen XVII, 9.

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

1. Die Herren Verfasser werden ersucht, nicht Arbeiten einzusenden, mit der an die Redaction gerichteten Zumutung daran zu ändern (Unwesentliches zu streichen, zu kürzen etc.). Es ist Princip der Redaction die Artikel so zu geben, wie sie der Verfasser redigiert hat. (Höchstens erlauben wir uns eine kleine Anm. oder ein ?). Wir haben auch zu solchen Änderungen keine Zeit und müſsten dieselben, sofern sie nötig sind, dem Verfasser selbst überlassen. Rücksendung der Manuskripte kann nur gegen Erlegung des Portos erfolgen.

2. Wir bitten dringend, Briefe an uns nicht nach Freiberg i. S. oder gar, wie es geschehen ist, nach — Wien zu senden, von wo wir schon seit mehreren Jahren fort sind. Wohnungsadresse s. Umschlag d. Zeitschr.

3) Dsgl. bitten wir, bei Citaten von Büchern, an denen Ausstellungen gemacht werden (bes. im Sprechsaal) um genaue Angabe der Auflage. Oftmals ist in einer neuern oder der neuesten Aufl. die angez. Stelle geändert und die Ausstellung wird dann — gegenstandslos und gibt überdies Veranlassung zu unnötigen Schreibereien und Streitereien. Es ist daher zu empfehlen, immer die neueste Auflage zu citieren.

4) **Anfragen**: a) Welcher der Herren Rezensenten hat von uns früher einmal Martus astronom. Geogr. zur Besprechung erhalten? — b) Wer hat uns die Mitteilung „Herausforderung in Geometrie" von John Harris eingesandt? (Name unleserlich). — c) Wo (außer Hamburg) sind „mathematische Gesellschaften", von Lehrern an h. Sch. gebildet?

5. **Für Viele**: Zu raschen Antworten eignen sich am besten „Postkarten mit Rückantwort."

6. An die Verfasser von Büchern und Einsender von Rezensions-Exemplaren: Es ist ein großer Übelstand, daß die Verlagsbuchhändler die Rezensions-Exemplare weder aufgeschnitten noch broschiert einsenden. Dies erschwert oder verzögert unbedingt die Besprechung. Einige Verlagsbuchhändler sind so rücksichtsvoll, die Wünsche der Redaktionen zu berücksichtigen, u. A. z. B. Hirt in Breslau, welcher sogar hübsch gebundene Exemplare einsendet (was wir aber gar nicht beanspruchen!). Darum werden die Herren Verfasser gebeten diese Rücksicht zu vermitteln.

B. Besonderer.

Sch. i. **L.** Rezensionen H.-Fr., W. und R. erhalten. — **St.** i. **B.** Aufg.-Rep. 185—193. — Dr. **B.** i. **A.** Beiträge zur „Kritischen Umschau" und sonstige interessante statist. Notizen. Erh. — Dr. **L.** i. **A.** A.-R. für's 2. Heft. — Dr. **S.** i. **W.** „Ein Beitrag zur Fabrikation und Rezension von Schulbüchern". Erhalten. Sie haben Recht, wo das hinaus will, ist nicht abzusehen. Warum senden Sie Ihre Briefe nach Fr., da die Red. sich doch schon seit 1. Sept. hier in Leipzig befindet? — Dr. **St.** i. **D.** „Über den Unterricht in der darstellenden Geometrie an R. I. O." Ist ja ein ganz hübsches Thema. Wir haben aber leider jetzt nicht Zeit, solche lange Arbeiten durchzulesen und bitten daher um einige Geduld. — In diesem Lehrobjecte („darst. Geom.") leisten die Österreicher Vorzügliches. Bei einem derartigen Artikel wären daher ihr Lehrgang und ihre Leistungen besonders zu berücksichtigen, um nicht den dortigen Fachgenossen Veranlassung zu herber und vielleicht berechtigter Kritik zu geben. — **G.** i. **P.** Artikel „Zur vierten Rechnungsstufe". Nicht erhalten. — **L.** i. **Gr.** „Entlarvung des kl. M. Fr." von Dr. Jhl. (XI, 330) nicht bekannt; werden uns aber danach erkundigen. Nächstens Sendung und Br. — **D.** i. **L.** Statist. Notizen über Lehrer-Verhältnisse in Bayern dankend erhalten. — **Schw.** i. **G.** Haben Sie denn unsere „Vorschule der G." gar nicht erhalten? Aufgaben aus der niedern Arithmetik für das A.-R. könnten doch nur Aufnahme finden, wenn sie sehr instructiv oder sehr interessant sind. — **E.** i. **H.** Wenn Sie eine „mathematische Gesellschaft" i. H. gründen wollen, so wenden Sie sich an Hrn. Dr. H. Schubert i. Hamburg (Steindamm 89). Dieser Herr, Vorstand der mathem. Gesellschaft dort, wird Ihnen über die Einrichtung (Statuten) der dortigen Gesellschaft bereitwilligst Auskunft geben. — **H.** i. **L.** Die Frequenz der Leipziger Universität in diesem Semester (1881/2) ist nach dem Leipziger Tageblatt No. 345 (XII. 81) **3409**, nämlich 3317 Inskribierte u. 92 nicht Immatrikulierte (Hospitanten).

(Schluß des Briefkastens am 31. December 1881.)

Operative Arithmetik und Geometrie der Gittersysteme.

Von Prof. Dr. S. Günther in Ansbach.

(Fortsetzung und Schlufs mit 4 Fig.)*)

In neuerer Zeit haben nun französische Gelehrte unter dem Titel *„géometrie des quinconces“***) eine selbständige Unterabteilung der Raumlehre begründet, in welcher der Gang des Springers auf dem Schachbrette als ein spezieller Fall erscheint.

Um mit der Bezeichnung den Kern der Sache zu treffen, nennen wir die Eckpunkte der einzelnen Quadrate, in welche die Ebene durch die beiden Scharen von Parallelen zerteilt ist, mit *Eisenstein* die Gitterpunkte. Was nun die Franzosen unter

*) Man sehe den ersten Artikel S. 3—18. Red.

**) Woher dieser Name eigentlich stammt, ist dem Verf. nicht völlig klar geworden*), weshalb er auch (s. o.) sich einer anderen, vielleicht signifikanteren, Bezeichnung dafür bedient. Diese letztere erscheint noch aus einem zweiten Grunde wünschenswerth. Wir werden nämlich bald wahrnehmen, dafs sich der „géometrie des quinconces“ auch noch eine „géometrie du tissage“ anreiht, welche mit ersterer, wie die Urheber dieser neuen Gedankenreihe selbst betonen, in sehr naher verwandtschaftlicher Beziehung steht. Gewifs kann es aber nicht als ein Vorteil erscheinen, wenn für Dinge, deren Wesensinhalt kein verschiedener ist, besondere Termini technici eingeführt werden — um so weniger, da auch unsere Wissenschaft mehr und mehr an einer allzu verwickelten Nomenklatur zu leiden anfängt. Spricht man dagegen von einer „Theorie der regelmäfsigen Plangitter“, so wird man jenen beiden Unterdisciplinen gleichzeitig gerecht und kann hierunter nicht allein den ganzen zahlentheoretischen Teil der operativen Arithmetik begreifen, sondern sieht auch schon äufserlich den Kontakt mit jener modernen Theorie der „Raumgitter“ hergestellt, welche unter den Händen von *Bravais* und *Sohncke* bereits eine hohe Bedeutung für Krystallographie, Optik und Molekularmechanik gewonnen hat.

*) Sollte der Ausdruck „quinconces“ zusammenhängen mit „quincunx“ (von quinque und uncia), welches die Gestalt einer römischen Fünf (V) die Fünfform bedeutet, so sieht man doch keinen Zusammenhang mit der Quadratform. Vielleicht wird aber der Zusammenhang aus Folgendem ersichtlich: Littré in seinem Dictionnaire de la langue française (Paris 1869) gibt an: quinconce simple: trois arbres plantés en forme de V. Quinconce double: quatre arbres, qui forment un carré avec un cinquième au milieu, was auch übereinstimmt mit der Übersetzung „Kreuzform“ (Rautenform) in Moçin Dictionn., ders. Art. — Über die Etymologie d. Wortes sagt Littré: quinquncem, de quinque (= cinq) et uncia (= once), était une monnaie valant cinq onces (ou cinq douzièmes d'as), cinq boules y étaient réprésentées pour en marquer la valeur. Red.

ihrer „géometrie des quinconces" verstehen, das ist einfach die Theorie jener geradlinig begrenzten Figuren, deren Ecken mit Gitterpunkten zusammenfallen.

Um einen Begriff von dem Charakter der Sätze zu geben, welche in dieser Disciplin behandelt zu werden pflegen, greifen wir ein einfaches und elementares Theorem heraus, mit welchem sich neuerdings verschiedene französische Geometer von Ruf beschäftigt haben, und welches auch sehr wohl dazu geeignet erscheint, den wichtigen Zusammenhang zwischen der Geometrie der Gittersysteme und der Zahlentheorie zu illustrieren. Dieser Lehrsatz lautet:

Irgend drei Gitterpunkte können niemals Ecken eines regulären Dreieckes oder Sechseckes sein.

Eduard Lucas, der zuerst diese Thatsache bemerkt zu haben scheint, führt den Beweis dafür mittelst folgender Erwägungen[1]). Es seien, wenn dies möglich ist, A, B, C die drei Eckpunkte eines gleichseitigen Dreieckes und zugleich Gitterpunkte; fällt man von A auf BC ein Lot AE und macht $ED = AE$, so ist

$$\overline{AD}^2 = 3\overline{AB}^2.$$

Aus der Natur des Gitters folgt aber auch, dafs, unter a, b, c, d ganze Zahlen verstanden,

$$\overline{AB}^2 = a^2 + b^2, \quad \overline{AD}^2 = c^2 + d^2$$

sein mufs; denn es ist klar, dafs, wenn A ein Gitterpunkt ist, seinem Symmetriepunkt D (in Bezug auf die Linie BC) die nämliche Eigenschaft zukommen mufs. Es ist also

$$\frac{c^2 + d^2}{3} = a^2 + b^2.$$

Diese Gleichung ist aber offenkundig falsch, da die Zahl 3 selbst nicht als die Summe zweier Quadratzahlen dargestellt werden kann, und damit hat denn also der apagogische Beweis sein Ende erreicht. Es erhellt aber aus dieser geometrischen Betrachtung die zahlentheoretische Wahrheit, dafs es unmöglich ist, die Systeme

$$x^2 + y^2 = u^2 + v^2 = (x - u)^2 + (y - v)^2$$

oder auch

$$x^2 + y^2 = u^2 + v^2 = 2(ux + vy)$$

in rationalen Zahlen aufzulösen.

So hübsch diese Beweismethode auch an sich ist, so hat sie doch in gewissem Sinne einen Nachteil, darin bestehend, dafs sie blos dem speziellen Falle angepafst ist und eine Ausdehnung auf andere Fragen der Gittergeometrie nicht so leicht gestattet. Zu diesem Zwecke hat *Laisant* das von *E. Lucas* formulirte Theorem auf folgende allgemeinere Form gebracht[2]):

Die trigonometrischen Tangenten der Innenwinkel eines jeden Gitterdreieckes — welches also drei Gitterpunkte zu Eckpunkten hat — sind rationale Zahlen.

Ist dies bewiesen, so erledigt sich *Lucas* Spezialfall von selbst, da tang $60^0 = \sqrt{3}$ ist. Wir denken uns für den Augenblick das Koordinatensystem parallel mit sich selbst so verschoben, dafs sein Ursprung in den Eckpunkt A des Gitterdreieckes fällt; alsdann ist, wenn AX' die neue Abscissenaxe vorstellt, von selber klar, dafs

$$\text{tang}\,(\sphericalangle BAX') = \frac{l_1}{m_1}, \qquad \text{tang}\,(\sphericalangle CAX') = \frac{l_2}{m_2}$$

sein mufs, wo die l und m ganzzahlige Werte sind. Jetzt wird

$$\text{tang}\,(\sphericalangle A) = \text{tang}\,(\sphericalangle BAX' \pm \sphericalangle CAX') = \frac{l_1 m_2 \pm l_2 m_1}{m_1 m_2 \mp l_1 l_2},$$

und dieser Bruch ist ersichtlich ein rationaler.

Man nimmt nun auch wahr, dafs, was hier von einem Dreieck nachgewiesen ward, überhaupt von jedem Gitterpolygon („figure inscriptible dans l'échiquier“ nach der viel weniger präcisen Bezeichnungsweise der Franzosen) Giltigkeit besitzt. Das reguläre Sechseck kann demnach (s. o.) kein Gitterpolygon sein, da tang 120^0 einen irrationalen Wert $(-\sqrt{3})$ besitzt.

Laisant hat sich[3]) auch die Gelegenheit nicht entgehen lassen, auf die Verwandtschaft hinzuweisen, welche zwischen dieser Gittergeometrie und der *Argand-Gaufs'schen* Darstellung des Komplexen obwaltet, und in der wir unseres Teiles nur das natürliche Band zwischen dem zweiten und dritten Bestandteile unserer operativen Arithmetik erblicken. Wir denken uns zu einem Gitterdreieck irgend ein ihm ähnliches Dreieck konstruirt, von welchem zwei Eckpunkte Gitterpunkte sind: alsdann geht aus unseren früheren Überlegungen hervor, dafs auch das dritte Eck auf einen Gitterpunkt fallen mufs. Anders aus-

gedrückt: Ist ein Dreieck M einem Gitterdreieck N ähnlich, so mufs es auch ein zu beiden Dreiecken M und P ähnliches Gitterdreieck P geben. Erinnern wir uns, indem wir unser reelles Gittersystem für einen Augenblick mit der komplexen Zahlenebene vertauschen, nunmehr der Art und Weise, wie auf dieser Ebene die Operation des Multiplizierens ausgeführt wird. Den Punkten A und B (Gitterpunkten) mögen resp. die Zahlen $(x' + y'i)$ und $(x + yi)$ entsprechen; soll dann eine Zahl $(z + ui)$ von der Beschaffenheit gefunden werden, dafs

$$(z + ui) = (x + yi)(x' + y'i)$$

werde, so macht man bekanntlich, um den Punkt $C = z + ui$ zu erhalten, vom Anfangspunkt O aus die Strecke $OJ = 1$, zieht OA und OB und konstruirt mit Berücksichtigung des Sinnes

$$\triangle OBC \sim \triangle OJA.$$

Wir wissen nun aber aus Obigem, dafs C in einen Gitterpunkt fällt. Die Gleichung

$$(x + yi)(x' + y'i) = (z + ui)$$

gilt mithin in ganzen Zahlen, und da aus ihr in bekannter Weise auch die Gleichung

$$(x - yi)(x' - y'i) = z - ui$$

folgt, so ergiebt sich schliefslich durch Multiplikation

$$(x^2 + y^2)(x'^2 + y'^2) = z^2 + u^2,$$

in Worten:

Jede Summe aus zwei Quadraten kann als Produkt zweier Faktoren von der nämlichen Eigenschaft dargestellt werden.

In diesem Falle wirken also die beiden Abzweigungen der operativen Arithmetik einträchtig zur Erzielung eines zahlentheoretischen Ergebnisses zusammen.

Im Anschlusse an die beiden Arbeiten von *Lucas* und *Laisant* hat nun neuerdings auch *Laquière* eine Note veröffentlicht, welche vom speziellen Falle absieht und für den ganzen Wissenszweig, der hier den Namen „la peinture graphique de la théorie des nombres“ führt, bestimmte allgemeine Normen aufstellen soll.[4]) Von den hierher zu rechnenden Sätzen heben wir die nachstehenden hervor.

Jede Gerade, deren Neigungswinkel gegen eine der beiden Koordinatenaxen eine rationale Tangente besitzt, geht, wenn sie durch einen Gitterpunkt hindurchgeht, auch noch durch unendlich viele andere Gitterpunkte, und zwar durch alle jene, deren Koordinatenwerte den Vielfachen von Zähler und Nenner des Bruches entsprechen, der obiger trigonometrischer Tangente entspricht — diesen Bruch natürlich auf seine einfachste Form gebracht vorausgesetzt.

Man habe wie bisher ein Gitter von der Seitenlänge 1. Zwei Gitterpunkte sollen die Entfernung $b = \sqrt{m^2 + n^2}$ haben, alsdann ist die Neigung von b gegen die x-Axe durch arc tang $\frac{m}{n}$ gegeben. Konstruirt man mit Festhaltung von b als neuer Einheit ein zweites die ganze Ebene überdeckendes Gitter, so fallen sämtliche Gitterpunkte des zweiten mit solchen des ersten Systems zusammen, und die Gröfsen zweier verschiedenen Systemen angehörenden Gitterquadrate verhalten sich wie $1 : (m^2 + n^2)$. Tritt ein drittes System hinzu, dessen Einheitslänge $c = b\sqrt{p^2 + q^2}$ hat, so ist die neue x-Axe gegen die frühere um arc tang $\frac{p}{q}$ geneigt und von dem auf dieser neuen Basis construirten Gittersysteme gilt das Gleiche wie für die beiden Vorgänger. Man erkennt auch auf diese Weise, dafs, wie schon früher erörtert, zwei Umfangslinien von Gitterpolygonen stets Winkel von rationaler Tangente bilden.

Man sagt, das zweite Gittersystem sei aus dem ersten, das dritte aus dem zweiten abgeleitet („dérivé“). Mit Zugrundelegung dieser Terminologie kann dem Satz von der Zerlegung einer Quadratsumme eine neue Seite abgewonnen werden. Die Strecke $b = \sqrt{m^2 + n^2}$ gehört dem ersten Gitter von der Seitenlänge 1, die Strecke $c = b\sqrt{p^2 + q^2}$ dem zweiten, aus dem ersten abgeleiteten, Gitter von der Seitenlänge b an, demnach mufs auch

$$c = \sqrt{m^2 + n^2} \cdot \sqrt{p^2 + q^2}$$

dem ersten Gitter angehören; es mufs $c = \sqrt{s^2 + t^2}$ sein. Man hat also, wie behauptet war,

$$(m^2 + n^2)(p^2 + q^2) = s^2 + t^2$$

bekommen.

Gebraucht man endlich noch für die Anordnung der Gitterpunkte einen Kunstausdruck, der an die in der modernen Funktionenlehre für die verschiedenen Punktmannigfaltigkeiten übliche Bezeichnung gemahnt, so kann man folgenden Satz aufstellen:

Geht durch einen Gitterpunkt eine Gerade vom Richtungskoefficienten $\frac{m}{n}$ und konstruiert man über der Strecke $\sqrt{m^2 + n^2}$ dieser Geraden ein abgeleitetes Gittersystem, so gehören sämtliche Punkte des letzteren auch dem ersteren an, nur ist die Verteilung der Punkte im zweiten Gitter eine $\frac{1}{m^2 + n^2}$ weniger dichte, als im ersten.

In welcher Weise nun diese Theorie der Gitter für die unbestimmte Analytik, für die Auflösung diophantischer Gleichungen (im allgemeineren Wortsinne) nutzbar gemacht werden kann, ist leicht einzusehen. Ist $f(x, y) = 0$ diese Gleichung, so hat man nur die Kurve, deren Gleichung durch $f = 0$ repräsentiert wird, in der Gitterebene zu verzeichnen und zuzusehen, durch welche Gitterpunkte dieser Kurvenzug hindurchgeht. Jeder solche Gitterpunkt giebt eine Auflösung.

Speziell für die unbestimmten Gleichungen des ersten Grades hat Fürst *Polignac* diesen einfachen Gedanken weiter ausgeführt[5]). Er denkt sich jedem einzelnen Gitterpunkt eine ganze Zahl beigeschrieben, welche der Summe seiner beiden rechtwinkligen Koordinaten gleich ist; hat z. B. ein Gitterpunkt die Abscisse 8 und die Ordinate — 10, so erhält er die Zahl — 2. Ein anderer Gitterpunkt, für den $x = 6$ und $y = -8$ ist, wird ebenfalls mit — 2 bezeichnet werden müssen. Man überzeugt sich nun leicht, dafs auf diese Weise unzählig viele Punkte die nämliche Zahl m beigeschrieben erhalten, dafs jedoch alle diese Punkte auf einer und derselben Geraden gelegen sind, welche der durch die Gleichung $y = -x$ charakterisierten Geraden parallel ist. Wir bezeichnen diese Gerade mit *Polignac* als die negative Diagonale c. Dann läfst sich die Aufgabe, $ax + by = c$ in ganzen Zahlen aufzulösen, folgendermafsen neu formulieren:

Man soll das gegebene Gitter in unendlich viele kongruente Rechtecke von der Länge a und von der Breite b zerlegen, und nunmehr die Scheitelpunkte dieser Rechtecke aussondern, welche auf die negative Diagonale c zu liegen kommen.

Es reicht (a und b relativ prim, $b > a$ vorausgesetzt) hin, jenen Scheitelpunkt aufzufinden, welcher der x-Axe zunächst liegt. Durch eine sehr einfache geometrische Betrachtung gelangt man zu der Gleichung

$$b\beta - a\alpha = R\left(\frac{c}{a}\right),$$

wo α und β je eine ganze Zahl, R den bei der Division von c durch a sich ergebenden Rest bedeutet. Was nun die Anzahl der möglichen positiven Lösungen anlangt, so wird wiederum geometrisch bewiesen, dafs dieselbe gleich

$$E\left(\frac{c}{ab}\right) \text{ oder gleich } E\left(\frac{c}{ab}\right) + 1$$

ist, je nachdem der Eckpunkt, der der x-Axe am nächsten liegt, zur Rechten oder zur Linken der in der Gleichung

$$x = ab \cdot E\left(\frac{c}{ab}\right)$$

gegebenen Parallelen zur y-Axe zu liegen kommt. E ist hier, wie gewöhnlich, die gröfste in dem bezüglichen unechten Bruche enthaltene ganze Zahl.

Wesentlich vereinfacht ist diese Auflösungsmethode in der schon citierten Abhandlung von *Laquière* vorgetragen.[6]) Man bestimmt nach ihm für's erste die Strecken, welche die Gerade

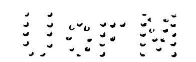
$$G \equiv ax + by - c = 0$$

auf den beiden Koordinatenaxen, vom Anfangspunkt O aus gerechnet, abschneidet, und findet, wenn A und B die Durchschnittspunkte sind,

$$OA = \frac{c}{a}, \qquad OB = \frac{c}{b}.$$

A liegt zwischen zwei, der nämlichen Geraden $y = 0$ angehörigen Gitterpunkten S und T; dann wird

$$SA = R\left(\frac{c}{a}\right)$$



sein. Versteht man ferner unter J einen beliebigen Gitterpunkt, der auf der Geraden $G = 0$ liegt und unter H dessen Projektion auf die Gerade $y = 0$, so ist

$$\triangle JHA \sim \triangle BOA$$

und

$$HA = HJ \cdot \frac{b}{a} = \beta \cdot \frac{b}{a} \cdot$$

Da also

$$R\left(\frac{\beta b}{a}\right) = R\left(\frac{c}{a}\right)$$

gefunden ward, so haben wir auf arithmetisch-geometrischem Wege die folgende generelle Regel zur Auflösung unserer Gleichung gefunden:

Man dividiere mit a in die successiven Multipla von b hinein und notiere die Fälle, in welchen bei dieser Division der nämliche Rest herauskommt, wie bei der Division von c durch a. Jedes βb, welches dieser Bedingung genügt, liefert dann sofort eine Lösung, insoferne $\beta = y$ zu setzen ist. Läfst man a und b ihre Stellen tauschen, so erhält man die zugehörigen ganzzahligen Werte von x.

Für den Fall, dafs a und b nicht relative Primzahlen wären, sei

$$a = Da', \qquad b = Db'.$$

Versteht man dann unter y_1 das kleinste positive y, welches der Gleichung Genüge thut, unter x_1 das zugehörige x, so bestehen wieder aus geometrischen Gründen die folgenden Gleichungen zu Recht:

$$\frac{x_1}{b'} = \frac{c - by_1}{ab'} = \frac{c - by_1}{a'b} = \frac{\frac{c}{b} - y_1}{a'} .$$

Man kann demnach zeigen, dafs die von *Polignac* für die Gesammtanzahl der ganzzahligen positiven Lösungen durch den Ausdruck

$$E\left(\frac{E\left(\frac{c}{b}\right) - y_1}{a'}\right) + 1$$

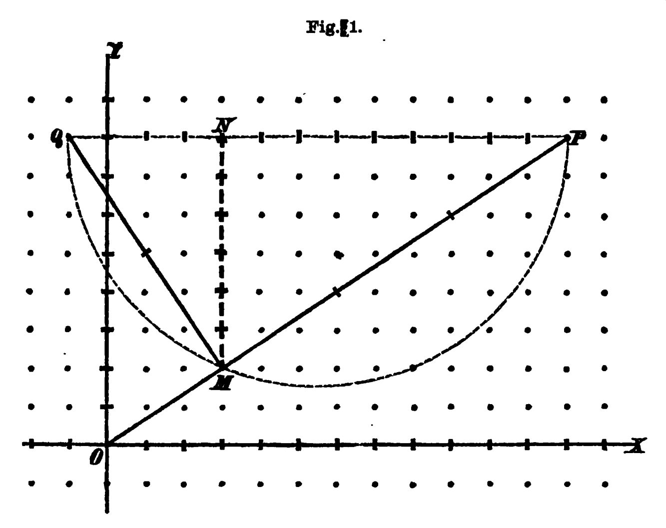
gegebene Anzahl richtig ist,[7] „expression que l'on trouve également à la simple inspection de la figure ci-dessus, le nombre des solutions étant d'une unité supérieur au plus grand



nombre de fois que l'on peut ajouter a' à y sans dépasser OB, soit le plus grand entier $E\left(\frac{c}{b}\right)$ contenu dans OB, puisque les valeurs successives de y croissent de a'". —

Die Kurve $f = 0$, von deren Durchgang durch Gitterpunkte wir oben als von der Basis der geometrischen Zahlentheorie gesprochen haben, ward bis zu diesem Augenblicke ausschliefslich mit einer geraden Linie identificiert. Eine weitere interessante Erweiterung ist in dem uns bereits bekannten Aufsatze des Fürsten *Polignac* angedeutet.[8]) Er stellt ein geometrisches Kriterium dafür auf, ob eine Zahl n (z. B. 5) sich als Summe von zwei Quadraten darstellen läfst, und zwar hat dieses Kriterium den folgenden Wortlaut: Man grenze auf irgend einer Geraden $y = m$ (m ganzzahlig) eine Strecke gleich n Einheiten so ab, dafs Anfangs- und Endpunkt mit Gitterpunkten zusammenfallen, und beschreibe über dieser Strecke als Diameter einen Kreis. Liegen auf dessen Peripherie noch andere Gitterpunkte, so ist die obige Zerfällung möglich, im entgegengesetztsn Falle nicht. Wir verweisen zum Beweise dieses Satzes auf unsere Fig. 1.

Fig. 1.



M sei ein Punkt des Gitters, dessen Koordinatenwerte teilerfremd sind (in unserem Falle ist $x = 3$, $y = 2$), und zwar sei $x = a$, $y = b$. Unter dieser Voraussetzung wird die M mit dem Ursprung O verbindende Strecke zwischen M und O durch keinen

Gitterpunkt gehen können. Auf MO werde eine Senkrechte in M errichtet, und beide Geraden werden so lange verlängert, bis jede von ihnen einen Gitterpunkt P und Q von der Beschaffenheit erreicht, daſs die Verbindungslinie PQ der X-Axe parallel läuft. Ein Blick auf die Figur lehrt, daſs dies dann eintritt, wenn $MP = a \cdot OM$, $MQ = b \cdot OM$ geworden ist. Aus dem in M rechtwinkligen Dreieck MPQ ergiebt sich nunmehr

$$PQ = \sqrt{a^2 \overline{OM}^2 + b^2 \overline{OM}^2} = \sqrt{(a^2 + b^2)(a^2 + b^2)} = a^2 + b^2,$$

und zwar ist, wenn von M auf PQ das Perpendikel MN gefällt wird,

$$PN = a^2, \quad QN = b^2.$$

Kehrt man die Schluſsreihe, welche uns zu diesem Resultate verholfen hat, um, so hat man direkt den Beweis des *Polignac*'schen Satzes.

Sind die beiden Zahlen a und b entweder beide gerade, oder beide ungerade, so ist $(a^2 + b^2)$ durch 2 teilbar, und sonach der Radius r des Kreises ebenfalls ganzzahlig. Der erste Fall ist jedoch dadurch ausgeschlossen, daſs a und b der Bedingung gemäſs teilerfremd sein sollen, und nur der zweite bleibt übrig. Da nun die Kreisgleichung bekanntlich

$$x^2 + y^2 = r^2$$

ist, so müssen die ganzzahligen Koordinaten des Punktes M diese Gleichung befriedigen, und halten wir diese Thatsache mit der früher festgestellten zusammen, so dürfen wir sagen:

Ist eine Quadratzahl gleich einer Summe aus zwei Quadratzahlen, so läſst sich auch deren Wurzel als eine Summe aus zwei Quadraten darstellen.

Wie schon erwähnt, haben alle die französischen Mathematiker, von deren Untersuchungen über die Geometrie der Gittersysteme wir dem Leser eine, wenn auch gedrängte, so doch vollständige Übersicht zu verschaffen bestrebt waren, von den auf ein ähnliches Ziel gerichteten Arbeiten verdienstvoller deutscher Forscher keine Kenntnis gehabt. Bereits *Gauſs* hat[9]) wie aus seinem Nachlasse hervorgeht, die Frage erörtert, wie viele Gitterpunkte in das Innere einer geschlossenen Kurve, z. B. eines Kreises fallen, und *Eisenstein*[10]) hat die von seinem

grofsen Vorläufer gefundene Formel mit einem neuen Beweise versehen. Behalten wir das oben eingeführte Zeichen E bei, so können wir nach *Eisenstein* die Anzahl S der durch einen Kreis vom Halbmesser $\sqrt{m}$ umschlossenen Gitterpunkte mittelst der Relation

$$S = 1 + 4\left[E\left(\frac{m}{1}\right) - E\left(\frac{m}{3}\right) + E\left(\frac{m}{5}\right) - + \cdots\right] = 1 + 4\sum(-1)^{\frac{s-1}{2}} E\left(\frac{m}{s}\right)$$

darstellen, wo s den durchlaufenden Buchstaben bedeutet. Weitere Früchte haben jedoch diese gelegentlichen Exkursionen der Zahlentheoretiker auf das geometrische Gebiet nicht getragen. Erst in allerneuester Zeit hat *M. Stern* in Göttingen zwei seiner Schüler auf dieses noch reiche Ausbeute versprechende Feld hingelenkt, und diesem Hinweis verdanken wir in der Inauguraldissertation von *Goldschmidt*[11]) *) und in dem Gymnasialprogramm von *Ahlborn*[12]) zwei sehr gediegene Arbeiten, von denen, als von einem würdigen Seitenstück der französischen Bemühungen, ein deutscher Leser gerne Notiz nehmen wird.

Denken wir uns eine Kurve, deren Gleichung in entwickelter Gestalt $y = \varphi(x)$ sein möge. Es soll nun die Anzahl S aller der Gitterpunkte bestimmt werden, welche in dem gemischtlinigen Dreieck enthalten ist, das durch die positiven Richtungen der beiden Koordinatenaxen und durch den Kurvenzug begrenzt wird. Die auf die Kurve selbst fallenden Gitterpunkte werden dabei natürlich mit eingerechnet. Nun ist ersichtlich, dafs $E(y)$ die Anzahl der Gitterpunkte ist, welche auf der Einzelordinate y zwischen Kurve und x-Axe liegen und es wird sonach

$$S = E[\varphi_{(0)}] + E[\varphi_{(1)}] + E[\varphi_{(2)}] + \cdots = \Sigma E[\varphi_{(x)}]$$

gesetzt werden müssen.

Aus dieser allgemeinen Formel diejenige von *Eisenstein* für den Spezialfall des Kreises herzuleiten, ist natürlich mit nicht unbeträchtlichen Umständen und Schwierigkeiten verbunden,

*) Wir entledigen uns hiemit zugleich unserer Recensentenpflicht. Die genannte kleine Schrift ist der Redaktion eingesendet und von dieser dem Verf. zur Berichterstattung überwiesen worden; der letztere glaubt jedoch im Interesse des Objektes lieber an dieser Stelle eine Übersicht des Inhaltes geben zu sollen, wo man diesen im Zusammenhange mit anderen Arbeiten von verwandter Tendenz kennen lernen und in Folge dessen auch besser würdigen kann.

die jedoch in der *Goldschmidt*'schen Schrift in sehr eleganter Weise beseitigt wurden. Es wird dort ferner gezeigt, wie ungemein einfach aus dieser *Eisenstein*'schen Formel ein von *Liouville* aufgestellter und sonst ziemlich schwer beweisbarer Satz fliefst. Versteht man unter n eine willkürliche ganze Zahl, und läfst man die Zahl ϑ nach und nach alle Werte der Reihe 0, 1, 2, 3, 4 ... annehmen, so jedoch, dafs ϑ^2 stets $\overline{\overline{<}}\, n$ bleibt, so giebt unserer Generalformel zufolge die Summe

$$\sum \left[E\left(\sqrt{n-\vartheta^2}\right)\right]$$

die Anzahl aller der Gitterpunkte an, welche innerhalb des durch die Gleichung

$$\tau^2 + \vartheta^2 = n$$

charakterisierten Kreisquadranten gelegen sind. Geht man zum Vollkreise über und rechnet auch den bisher unbeachtet gelassenen Kreismittelpunkt mit ein, so ist

$$S = 1 + 4 \sum \left[E\left(\sqrt{n-\vartheta^2}\right)\right].$$

Wir haben damit den Beweis für den *Liouville*'schen Lehrsatz erhalten, der durch die nachstehende Gleichung

$$\sum (-1)^{\frac{s-1}{2}} E\left(\frac{n}{s}\right) = \sum \left[E\left(\sqrt{n-\vartheta^2}\right)\right]$$

ausgedrückt ist, wo s alle ungeraden Zahlen bis hin zur Grenze n bedeutet.[13]) *Goldschmidt* stellt diesem Lehrsatze (a. a. O.) noch ein hübsches Corollar zur Seite. Er schreibt den oben für S berechneten Ausdruck in der Form

$$S = 1 + 4\left(\sum \left[E\left(\frac{m}{4x+1}\right)\right] - \sum \left[E\left(\frac{m}{4x+3}\right)\right]\right)$$

und erinnert daran, dafs die Gleichungen

$$y = \frac{m}{4x+1} \quad \text{und} \quad y = \frac{m}{4x+3}$$

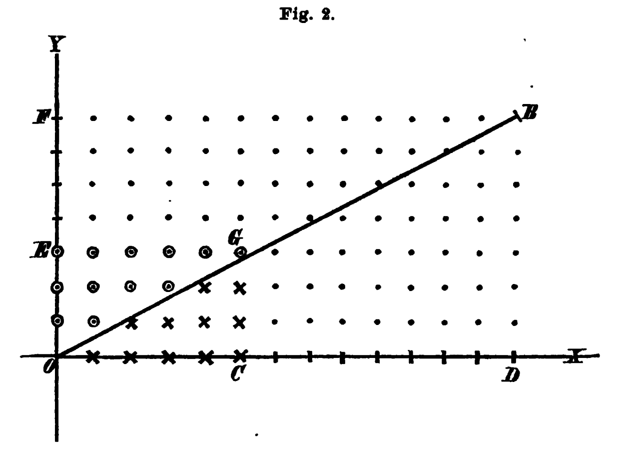
gleichseitige Hyperbeln darstellen, welche jeweils die X-Axe zu Asymptoten haben und die y-Axe resp. in den Punkten $y = m$ und $y = \frac{m}{3}$ schneiden. Die in der grofsen Klammer enthaltene Differenz normirt demzufolge jene Anzahl von Gitterpunkten, welche durch das hyperbolische Segment bestimmt ist.

Eine andere hübsche Anwendung der *Eisenstein*'schen Formel wollen wir nach *Ahlborn*[14]) anführen. Einer der sechs Beweise, welche *Gaufs* für sein berühmtes Reciprocitätsgesetz selbst gegeben hat, beruht auf der Relation

$$\sum_{q=1}^{q=\frac{p-1}{2}} \left[E\left(\frac{qk}{p}\right)\right] + \sum_{q=1}^{q=\frac{k-1}{2}} \left[E\left(\frac{qp}{k}\right)\right] = \frac{1}{4}(k-1)(p-1),$$

wo k und p teilerfremde, ungerade, aber positive Zahlen vorstellen. Den Beweis hierfür giebt eine Gitterbetrachtung geradezu unmittelbar an die Hand. In Fig. 2 sei $OD = FB = k$

Fig. 2.



$(= 13)$, $OF = DB = q\ (= 7)$, $OC = EG = \frac{1}{2}(k-1)\ (= 5)$, $OE = CG = \frac{1}{2}(p-1)\ (= 3)$. Da nun die Gleichung der Diagonale OB in einer der beiden Formen

$$y = \frac{p}{k} \cdot x \quad \text{oder} \quad x = \frac{k}{p} \cdot y$$

angeschrieben werden kann, so leuchtet ein: Die erste der beiden obigen Summen giebt die Anzahl aller in dem kleineren Rechteck $OCGE$ enthaltenen Gitterpunkte (×), welche rechts, und die zweite Summe giebt die Anzahl aller in diesem Rechteck enthaltenen Gitterpunkte (⊙), welche links von der Geraden OB gelegen sind. Das Rechteck aber, dessen Seitenlängen nach der Konstruktion $\frac{1}{2}(p-1)$ und $\frac{1}{2}(k-1)$ sind, schliefst die Eckpunkte einbegriffen, offenbar

$$\frac{1}{2}(p-1) \,.\, \frac{1}{2}(k-1) = \frac{1}{4}(k-1)(p-1)$$

Gitterpunkte in sich, und damit ist das *Gaufs*'sche Hülfstheorem erledigt.

Im Anschlufs an eine gelegentlich von *Gaufs* gemachte Bemerkung hat sich neuerlich *Zeller* sehr eingehend mit jenen Summen beschäftigt, deren allgemeines Bild durch das Aggregat

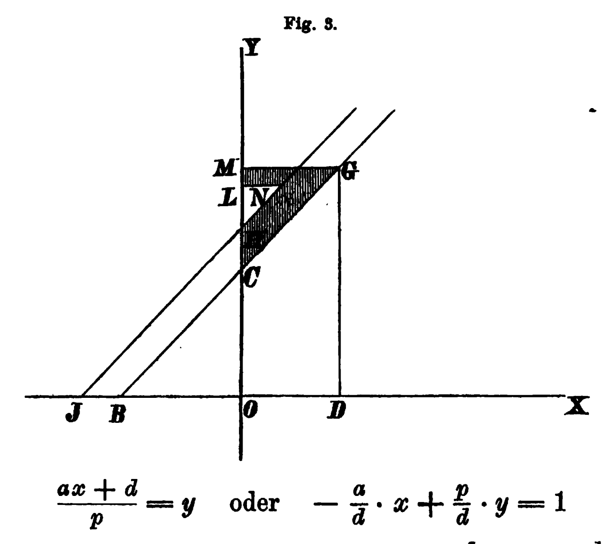
$$E\left(\frac{1 \cdot a + d}{p}\right) + E\left(\frac{2 \cdot a + d}{p}\right) + E\left(\frac{3 \cdot a + d}{p}\right) + \cdots + E\left(\frac{n \cdot a + d}{p}\right)$$

gegeben ist.[15]) Dabei ist er zu einigen merkwürdigen Sätzen geführt worden, deren Beweis durch die Geometrie der Gittersysteme einfacher und jedenfalls bei weitem übersichtlicher geleistet werden kann, als durch rein zahlentheoretische Betrachtung. Wir heben zum Belege dieser unserer Behauptung *Ahlborns*[16]) Beweis des Satzes

$$\sum_{x=1}^{x=n}\left[E\left(\frac{ax+d}{p}\right)\right] + \sum_{y=1}^{y=h}\left[E\left(\frac{py-(d+1)}{a}\right)\right] = hn\left(h = E\left(\frac{an+d}{p}\right)\right)$$

hervor. Zuerst wird für das rechtwinklige Axensystem XOY (Fig. 3.) des Gitters die Gerade BC construiert, deren Gleichung

Fig. 3.



$$\frac{ax+d}{p} = y \quad \text{oder} \quad -\frac{a}{d} \cdot x + \frac{p}{d} \cdot y = 1$$

ist; so wird dann OB auf der X-Axe $= \frac{d}{a}$, $OC = \frac{d}{p}$. Alsdann machen wir $OD = n$ und errichten in D auf DO eine Senkrechte, welche die verlängerte BC in G schneidet; die erste

der beiden links stehenden Summen ist jetzt der Anzahl aller im Trapez $ODGC$ enthaltenen Gitterpunkte gleich. Zweitens verzeichnen wir jetzt die Gerade IH, deren Gleichung

$$\frac{py-(d+1)}{a}=x \quad \text{oder} \quad -\frac{a}{d+1}\cdot x+\frac{p}{d+1}\cdot y=1$$

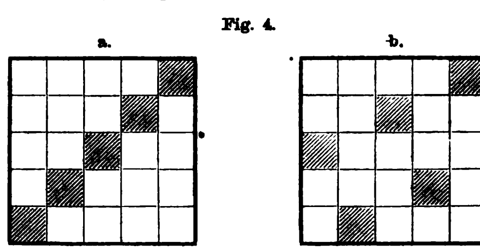
ist; diese Gerade, welche die Axen bezüglich in I und H trifft, läuft ersichtlich der BC parallel. Jetzt mache man $OL=h$ und ziehe durch L eine Parallele zur X-Axe, welche die IH in N schneidet; dann mufs die zweite der beiden linksstehenden Summen mit der Anzahl der im Dreieck HLN enthaltenen Gitterpunkte identificiert werden. Ferner läfst sich — worauf wir der Kürze halber nicht näher eingehen wollen, ohne Schwierigkeit darthun, dafs der Parallelstreifen $CHNLMG$ gar keinen Gitterpunkt in sich aufnehmen kann, und es ist folglich der zur Linken stehende Ausdruck gleich der Gesamtanzahl der im Rechteck $ODGM$ enthaltenen Gitterpunkte, für welche sich das Produkt nh direkt aus der Figur ergiebt.

Wir könnten hier schliefsen, wenn es uns nicht als Pflicht erschiene, einer ganz eigenartigen und selbstständigen Untersuchungsreihe Erwähnung zu thun, welche wir von unserem Standpunkt aus ebenfalls der Geometrie der Gittersysteme subsumieren zu dürfen glauben. Es ist dies die Geometrie der regulären Schachbrettmuster oder, wie wir mit ihrem Begründer sagen müssen, die Geometrie der Gewebe. Schon vor längerer Zeit hat *E. Lucas* eine kleine Schrift[17]) über diesen Gegenstand veröffentlicht, allein seitdem hat er verschiedenen französischen Gelehrtenkongressen weitere Mitteilungen über diese originelle Verbindung von Geometrie und Zahlentheorie gemacht und schliesslich seine Einzelergebnisse in einem mehr systematischen Abrifs der Theorie[18]) zusammengestellt. Da — soweit unsere Kenntnis reicht — noch kein deutscher Autor der Gewebe-Geometrie Erwähnung gethan hat, so erachten wir es um so mehr für unsere Pflicht, unser mathematisches Publikum auf dieselbe aufmerksam zu machen.

Kette und Einschlag eines jeden Gewebes geben ein Gitter genau in dem Sinne, wie wir ein solches oben definiert haben. Nun kommt es auf die Fundamentalmuster an, deren *Lucas*[19]) zwei unterscheidet, die Serge („saia“) und den Atlas („raso“);

was er „tela" nennt, ist nur ein spezieller Fall der Serge. Der Unterschied zwischen beiden Mustern läfst sich etwa folgendermassen angeben: Hebt man aus dem ganzen Gitter ein Quadrat von n^2 Zellen heraus, so müssen in beiden Fällen n von diesen Zellen mit einer besonderen, von den übrigen abweichenden Farbe angelegt werden, bei der Serge bilden diese n Zellen eine Diagonalreihe, beim Atlas dagegen müssen sie so verteilt werden, dafs keine zwei derselben der nämlichen Kette oder dem nämlichen Einschlag angehören, wie diefs z. B. durch Fig. 4,

Fig. 4.



a und b zur Anschauung gebracht wird. Statt der Kunstausdrücke Kette und Einschlag werden wir besser die der Determinantenlehre entlehnten Bezeichnungen Zeile und Colonne gebrauchen.*) Es leuchtet ein, dafs die Serge sich nicht weiter für eine wissenschaftliche Untersuchung eignet, um so mehr aber das Atlasgewebe, denn es tritt jetzt die Frage an uns heran:

Wie viel verschiedene Anordnungen sind für ein Atlasgewebe möglich, wenn dessen Modul — die Quadratwurzel der Zellenzahl — gegeben ist?

Lucas zeigt[20]), dafs die Auflösung dieses Problems sich mit Hülfe eines Lehrsatzes vollziehen läfst, welchem er die folgende Form erteilt:**)

Bildet man eine willkürliche arithmetische Progression von ganzen Zahlen und dividiert in jedes Glied derselben mit einer Zahl m hinein, welche zu

---

*) Man erkennt, dafs das Problem von den acht Königinnen (s. o.) das Problem der Atlasmuster als Unterfall in sich schliefst, insofern bei letzterem davon Abstand genommen wird, dafs zwei besetzte Zellen nicht diagonal zusammenhängen dürfen.

**) In *Lucas*' Original ist statt m zu lesen: $m - 1$ (Z. 1 v. u.)

dem Fortschreitungsgliede der Progression teilerfremd ist, so bilden die Reste eine Reihe, welche — allerdings nicht in der natürlichen Aufeinanderfolge — die Glieder

$$0, 1, 2, 3 \ldots m - 1$$

enthält.

Weiter wird die Konstruktion aller Atlasmuster vom Modul p mit der Auffindung sämtlicher positiver Lösungen der Congruenz

$$mx + ny \equiv 0 \pmod{p}$$

in Beziehung gesetzt.[21])

Wir vermögen in die Details der interessanten Broschüre an diesem Orte nicht tiefer einzugehen, doch glauben wir wenigstens einen Einblick in die intime Verwandtschaft eröffnet zu haben, welche zwischen der Geometrie der Gittersysteme und jener der Gewebe obwaltet.

Dürften wir über das Ziel hinausgehen, welches wir diesem Aufsatze ausdrücklich gesteckt haben, so müfsten wir jetzt zur dritten Dimension aufsteigen und uns in jene Theorie der Raumgitter vertiefen, für welche *Bravais*, *Sohncke*, *Selling* und *Lipschitz* so Treffliches geleistet haben. Auch *Goldschmidt*[22]) dehnt seine Untersuchungen in höchst ansprechender Weise vom Kreise auf die Kugel aus. Allein wir sind der Meinung, dafs zwar die Lehre von den binären quadratischen Formen — man betrachte sie nun unter dem zahlentheoretischen oder unter dem modern-algebraischen Gesichtspunkt — immer mehr in den Anfangsunterricht wird eingeführt werden müssen, dafs dagegen für die ternären Formen eine solche Möglichkeit nicht besteht. Und da wir diese Zeilen nicht für ein wissenschaftliches, sondern für ein pädagogisches Journal schreiben, so glauben wir auch gerade an dieser Stelle einen Abschlufs herbeiführen zu sollen.

Litteratur.

1) *E. Lucas*, Théorème sur la géométrie des quinconces, Bulletin de la société mathématique de France, Tome VI. S. 9 ff.

2) *Laisant*, Note sur la géométrie des quinconces, ibid. S. 156 ff.

3) Ibid. S. 158.

4) *Laquière*, Note sur la géométrie des quinconces, Bull. etc. Tome VII. S. 85 ff.

5) *Polignac*, Représentation graphique de la resolution en nombres entiers de l'équation indéterminée $ax + by = c$, Bull. etc. Tome VI. S. 158 ff.

6) *Laquière*, S. 89 ff.

7) Ibid. S. 92.

8) *Polignac*, S. 161 ff.

9) *Gauſs'* sämtliche Werke, ed. *Schering*, 2. Band. S. 292.

10) *Eisenstein*, Geometrischer Beweis des Fundamentaltheorems für die quadratischen Reste. Journal f. d. reine und angewandte Mathematik, Bd. 29. S. 248.

11) *Goldschmidt*, Beiträge zur Theorie der quadratischen Formen, Sondershausen 1881.

12) *Ahlborn*, Über Berechnung von Summen von gröſsten Ganzen auf geometrischem Wege nach der von *Eisenstein* zuerst angewandten Methode, Hamburg 1881.

13) *Goldschmidt*, S. 16.

14) *Ahlborn*, S. 3.

15) *Zeller*, Über Summen von gröſsten Ganzen bei arithmetischen Reihen, Göttinger Nachrichten 1879, S. 243 ff.

16) *Ahlborn*, S. 9 ff.

17) *E. Lucas*, Application de l'arithmétique à la construction de l'armure des satins réguliers, Paris 1868.

18) Id. Principii fondamentali della geometria dei tessuti, Torino 1880.

19) Ibid. S. 8 ff.

20) Ibid. S. 10.

21) Ibid. S. 15.

22) *Goldschmidt*, S. 19 ff.

Kleinere Mitteilungen.

Zur Lehre von den Determinanten.*)

Zugleich Entgegnung auf: „die Komik der Determinanten“ von Diekmann. (XII, 425 u. f.)

I.

Herr Diekmann hat in XII, 6, S. 425 ff. eine von mir in meinem Buche „Arithmetische Aufgaben“ gemachte Anmerkung vorgeführt und besprochen. Solche Ansichten, wie ich sie in der Anmerkung entwickelt habe, kommen ihm „wunderlich“ vor, und er findet dieselben nur erklärlich, wenn er annimmt, dafs ich „mit der Anwendung der allgemeinen Elimination durch Determinanten nicht bekannt“ bin. Er rechnet es der Redaktion als Verdienst an, dafs sie derartige Bemerkungen in Schulbüchern ans Licht zieht. Den letzten Teil der Anmerkung hat Herr Diekmann nicht gegeben; ich will ihn der Vollständigkeit halber hinzufügen:

> — — — denn ein leidlich tüchtiger Rechner wird nach der Additionsmethode schon das Resultat haben, bevor sich mit Hülfe der Determinanten nur die Form des Resultats hinschreiben läfst.

Damit die Leser dieses Blattes über meine Ansichten im Betreff der Determinanten gewifs nicht in Zweifel sind und sehen, dafs ich jeder Zeit für meine Ansichten einzutreten bereit bin, füge ich hier noch die Bemerkung hinzu, welche ich in dem Kommentar (S. 59) zu den Aufgaben**) gemacht habe:

> Es scheint bei manchen Lehrern und Verfassern von Lehrbüchern zu einer Art Manie geworden zu sein, überall, wo

*) Obschon dieser Artikel den Charakter einer „Entgegnung“ nicht verleugnet, glaubten wir, ihn doch nicht in den Sprech- und Diskussions-Saal setzen zu sollen, da nach einer Mitteilung des Herrn Verfassers der Inhalt des Aufsatzes von allgemeinem Interesse sein wird und das Polemische in demselben von ganz untergeordneter Bedeutung ist.
D. Red.

**) Resultate nebst Auflösungen und Kommentar zu den Arithmetischen Aufgaben von E. Bardey. Nur direkt gegen Einsendung von 1 *M.* von der Verlagsbuchhandlung B. G. Teubner zu beziehen.

es möglich ist, Determinanten anzuwenden. Werden auch die Schüler von einer solchen Manie angesteckt, so kann das nur verwirrend auf sie einwirken. Anstatt die Aufgaben auf die einfachste und natürlichste Weise anzugreifen, wollen sie die Auflösung mit Hülfe von Determinanten ausführen und haben im günstigsten Falle, wenn sie überhaupt damit fertig werden, höchst umständliche Rechnungen, die nur zu leicht fehlerhaft ausfallen. Man sehe sich nur alle hier gelieferten Aufgaben über Gleichungen vom ersten Grade mit mehreren Unbekannten an, auch die in meiner gröfseren Aufgabensammlung und die in den Sammlungen von Heis, von Meier Hirsch, von Hofmann und man wird schwerlich eine einzige finden, bei welcher die Anwendung der Determinanten auch nur einigen Vorteil gewährt.

Und weiter unten:

— — — Die oben stehenden Bemerkungen wurden schon vor Monaten niedergeschrieben. Soeben (April 1881) lese ich mit grofser Befriedigung den Bericht über die Sitzungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion der 35. Versammlung von Schulmännern etc. in Stettin im Sept. 1880. Es ist für die Schule ein Glück, dafs dem Determinantenunwesen endlich ein ernstliches Halt geboten wird.

Diese Bemerkungen kommen auch ohne Zuthun von Redaktionen ans Licht*); denn das Buch, welches dieselben enthält, ist bereits innerhalb weniger Monate in 2000 Exemplaren verbreitet und erscheint jetzt in zweiter Auflage.

Wenn Herr Diekmann meine Bemerkungen für wunderlich und meine Kenntnisse für ungenügend hält, so spricht er damit ganz die Ansichten aus, welche ich über ihn hinsichtlich der fraglichen Methode habe. Es ist mir unbegreiflich, wie ein Mathematiker, der genügende Kenntnisse in der Sache und eine genügende Übung in der Auflösung von Aufgaben hat, eine solche Methode befürworten kann; denn die einfachste Überlegung zeigt, dafs die Determinantenmethode, selbst bei wesentlicher Abkürzung — es mufs Herrn Diekmann in dieser Beziehung an Kenntnissen fehlen; denn er erwähnt einer solchen Abkürzung, so viel mir bekannt, nirgends — weit mehr

*) Die Anführung jener Bemerkung (XII_3, 196) geschah von der Redaktion nur deshalb, um dem „audiatur et altera pars", dem ja auch der Artikel des Prof. Dr. Erler Ausdruck gab, gerecht zu werden und um zur Klärung dieses noch dunkeln Punktes in der mathem. Methodik anzuregen. Man wird hoffentlich der Redaktion hieraus keinen Vorwurf machen wollen, denn sonst wäre eine Redaktion überhaupt zum Schweigen verurteilt. Persönliche Beweggründe liegen in solchen Fällen der Redaktion gänzlich fern. D. Red.

Rechnungen erfordert, als die Additionsmethode, und was Herr Diekmann und mit ihm alle Determinantenenthusiasten, weil sie nach dem Schein urteilen, als den gröfsten Vorteil der Methode ansehen, die Unbekannten direct und unabhängig von einander zu bestimmen, ist vorzugsweise der Grund ihrer Unzweckmäfsigkeit und die Ursache der ungeheuerlichen Rechnungen, welche sie erfordert.

Da die Sache ein allgemeines Interesse hat und für den mathematischen Unterricht an Schulen von Wichtigkeit ist, so will ich auf dieselbe näher eingehen.

Es handelt sich hier um die Anwendung der Determinanten zur Auflösung der Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten. Ich werde zuerst die Kriterien aufstellen, nach denen der Wert einer Methode überhaupt, wie besonders einer Methode der Schule zu beurteilen ist, dann die Methode der Determinanten im allgemeinen betrachten und ihre Mängel darthun, darnach die Methode an Musterbeispielen erörtern und sie mit der Additionsmethode vergleichen, endlich den Wert der Methode nach den allgemeinen Kriterien prüfen und schliefslich meine Ansicht aussprechen, ob und weshalb etwas von der Theorie der Determinanten an den Schulen gelehrt werden soll.

Die Kriterien einer guten Methode zur Auflösung von Schulaufgaben sind vorzugsweise die Allgemeinheit, die Einfachheit, die Zweckmäfsigkeit, die Geschmeidigkeit, die Natürlichkeit und die Reinheit.

1. Eine Methode mufs möglichst allgemein sein; man mufs mit derselben eine möglichst grofse Zahl von Aufgaben bewältigen können.

2. Eine Methode mufs möglichst einfach sein. Sie mufs einfach in den Grundlagen sein, auf welche sie sich stützt, d. h. die Zahl der Lehrsätze, welche vorausgehen mufs, eine solche Methode zu entwickeln, mufs möglichst gering sein. In dieser Beziehung ist diejenige Methode die beste, welche sich nur auf Lehrsätze stützt, welche an sich schon zum System der Wissenschaft gehören. — Sie mufs einfach in den Mitteln sein, welche sie anwendet. Schon aus pädagogischen Gründen mufs der Schüler überall angehalten werden, mit den einfachsten Mitteln auszureichen. Was er mit der Hand ausführen kann, dazu darf er keine Maschine anwenden, wenn er mit dieser nicht wesentlich mehr erreicht. — Die Methode mufs einfach in der Theorie sein; nur dann lässt sie sich leicht dem Gedächtnis einprägen und ist, falls man sie vergessen hat, leicht zu reproduzieren. — Sie mufs einfach in der Ausführung sein, d. h. ohne verwickelte, umständliche Rechnungen zum Ziele führen.

3. Eine Methode mufs möglichst zweckmäfsig sein, d. h. sie mufs mit verhältnismäfsig einfachen Mitteln möglichst leicht und schnell zum Resultate führen.

4. Eine Methode mufs möglichst geschmeidig sein; sie mufs

sich den Eigentümlichkeiten der einzelnen Aufgaben anpassen lassen und nicht alle Aufgaben in dasselbe Schema hineinzwängen.

5. Eine Methode mufs möglichst natürlich sein. Die Methode ist natürlich, wenn sie sich den bis dahin entwickelten Theorien möglichst einfach anschliefst, aus diesen gleichsam von selbst hervorgeht. Eine Methode ist künstlich, wenn zu ihrem Verständnis und zu ihrer Ausführung besondere Theorien erforderlich sind.

6. Eine Methode mufs möglichst rein sein, d. h. sie mufs sich bis ans Ende nach denselben Prinzipien durchführen lassen.

Ernst Bardey.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

Zu den Kleinigkeiten in der Schulstube.

Von Friedrich Meyer in Halle a/S.

Wenn über die Natur und den Charakter einer Zahl Aufschlufs erteilt werden soll, pflegen selbst Primaner die wildesten Irrungen zu begehen, „positiv mit reell", „irrational mit imaginär" u. s. w. zu verwechseln. Zur teilweisen Beseitigung dieser unter Umständen fatalen und verhängnisvollen Verwechselungen habe ich, so zu sagen, zwei Geschlechtstafeln der Zahlen entworfen und in der Prima ausgehängt. Vielleicht ermuntern dieselben einen oder den andern meiner Herren Kollegen zur Nachahmung. Hier sind die Tabellen!

Einteilung der Zahlen.

Tafel I.

Einteilungsgrund: **Einheitsbeschaffenheit.**

$+$ Zahlen $-$

Reelle Z. Imaginäre Z. $[ai]$ Komplexe Z. $[a+bi]$

Rationale Z. Irrationale Z.

Ganze Z. Brüche

Primzahlen Zusammengesetzte Z.

Das Zeichen dafür, dafs keinerlei Einheit vorhanden ist, ist 0 (geles. Null).
Das Zeichen für unzählbar viele Einheiten ist ∞ (geles. Unendlich).

Tafel II.

Einteilungsgrund: **Wertbestimmtheit.**

(Unbenannte) Zahlen (Benannte $\equiv$ Mafszahlen)

Bestimmte od. konkrete Z. Unbestimmte, allgemeine od. Buchstabenz.

Konstante Z. Variabele Z.

Bekannte Z. Unbekannte Z. Unabhängige V. Funktionen.

Eine Variabele x, welche, ohne Null zu werden, beliebig klein werden soll, heifst „unendlich klein". Bezeichnung: $\lim x = 0$.

Eine Variabele x, welche, ohne unendlich zu werden, beliebig grofs werden soll, heifst „unendlich grofs". Bezeichnung: $\lim x = \infty$.

Sprech- und Diskussions-Saal.

Zur Klarstellung!

(betr. die Fassung der Bruchregeln S. 23 u. f.).

Von Prof. Dr. Meutzner in Meissen.

Die Entgegnung des sehr ehrenwerten Herrn Bardey ist, obgleich in meiner Bemerkung wahrlich kaum ein triftiger Grund dafür zu finden war, teilweise in einem so gereizten Tone gehalten, dafs sie mich wohl reizen könnte, Herrn Bardey mit gleicher Münze heimzuzahlen. Wie aber schon in der redaktionellen Anmerkung sehr richtig hervorgehoben wurde, überwiegt für mich, auch jetzt noch, in der angeregten Frage das rein **sachliche** Interesse, welches seiner Zeit die Veranlassung zu der Mitteilung an den Herrn Herausgeber d. Z. war. Ich ergreife daher in dieser Angelegenheit die Feder hauptsächlich nochmals, um womöglich auch andere Hr. Kollegen zur Äufserung ihrer geschätzten Ansichten zu bewegen.

Der Hauptpunkt, auf den es mir ankommt — trotz der Ausführungen des Herrn Bardey stehe ich, was die **materielle** Seite der Frage betrifft, noch immer auf meinem früheren Standpunkte — ist und bleibt: es ist ungenügend und also fehlerhaft, dafs bei der herkömmlichen und auch von Herrn Bardey adoptierten Fassung der Bruchregeln*) nur dem ersten Teile der vorzunehmenden Operationen Ausdruck gegeben wird, während der zweite Teil verschwiegen bleibt.

Wäre das Buch des Herrn Bardey für den Gebrauch einer Quinta bestimmt, wo man die Schüler in die Bruchrechnung erst einzuführen hat, wo also der rein praktische Zweck bei weitem überwiegt, so würde ich in der Hauptsache den Ausführungen (S. 24) des Herrn Bardey beipflichten können. Auf der Stufe aber, für welche das Buch berechnet ist, handelt es sich gar nicht mehr allein oder auch nur vorzugsweise um die möglichst sichere Aneignung der Rechenregeln (die sollen die Tertianer schon als Eigentum besitzen!), sondern bereits um eine **strenger** wissenschaftliche Auffassung. Giebt man mir dies zu, so ist es meiner unmafsgeblichen Ansicht nach als fehlerhaft zu beanstanden und verdient als „Inkorrektheit" gerügt zu werden, wenn nur ein Stück einer Formel eine Deutung erfährt, der andere Teil ganz unberücksichtigt gelassen wird, mögen im übrigen noch soviele „achtungswerte Persönlichkeiten für diese — fehlerhafte Sache eingetreten (?) sein" oder richtiger wohl: in derselben, der Macht der Gewohnheit nachgegeben haben.

*) Ähnliche Ungenauigkeiten finden sich allerdings auch noch in anderen Teilen der Arithmetik, sind also auch verbesserungsbedürftig.

Oder hat man etwa bereits folgendes, in seinen Konsequenzen unberechenbares Prinzip proklamiert und zur allgemeinen Anerkennung gebracht: bei der Umdeutung einer Formel, für „die Zwecke der Rechnung“ darf jeder alles, was ihm in der Formel „selbstverständlich“ zu sein dünkt, ignorieren und verschweigen, wenn nur dadurch die Rechenregel einen möglichst einfachen Ausdruck gewinnt?

Erst sehr in zweiter Linie steht für mich die Frage nach der definitiven Fassung der Regeln, denn dies ist nur noch die **formelle** Seite der ganzen Sache. Gut, wenn Herr Bardey so wünscht, mag die Regel in Zukunft lauten: „Brüche mit gleichen Nennern werden addiert, indem man die Zähler addiert und unter das Resultat den gemeinschaftlichen Nenner als Nenner setzt“ u. ähnl. d. a. Eine derartige Vervollständigung würde allerdings „einen grofsen Ballast in die Arithmetik bringen.“ Also haben wir darnach zu trachten, durch andere Fassung diesen Übelstand zu vermeiden und einen diesbezüglichen Vorschlag habe ich die Vermessenheit gehabt den Herren Kollegen zu unterbreiten. Ich halte mich nicht für so infallibel, dafs ich nicht mit Freuden bereit wäre, meine Formulierung mit einer andern ebenso kurzen, **alles** umschliefsenden zu vertauschen, welche den doch auch etwas „pedantischen“ Ausstellungen des Herrn Bardey gleichzeitig gerecht wird.

Damit komme ich*) endlich zur Beleuchtung der Haupteinwände, die Herr Bardey gegen meine Fassung sehr scharfsinnig erhebt. Ein Schüler, der meine Regel nicht gedankenlos anwendet — im anderen Falle dürfte aber die B.'sche Formulierung auch nichts helfen — und mit „gleichnamige Brüche“ beginnt, wird schon durch die bevorzugte Stellung dieses Prädikates an der Spitze des ganzen Satzes sicher nicht weniger nachdrücklich darauf hingewiesen, „erstens sein Augenmerk auf die Nenner zu richten,“ als wenn er beginnt: „Brüche mit gleichen Nennern.“ Auch vermag ich trotz meiner pedantischen Naturanlage und trotz sorgsamster Prüfung nur den Unterschied zu konstatieren, dafs mein Ausdruck etwas kürzer, also — — zweckmäfsiger ist: „jedes überflüssige Wort ist ja als Ballast anzusehen!“ wie wir S. 24, Z. 26 v. o. hören. Dafs der Schüler zweitens die Zähler zu addieren hat, auf diese zweite „Hauptsache“ weist das **Subjekt** des folg. Satzes „die Summe der Zähler“ jeden deutlich genug hin, der nicht Haare spalten will und Händel sucht aus Wortklauberei. Oder seit wann hat das Subjekt eines Satzes nicht mehr in erster Linie Anspruch auf die Beachtung des Lesers?**) Wie nun die „Summe der Zähler“ anders als durch Addition zu finden ist, weifs ich wahrlich nicht und darum erscheint es mir als eine ebenso unverständliche wie

*) Ich bitte die freundlichen Leser um Entschuldigung, dafs ich nach Lage der Dinge nunmehr etwas persönlicher werden mufs.

**) Wenn nötig, lasse man es gesperrt drucken oder im Diktat unterstreichen.

lächerliche (sit venia verbo) Behauptung, wenn Herr Bardey schreibt (S. 25): „Der Hauptsache, dafs die Zähler addiert werden müssen, erwähnt M. mit keinem Wort.“ Ebenso protestiere ich energisch gegen die willkürliche Unterstellung, welche ich in dem von Herrn Bardey, **nicht** von mir veranlafsten gesperrten Druck des Wortes „dividiert“ finden mufs; sucht doch der geehrte Herr damit nichtsweniger zu beweisen als: „M. scheint das für die ‚Hauptsache‘ zu halten, was gar nicht hierher gehört, dafs nämlich die Summe der Zähler durch den gemeinsamen Nenner dividiert wird.“ Die Schlufsoperation mit dem Nenner ist zwar nicht die Hauptsache, aber allerdings meines Erachtens „der ersten Hauptsache“ ganz gleichwertig, wenn sich über sie auch die unantastbare, herkömmliche Fassung völlig ausschweigt: natürlich, das ist ja ganz „selbstverständlich!“ Wenn dies aber (s. o.) „gar nicht hierher gehört,“ dann darf man in Herrn Bardeys Namen doch wohl getrost diesen Ballast über Bord werfen, also weg fortan mit diesen Nennern!! Hier wird es höchste Zeit, Herrn Bardey an das „qui nimis probat“ zu erinnern!

Warum wendete ich mich gerade gegen Herrn Bardey? Natürlich waren mir alle von Herrn Bardey zitierten Werke bis zur Stunde gänzlich unbekannt; also nebenbei herzlichsten Dank für diese gütige Belehrung!! Nein, die Bücher des Herrn Bardey erscheinen mir so hervorragend geeignet für den mathematischen Unterricht, dafs sie eine sehr grofse Verbreitung bereits gefunden haben und noch finden werden. Deshalb hielt ich kein Buch für so geeignet wie dieses, mit einer eingerosteten Inkorrektheit endlich aufzuräumen. Ich wagte also diese Ausstellungen zu machen, zumal am Schlusse des Vorwortes allen der Dank des Herrn Bardey schon im voraus dargebracht wird, die ihn auf Mängel des Buches aufmerksam machen werden. Dafs dies nicht brieflich, nicht privatim geschah, hat seinen Grund darin, dafs dieser Mangel eben gar nichts spezifisch Bardeysches ist (vgl. S. 22, Z. 7 v. o.); nun mufs ich meine Unvorsichtigkeit mit jener liebenswürdigen Entgegnung büfsen!

Dies mein letztes Wort! Sollte von anderer Seite gewünscht werden, die Debatte weiterzuführen, so ersuche ich erstens, hierbei die materielle und formelle Seite der Frage gehörig auseinander zu halten und zweitens doch alles Persönliche beiseite zu lassen. Dies führt schliefslich nur zu Verstimmung und Verbitterung*) und fördert nicht die Wahrheit, die wir sicherlich, jeder nach seiner Art und nach seinem besten Wissen, suchen und zu verbreiten streben.

NB. Man vergleiche zu dieser Entgegnung auch die drei Briefe an den Herausgeber in der 3. Abteilung dieses Heftes.

Red.

*) Vergl. S. 2, Z. 2 folgd.

Nochmals den Unterricht in der Kombinationslehre.

Mit Beziehung auf Herrn Stammers Aufsatz XII, 190 u. f. und auf die Bemerkungen der Herren Studnička (S. 256) und Roth (S. 424).

Herr Redakteur! In XII, 192 Ihrer geschätzten Zeitschrift hat Herr Stammer-Düsseldorf zwei Behauptungen aufgestellt, die mir nicht richtig erscheinen: 1) alle unsere Lehrbücher lassen die Behandlung der Kombinationen jener der Variationen vorausgehen; 2) in sämtlichen, ihm bekannten, Lehrbüchern genüge die Entwickelung der Formel für die Anzahl der Kombinationen mit Wiederholungen nicht allen Anforderungen an mathematische Strenge. Beiden Behauptungen gegenüber erlaube ich mir unter den älteren Lehrbüchern Baltzer und unter den neuesten Heilermann und Diekmann anzuführen, gewifs zwei beachtenswerte Vertreter der Schulmathematik unserer Zeit. Was speziell die zweite Behauptung betrifft, so genügt eine auch nur flüchtige Durchsicht des Baltzerschen Lehrbuchs, um zu erkennen, dafs Herrn Stammers Beweis mit dem Baltzers identisch ist, wobei der letztere den Vorzug gröfserer Durchsichtigkeit besitzt. Noch besser übrigens gefällt mir der Beweis bei Heilermann und Diekmann, welcher dem genetischen Prinzip entspricht und den (mir höchst unsympathischen) Schlufs von n auf $n+1$ überflüssig macht.

Augsburg. Dr. Braun.
Kreisrealschule.

Bemerkung der Redaktion: Aus vorstehender Entgegnung in Verbindung mit den (oben zitierten) ähnlichen von Studnička und Roth ergiebt sich von selbst aufs Neue die Mahnung an die Verfasser von Artikeln, die für den Sprechsaal bestimmt sind und einen Angriff auf Autoren von Lehr- und Schulbüchern enthalten: in ihren Behauptungen recht vorsichtig zu sein. Es war doch eine recht gewagte Behauptung von Herrn Dr. Stammer, wenn er XII, 190 sagte „dafs alle unsere Lehrbücher die Kombinationen den Variationen vorangehen lassen. Nach den drei bereits eingelaufenen Entgegnungen sind von diesen „allen“ nun bereits ausgenommen, die von Studnička, Bretschneider, Baltzer, Heilermann und Diekmann und — wer weifs, wie viele noch! —

Zu den Bemerkungen des Hr. Meutzner.

(Hft. 1. S. 25—26.)

Von Friedrich Meyer in Halle a/S.

a) Ich teile die Antipathie des Hrn. M. gegen die Redewendung „verhalten sich umgekehrt wie“; ich bediene mich seit längerer Zeit im Unterrichte der Ausdrücke: „verhalten sich wie die Rezi-

proken von"*) oder „sind den R. proportional", „das Produkt etc. ist konstant u. s. w."

b) „Der geometrische Ort des Mittelpunktes eines Kreises, welcher"... (nicht der Mittelpunkte aller Kreise), ist nach meinem Gefühl richtig. Man hat immer einen Punkt im Auge, nicht die ganze Mannigfaltigkeit von Punkten, man sucht nach einer Eigenschaft eines ganz bestimmten Punktes, bemerkt erst dann die Variabilität und schliefst auf den Ort. Sinnlich gesprochen steht der Punkt zum Ort in derselben Beziehung, wie die Perle zur Schnur von bestimmter Form, auf welcher sie hin- und hergeschoben werden kann. Hiernach ist der Singularis dem Pluralis vorzuziehen.**)

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaktion der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

166. (Gestellt von Stoll XII_4, 266). Wenn die Fusspunkte A', B', C', der von einem Punkt O auf die Seiten eines Dreiecks ABC gefällten Perpendikel in gerader Linie liegen, so ist der Ort dieses Punktes der dem Dreieck umgeschriebene Kreis.

Beweis. A' liege auf BC, B' auf AC und C' auf der Verlängerung von AB. Dann ist $OA'BC'$ ein Sehnenviereck, also $\angle\, OBC = OC'B'$. Ferner ist $OB'AC'$ ein Sehnenviereck, daher $\angle\, OAC = OC'B'$. Mithin $\angle\, OBC = OAC$, also $OBAC$ ein Sehnenviereck und O liegt auf dem um $\triangle\, ABC$ beschriebenen Kreise.

Glaser (Homburg v. d. H.). Harmuth (Berlin). Roth (Buxtehude). Schuster (Pola). Stegemann (Prenzlau). Stoll (Bensheim). Analytisch geometrisch bewiesen von Capelle (Oberhausen).

167. (Gestellt von Stoll XII_4, 266). In jedem Viereck $ABCD$ liegt der Schwerpunkt S, der Schnittpunkt O der Verbindungslinien der Mittelpunkte je zweier gegenüberliegenden Seiten und der Schnittpunkt E der Diagonalen in gerader Linie; und es verhält sich $SO:OE = 1:3$.

1. Beweis. Die Mittelpunkte von AB, BC, CD, DA, AC, BD seien bezüglich F, G, H, I, M, N; der Schwerpunkt von $\triangle\, ABC$ sei D', der von ADC sei B'; und $B'D'$ schneide AC in K und MN in N'. Dann liegt S auf $B'D'$, so dafs $D'S = B'K$. Nun

---

*) Vergl. unsere Anm. Hft. 1. S. 58 und die dort aufgestellte Formel aus der Optik. Red.

**) Man vergleiche jedoch hierzu die Ansicht Schlegels in seinem Briefe an die Redaktion s. 3. Abt. ds. Hfts. Red.

ist $DB:B'D' = MD:MB' = 3:1$, daher auch $MN' = \frac{1}{3} MN$. Ferner sind sowohl H, G, F, I, als auch H, N, F, M Ecken eines Parallelogramms, und daher ist O der Mittelpunkt von MN, also $MO = \frac{1}{2} MN$, mithin $ON' = MO - MN' = \frac{1}{2} MN - \frac{1}{3} MN = \frac{1}{6} MN$ und $ON = 3\,ON'$. Nun ist aber auch $BN:B'N' = DN:B'N' = 3:1$, somit $BN:B'N' = ON:ON'$; $\triangle BNO \sim B'N'O$ und daher BOB' und aus demselben Grunde auch DOD' eine Gerade. Hieraus folgt $OD:OD' = DB:D'B' = 3:1$, und da auch $DE:D'S = DE:B'K = 3:1$, so ist $DE:D'S = OD:OD'$, und $\angle BDO = B'D'O$, daher $\triangle DEO \sim D'SO$, mithin SOE eine Gerade und $OE:OS = DE:D'S = 3:1$.

Artzt (Recklinghausen). Stoll.

2. Beweis. A' sei der Schwerpunkt von $\triangle BDC$, C' der von $\triangle ABD$. Der Schwerpunkt S mufs dann sowohl auf $B'D'$ als auch auf $A'C'$ liegen, ist also der Schnittpunkt von $A'C'$ und $B'D'$. Aus $HA' = \frac{1}{3} HB$ und $HB' = \frac{1}{3} HA$ folgt $B'A' \parallel AB$ und $B'A' = \frac{1}{3} AB$. Daher ist $A'B'C'D' \sim ABCD$ und beide befinden sich in Ähnlichkeitslage. FH halbiert $B'A'$, ist also ein Ähnlichkeitsstrahl, ebenso auch GI, daher O der Ähnlichkeitspunkt. Offenbar sind S und E homologe Punkte, daher SOE eine Gerade und $OS = \frac{1}{3} OE$.

Glaser. Stegemann. Thieme (Posen).

Herr Dr Glaser macht in seinem Beweise darauf aufmerksam, dafs wenn man durch C' zu AB und AD die Parallelen bis zum Durchschnitt mit demselben zieht und die entsprechende Konstruktion an allen vier Ecken ausführt, $ABCD$ in 4 Parallelogramme und 5 unter sich kongruente und $ABCD$ ähnliche Vierecke zerfällt. Jede Seite von $ABCD$ wird dadurch in drei gleiche Teile geteilt.

3. Beweis. S liegt auf $B'D'$, O ist die Mitte von MN. Eine Parallele durch O zu BD treffe AC in L. Dann ist $EL = \frac{1}{2} EM$, $EK = \frac{2}{3} EM$, daher $EL:EK = 3:4$. Parallelen, durch S und O zu AC gezogen, treffen BD in K' und L'. Dann ist auch $EL':EK' = 3:4$. Daraus folgt die Behauptung.

Bermann (Liegnitz). Weinmeister I (Leipzig).

4. Beweis. Die Schwerpunkte der Dreiecke ABE, BCE, CDE, DAE seien bezüglich F', G', H', I'. Es ist nun $F'G' \parallel I'H' \parallel AC$, und $F'I' \parallel G'H' \parallel BD$. Ferner werden $F'J'$ und $G'H'$ von AC in P und R, $F'G'$ und $I'H'$ von BD in Q und U geschnitten. Dann liegt A' auf $H'G'$ und es ist $A'G' = H'R$, ebenso $C'F' = I'P$, $D'F' = G'Q$, $B'I' = H'U$, $A'C' \parallel CA$,

$D'B' \parallel BD$. Der Schwerpunkt S ist der Schnittpunkt von $A'C'$ und $B'D'$. Es werde AC von $B'D'$ in V und BD von $A'C'$ in W geschnitten. Offenbar schneiden sich die Diagonalen der Parallelogramme in einem Punkte O'; O ist die Mitte von IG, O' die von $I'G'$, und $I'G' \parallel IG$, daher $EO'O$ eine Gerade, also liegt O auf ES. Ferner ist $EO:EO' = EI:EI' = 3:2$, also $EO = \frac{3}{2} EO'$ $= \frac{3}{4} ES$. SCHUSTER.

Ähnlich ROTH (Buxtehude) mit Zuhülfenahme einer Pyramide, deren Grundfläche $ABCD$ ist.

168. (Gestellt von Anschütz XII$_4$, 266.) Teilt man im $\triangle ABC \angle \gamma$ durch die Transversale CC' in die Teile BCC' (γ_1) und ACC' (γ_2), so dafs $\sin\gamma_1 : \sin\gamma_2 = a^n : b^n$, so verhält sich $BC' : AC' = a^{n+1} : b^{n+1}$.

Beweis. Bezeichnen wir $\angle BC'C$ mit φ, so ist $BC' = \frac{a \sin\gamma_1}{\sin\varphi}$ und $AC' = \frac{b \sin\gamma_2}{\sin\varphi}$, mithin $BC' : AC' = a\sin\gamma_1 : b\sin\gamma_2 = a^{n+1} : b^{n+1}$.

ARTZT. CAPELLE. GLASER. HARMUTH. SCHLOSSER (Eichstätt). SCHMITZ (Neuburg a. D.). SCHUSTER. STEGEMANN.

Herr CAPELLE (Oberhausen) bemerkt, dafs der Satz auch gilt, wenn CC' den Aufsenwinkel bei C halbiert.

169. (Gestellt von Anschütz XII$_4$, 266.) Teilt man wie in 168 die drei Winkel des Dreiecks ABC durch AA', BB', CC', so schneiden sich diese in O und es ist $C'O : CC' = c^{n+1} : a^{n+1} + b^{n+1} + c^{n+1}$.

1. Beweis. Es ist $A'B : A'C = c^{n+1} : b^{n+1}$, $B'C : B'A = a^{n+1} : c^{n+1}$, $C'A : C'B = b^{n+1} : a^{n+1}$; mithin $A'B \cdot B'C \cdot C'A = A'C \cdot B'A \cdot C'B$; also schneiden sich AA', BB', CC' in einem Punkte. — Da $\triangle ACC'$ durch die Transversale BB' geschnitten wird, so ist $AB \cdot C'O \cdot CB' = AB' \cdot CO \cdot BC' = AB' \cdot BC'(CC' - C'O)$; also $C'O : CC' = AB' \cdot BC' : AB \cdot CB' + AB' \cdot BC'$

$$= 1 : \frac{AC'}{BC'} \cdot \frac{CB'}{AB'} + \frac{CB'}{AB'} + 1 = c^{n+1} : a^{n+1} + b^{n+1} + c^{n+1}.$$

CAPELLE. GLASER.

2. Beweis. $\frac{\triangle BOC}{\triangle AOB} = \frac{B'C}{B'A} = \frac{a^{n+1}}{c^{n+1}}$; $\frac{COA}{AOB} = \frac{b^{n+1}}{c^{n+1}}$; $\frac{AOB}{AOB} = 1$;

durch Addition ergiebt sich $\frac{ABC}{AOB} = \frac{a^{n+1} + b^{n+1} + c^{n+1}}{c^{n+1}}$; ferner $\frac{ABC}{AOB} = \frac{CC'}{C'O}$ u. s. w. STEGEMANN.

3. Beweis. $\frac{A'O}{AO} = \frac{A'B}{AB} \frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1} = \frac{A'B a^n}{c^{n+1}}$ (1). Ferner

$$\frac{A'B}{CA' + A'B} = \frac{c^{n+1}}{b^{n+1} + c^{n+1}}$$

oder $A'B = \frac{ac^{n+1}}{b^{n+1} + c^{n+1}}$; dies in (1) eingesetzt giebt

$$\frac{A'O}{AO} = \frac{a^{n+1}}{b^{n+1} + c^{n+1}} \text{ u. s. w.}$$

Artzt. Schlosser. Schmitz.

Ähnlich Schuster, indem durch O Parallelen zu AC und BC gezogen werden.

Bemerkungen des Herrn Capelle. 1. Teilen AA'' und BB'' die Aufsenwinkel bei A und B in der angegebenen Weise und schneiden sie sich in O''', so ist $CC' : C'O''' = a^{n+1} + b^{n+1} - c^{n+1} : c^{n+1}$. 2. Ist CC' die Halbierungslinie des Winkels γ, also w_c, so ist $C'O : CO = c : a + b$ und hierdurch lassen sich z. B. folgende Aufgaben lösen: $c : a + b, w_c, \varrho$; $c : a + b, w_c, h_c$; $c, a + b, w_c$ u. a.

170. (Gestellt von Schlömilch XII$_4$, 266.) Gegeben eine Parabel mit dem Scheitel O, dem Brennpunkt F (die Direktrix schneidet die Achse in E) und ein Punkt M der Achse durch $OM = c$; um M einen Kreis, welcher die Parabel in P_1, P_2, Q_1, Q_2 schneidet, so zu beschreiben, dafs $P_1 P_2$ und $Q_1 Q_2$ durch E gehen.

Auflösung. Ist $y^2 = 2px$ die Gleichung der Parabel, so stellt $y^2 - v^2 \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = 0$ das System der durch E gehenden Sekanten vor. Damit nun $y^2 - v^2 \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \mu\,(y^2 - 2px) = 0$ eine Kreisgleichung werde, mufs $1 + \mu = - v^2$ sein; dann ist die Gleichung $y^2 + x^2 - p\left(1 + \frac{2}{v^2}\right) x + \frac{p^2}{4} = 0$; sie ist aber auch $y^2 + (x - c)^2 = r^2$ oder $y^2 + x^2 - 2cx + c^2 - r^2 = 0$; daher $c = \frac{1}{2}p\left(1 + \frac{2}{v^2}\right)$ und $c^2 - r^2 = \frac{p^2}{4}$; also

$$c = \sqrt{\left(r + \tfrac{1}{2}p\right)\left(r - \tfrac{1}{2}p\right)} = ME \cdot MF.$$

Schlägt man daher über MO und EF Halbkreise, welche sich in N schneiden, so ist $MN = r$.

Bermann. Capelle. Glaser. Hoch. Schuster. Stegemann. Stoll.

Zu bemerken ist noch, dafs $P_1 Q_2$ und $P_2 Q_1$ durch F gehen.

171. (Gestellt von Schlömilch XII$_4$, 267.) Zwei Parabeln mit den Parametern $2a$ und $2b$ $(b > a)$ haben dieselbe Achse und dieselbe Direktrix; dann ist die Abscisse der Durchschnittspunkte $x_1 = x_2 = \frac{a+b}{2}$, die Ordinaten sind $y_1 = + \sqrt{ab}$ und $y_2 = - \sqrt{ab}$; und die mondförmige Fläche zwischen beiden Parabeln ist $\frac{1}{3}(b - a) \cdot 2y_1$.

1. Beweis. Nimmt man die Direktrix als Ordinatenachse, so sind die Gleichungen der Parabeln $y^2 = 2ax - a^2$ und $y^2 = 2bx - b^2$, woraus sich für die Durchschnittspunkte die obigen Werte ergeben.

Ferner ist das durch die gemeinschaftliche Sehne von der ersten Parabel abgeschnittene Segment $\frac{2}{3}\left(x_1 - \frac{a}{2}\right) \cdot 2y_1 = \frac{1}{3}b \cdot 2y_1$ und das von der zweiten Parabel abgeschnittene Segment $\frac{1}{3}a \cdot 2y_1$; mithin die mondförmige Fläche $= \frac{1}{3}(b-a) \cdot 2y_1$.

BERMANN. CAPELLE. GLASER. HOCH. STEGEMANN. STOLL.

2. Beweis. Es seien O und O_1 die Scheitel, F und F_1 die Brennpunkte, P und P_1 die Schnittpunkte der Parabeln; E Schnittpunkt von Achse und Direktrix, PG senkrecht zur Direktrix, PP_1 schneidet die Achse in Q. Nun ist $PF = PG = PF_1$; daher $FQ = F_1Q$; folglich $EQ = \frac{1}{2}(EF + EF_1)$. Ein Kreis um P mit PF geht durch F_1 und berührt EG in G; daher $EG^2 = EF \cdot EF_1$ etc.

ARTZT.

172. (Gestellt von Röllner XII_4, 267.) Gegeben eine Parabel $y^2 = 2px$ und zwei Tangenten T_1 und T_2 mit den Berührungspunkten (x_1, y_1) und (x_2, y_2). Errichtet man im Schnittpunkt der Tangenten eine Senkrechte auf T_1 und fällt vom Schnittpunkt dieser Senkrechten mit der Leitlinie ein Lot auf T_2, so geht dieses durch (x_1, y_1).

Beweis. T_1 und T_2 schneiden sich im Punkte $\left(\frac{y_1 y_2}{2p}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$; die Senkrechte in diesem Punkte auf T_1 schneidet die Direktrix in einem Punkte, dessen Ordinate $\frac{2y_1 + y_2}{2} + \frac{y_1^2 y_2}{2p^2}$ ist; und die von diesem Punkte auf T_2 gefällte Senkrechte hat die Gleichung $y - y_1 = \frac{y_2}{p}(x_1 - x)$; da für $y = y_1$ auch $x = x_1$ wird, so geht die Gerade durch (x_1, y_1). GLASER. STEGEMANN. STOLL.

173. (Gestellt von Schmitz XII_4, 267.) Die Lösung ist von Herrn Rechnungsrat FLEISCHHAUER (Gotha) bereits XII_6, 422 mitgeteilt.

174. (Gestellt von Fleischhauer XII_4, 267.) In einem Konkurs wird eine 20mal anfällige Jahresrente, welche 3 Jahre nach Eröffnung zum ersten Mal fällig geworden sein würde, angemeldet. Um wieviel Procent ist der Wert dieser Rente nach der Konkursordnung höher, als der nach der gemeinen Zinsrechnung?

Auflösung. Es sei F_n eine n Jahre nach Eröffnung des Konkurses betagte unverzinsliche, F_0 eine zur Zeit der Eröffnung fällige Forderung und Z_n der Zinsenertrag der letzteren auf n Jahre, so ist nach § 58 d. K. O. $F_0 = F_n - Z_n$, und für $p\%$ $Z_n = \frac{np}{100} F_0$, mithin $F_0 = \frac{1}{1 + nr} F_n$, wo $r = \frac{p}{100}$. Nach § 63 d. K. O. sollen wiederkehrende Hebungen als eine Summe betagter unverzinslicher Forderungen angesehen werden. Sind dieselben gleichgross und ist jede F_n;

ist ferner ihre Fälligkeit um je ein Jahr von einander verschieden, die erste aber nach einem Jahre fällig, so ist

$$F_o = \left(\frac{1}{1+r} + \frac{1}{1+2r} + \cdots + \frac{1}{1+nr}\right) F_n.$$

In der Aufgabe soll der Wert einer um 2 Jahre aufgeschobenen 22jährigen nachzahlbaren Rente für $p = 5$ gefunden werden; daher

$$F_o = \left\{\frac{1}{1{,}05} + \frac{1}{1{,}10} + \cdots + \frac{1}{2{,}10} - \left(\frac{1}{1{,}05} + \frac{1}{1{,}10}\right)\right\} F_n = 12{,}7186\, F_n.$$

(Über den Betrag von 20 darf die Summe nicht hinausgehen, weil dieser den kapitalisierten Betrag von 1 bei 5% Zinsen bildet.) Nach gemeiner Verzinsung würde der Wert dieser Forderung bei Eröffnung des Konkurses

$$\Phi_o = \left(\frac{1{,}05^{22} - 1}{0{,}05 \cdot 1{,}05^{22}} - \frac{1{,}05^{2} - 1}{0{,}05 \cdot 1{,}05^{2}}\right) F_n = 11{,}3036\, F_n$$

sein. Wenn nun F_o um π% gröfser als Φ_o sein soll, so ist

$$\pi = \frac{100\,(12{,}7186 - 11{,}3036)}{12{,}7186} = 11{,}125 = 11^1/_8.$$

Fleischhauer (Gotha).

B. Neue Aufgaben.

210. Welcher Spielraum mufs dem positiven echten Bruche ε angewiesen werden, wenn die Ungleichung $\sqrt{1 + x^4} > 1 - 2\varepsilon x + x^2$ für alle positiven x bestehen soll? Schlömilch.

211. Wenn eine Staatsanleihe, die mittelst 50 (n) am Ende jeden Jahres fälligen Annuitäten (N) von 100 000 Mark zu verzinsen und zu amortisieren ist, für 2 Millionen Mark netto (A) an ein Bankhaus abgesetzt wird, wie hoch (p%) mufs dann der Staat die erlöste Summe jährlich verzinsen?

Rechnungsrat Fleischhauer (Gotha).

212. Bei Abschätzung des Bauwertes von Gebäuden geht man sehr häufig von dem Grundsatz aus, dafs die Gesamt-Entwertung proportional dem Quadrate seines jeweiligen Alters vor sich geht. Sollten nun jährlich Zahlungen in eine Kasse geleistet werden, welche allemal der Entwertung während des eben abgelaufenen Jahres entsprächen und welche jährlich samt ihren ($p = 4$) procentigen Zinsen weiter verzinst und aufgespart würden, wie grofs müfste dann die ($m = 1, 50, 100$)ste dieser Einzahlungen (z_m) sein, vorausgesetzt, dafs in ($n = 100$) Jahren das in dieser Weise angesammelte Kapital dem Neuwert ($W = 10\,000$ Mark) des Gebäudes gleichkommen soll; wieviel (Z_m) würde bis zum Ende des ($m = 50$)sten Jahres angespart sein und welchen Wert ($W^m/_n$),

würde das Gebäude seinem Neuwerte gegenüber alsdann noch repräsentieren? Fleichhauer (Gotha).

213. Bewegt sich eine Hyperbel so, dafs die eine ihrer Asymptoten eine unveränderte Lage behält, so schneiden sich sämtliche Polaren eines beliebigen festen Punktes als Pol in einem Punkte, dessen Lage aufserdem unabhängig davon ist, welche der beiden Asymptoten als Leitlinie gewählt wird. Dr. Budde (Duisburg).

214. Gegeben ein fester Kegel II. O. K und ein fester Punkt P. Eine Ebene E, welche K in der Kurve (EK) schneidet, bewegt sich so, dafs der Kegel, welcher (EK) zur Basis und P zur Spitze hat, ein Rotationskegel ist. Welche Fläche wird von E eingehüllt?
Dr. Weinmeister I (Leipzig).

215. Schneiden sich zwei Rotationsparaboloide mit parallelen Achsen, so gehört die Schnittkurve derselben einer dritten Rotationsfläche II. O. an, deren Brennpunkte in den Brennpunkten der Paraboloide gelegen sind. Dr. Weinmeister I (Leipzig).

216. Im Innern eines regelmäfsigen $n$eckes ist eine Linie so gezogen, dafs sie alle Flächenpunkte, welche dem Mittelpunkte näher liegen als dem Umfange, von den übrigen trennt. In welchem Verhältnis ist durch sie die Vielecksfläche geteilt, und wie verhält sich die Länge der Linie zum Vielecksumfang?
Dr. Weinmeister I (Leipzig).

Aufgaben, deren Lösungen sich leicht aus den Beweisen zu 167 ergeben.

217. Ein Viereck wird durch jede der Diagonalen in zwei Dreiecke geteilt. Das Viereck soll konstruiert werden, wenn die Lage der Schwerpunkte jener vier Dreiecke gegeben ist. (Konstruktion ergiebt sich aus Beweis 2.)

218. Zieht man in einem Viereck die beiden Diagonalen, so wird es in vier Dreiecke zerlegt. Das Viereck soll konstruiert werden, wenn sein Schwerpunkt und die Schwerpunkte jener vier Dreiecke bekannt sind. (Konstruktion ergiebt sich aus Beweis 4.)

219. Von einem Viereck sind drei Eckpunkte (A, B, C) und der Schwerpunkt gegeben; zugleich ist bekannt, welche der Seiten AB, BC, AC, Diagonale des Vierecks sein soll. Das Viereck zu konstruieren. (Konstruktion ergiebt sich aus der Anmerkung zu Beweis 2.)

220. Ein Viereck zu konstruieren, wenn die vier Seitenmittelpunkte und der Schwerpunkt gegeben sind. (Konstruktion ergiebt sich aus Beweis 2.)

221. Vom einem Viereck sind der Schwerpunkt, die Endpunkte einer Seite und der Mittelpunkt der bezüglichen Gegenseite gegeben; das Viereck ist zu konstruieren. (Konstruktion ergiebt sich aus Beweis 2) Dr. Glaser (Homburg v. d. H.).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Geometrische Sätze.

99. Durch die Ecke C eines gleichseitigen Dreiecks ABC zieht man eine beliebige Gerade, welche von den auf AB in A und B errichteten Senkrechten resp. in P und Q getroffen wird; über PQ sind zwei gleichseitige Dreiecke beschrieben. Zu beweisen, dafs sich ihre Spitzen D und E auf AB und einer Parallelen zu AB bewegen.

Beweis. $+ CD \perp PQ$ treffe AB in D; dann sind $CQBD$ und $CPAD$ Sehnenvierecke, daher $\angle CQD = CBD = 60^0$, $\angle CPD = CAD = 60^0$, also $\triangle PQD$ gleichseitig. Ist auch noch PQE gleichseitig und fällt man $EF \perp AB$, so ist EF gleich der doppelten Höhe von $\triangle ABC$. Journ. élém.

100. Gegeben $\triangle ABC$, M Mittelpunkt des umgeschriebenen Kreises, D Mitte des Bogens BC, $ME \perp AB$, $MF \perp AC$; über CD als Durchmesser wird ein Kreis beschrieben, welcher von einer auf AC in C errichteten Senkrechten in G getroffen wird, so ist $ME + MF = CG$.

Beweis. DG, welches verlängert den umgeschriebenen Kreis in H trifft, ist parallel AC, also $\widehat{AH} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$, und $\widehat{AB} = \widehat{DH}$, daher Sehne $AB = DH$; mithin ist, wenn FM verlängert DH in I trifft, $ME = MI$, also $FM + ME = FI = CG$.

Nouv. Ann.

101. Zieht man durch jede Ecke eines Dreiecks ABC je zwei Parallelen zu zwei gegebenen Geraden, so erhält man drei Parallelogramme $BA'CA''$, $CB'AB''$, $AC'BC''$, deren Diagonalen die Dreiecksseiten sind. Zu beweisen, dafs sich die anderen Diagonalen dieser Parallelogramme in einem Punkte schneiden.

Beweis. $A'A''$ und $B'B''$ treffen sich in Q; $\triangle CB'B''$ wird durch die Transversale $A'QA''$ geschnitten, daher $B'Q \cdot CA' \cdot B''A'' = B''Q \cdot B'A' \cdot CA''$; also $B'Q \cdot C''B'' \cdot AC' = B''Q \cdot AC'' \cdot B'C'$; also liegen C', C'', Q in gerader Linie. Nouv. Ann.

Spezieller Fall. Gegeben Parallelogramm $ABCD$; AB werde um BB' und AD um DD' so verlängert, dafs $BB' = DD'$ ist; über $D'AB'$ konstruiert man das Parallelogramm $AB'C'D'$. Zu beweisen, dafs sich BD' und DB' auf CC' schneiden.

Journ. élém.

102. Auf dem um ein Sehnenviereck beschriebenen Kreise nimmt man einen beliebigen Punkt M an und fällt von M auf die Seiten Senkrechte ($MS \perp AB$, $MQ \perp BC$, $MR \perp CD$, $MP \perp AD$); dann sind die Produkte der auf die gegenüberliegenden Seiten gefällten Senkrechten einander gleich.

1. Beweis. $\triangle AMP \sim CMR$, also $MP:MR = MA:MC$;

ferner $\triangle\, AMS \sim CMQ$, also $MS : MQ = MA : MC$; mithin $MP \cdot MQ = MR \cdot MS$.

2. Beweis. † $\angle\, MQR = MCR = MAD = MSP$; und $\angle\, QMR = SMP$; daher $\triangle\, PMS \sim RMQ$.

Journ. élém.

103. In einem Sehnen-Tangentenviereck ist das Produkt der Diagonalen $= \frac{8r^2\varrho^2}{r^2 - d^2}$ (r Radius des umgeschriebenen Kreises, ϱ der des eingeschriebenen, d Entfernung der Mittelpunkte M und O beider Kreise).

Beweis. BE und DF seien die Halbierungslinien von β und δ, welche sich in O schneiden und den umgeschriebenen Kreis in E und F, so ist EF Durchmesser des umgeschriebenen Kreises. Nun ist $\sin\frac{1}{2}\beta = \frac{\varrho}{OB}$ und $\sin\frac{1}{2}\delta = \frac{\varrho}{OD}$; $2\sin\frac{1}{2}\beta\sin\frac{1}{2}\delta = 2\sin\frac{1}{2}\beta\cos\frac{1}{2}\beta = \sin\beta = \frac{2\varrho^2}{OB\cdot OD}$; $AC = 2r\sin\beta = \frac{4r\varrho^2}{OB\cdot OD}$. Ferner $BD = 2r\sin OFB = \frac{2r\cdot OB}{OF}$; mithin $AC\cdot BD = \frac{8r^2\varrho^2}{OD\cdot OF} = \frac{8r^2\varrho^2}{r^2-d^2}$.

Nouv. Ann.

104. Gegeben ein Kreis (Mittelpunkt O), welcher einen gegebenen Halbkreis (Mittelpunkt M) in F und seinen Durchmesser AB in G berührt; von A und B sind an den Kreis O Tangenten gezogen, welche sich in C schneiden; ferner noch $CD \perp AB$. Zu beweisen, dafs $AC \pm BC = AB \pm CD$, je nachdem der Kreis O den Halbkreis von innen oder aufsen und resp. den Durchmesser selber oder seine Verlängerung berührt.

1. Beweis. BC berühre den Kreis in E. Es ist $OM = AM - OG$, also $OM^2 = AM^2 - AB\cdot OG + OG^2 = OG^2 + GM^2$; mithin $AB \cdot OG = AM^2 - GM^2 = AG \cdot GB$. Legt man durch AOB einen Kreis und verlängert OG bis es den Kreis in H trifft, zieht $HI \parallel AB$ bis zum Durchschnitt mit dem Kreise und fällt $IK \perp AB$, so ist $AG\cdot GB = GO\cdot GH$, mithin $AB = GH = IK$, und $AG = KB$; also I Mittelpunkt des zu AB gehörenden äufseren Berührungskreises am $\triangle\, ABC$. Daher $\triangle\, ABC = IK \cdot CE = \frac{1}{2}CD\cdot AB$; also $CE = \frac{1}{2}CD$ und $AB + CD = AG + GB + 2CE = AC + CB$.

2. Beweis. Es werde AB mit c, und der Radius des Kreises O mit ϱ bezeichnet, so ist $\left(\frac{1}{2}c - \varrho\right)^2 = MO^2 = \varrho^2 \operatorname{cosec}\frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{1}{4}c^2 - c\varrho\cot\frac{1}{2}\alpha$ und hieraus $\frac{\varrho}{c} = \frac{1 - tg\frac{1}{2}\alpha}{\cot\frac{1}{2}\alpha}$ (1); ferner $c = \varrho\left(\cot\frac{1}{2}\alpha + \cot\frac{1}{2}\beta\right)$ (2). Durch Multiplikation von (1) und (2) er-

giebt sich $tg\frac{1}{2}\alpha + tg\frac{1}{2}\beta = 1$; mithin $\frac{\varrho}{c} = tg\frac{1}{2}\alpha\, tg\frac{1}{2}\beta$. Nun ist $\frac{1}{2}CD = \frac{\varrho s}{c} = s\, tg\frac{1}{2}\alpha\, tg\frac{1}{2}\beta = s - c = CE$ u. s. w.

3. Beweis. Im 2. Beweis war $tg\frac{1}{2}\alpha + tg\frac{1}{2}\beta = 1$ gefunden; mithin ist $1 = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{1-\cos\beta}{\sin\beta} = \operatorname{cosec}\alpha - \cot\alpha + \operatorname{cosec}\beta - \cot\beta$; also $CD\,(\operatorname{cosec}\alpha + \operatorname{cosec}\beta) = CD\,(1 + \cot\alpha + \cot\beta)$ oder $AC + BC = CD + AB$. Educat. Times.

105. Über den drei Seiten eines Dreiecks, als Durchmesser beschreibt man nach aufsen Halbkreise und legt an je zwei derselben die gemeinschaftlichen Tangenten. Bei A liege die Tangente $DE = m$, bei B Tangente $FG = n$ und bei C Tangente $HI = p$. Ist $\triangle$ der Inhalt des Dreiecks und ϱ der Radius des eingeschriebenen Kreises, so ist 1) $mnp = \triangle\varrho$; 2) $\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} = \frac{1}{\varrho^2}$.

Beweis. K sei die Mitte von AC und L die von BC; fällt man noch $KM \perp LH$, so ist $p^2 = KM^2 = \frac{c^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4} = (s-a)(s-b)$. Daher 1) $mnp = (s-a)(s-b)(s-c) = \frac{\triangle^2}{s} = \frac{\triangle\varrho s}{s} = \triangle\varrho$. 2) $\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{p^2} = \frac{s}{(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{s^2}{\triangle^2} = \frac{s^2}{s^2\varrho^2} = \frac{1}{\varrho^2}$.

Journ. élém.

Litterarische Berichte.

A) Recensionen.

SCHWARZ, Dr. A. N., 1. Lehrbuch der Stereometrie für den Schulgebrauch mit 24 Figurentafeln. Leipzig, J. M. Gebhardt. 1881. Preis *M.* 1.80. — 2. Vorzeichnungen zu den körperlichen Beweisfiguren für den Unterricht in der Stereometrie, vollständig in 5 Heften. Heft 1 enthaltend 18 lithogr. Tafeln in quer Folio mit einer Textbeilage, broschiert in Enveloppe. Preis *M.* 2.80.

Was das vorstehende Lehrbuch charakterisiert, ist die Beschränkung auf das Wesentliche, welches in lückenloser Vollständigkeit gegeben ist, und die klare und fafsliche Beweisführung, welche in festen, die Auffassung ungemein erleichternden Formen sich bewegt. Die Sätze von der Lage der Ebenen und Geraden im Raume, den prismatischen und pyramidalen Gebilden, den regulären Körpern und der Kugelfläche sind streng begründet, die Berechnung der Volumina wird auf das Cavalieri'sche Prinzip zurückgeführt und daran die Herleitung der Flächenformeln angeschlossen. Vieles ist gegen die übliche Darstellung gehalten nicht unerheblich vereinfacht. Besonders bemerkenswerth ist die fast vollständige Vermeidung von indirekten Beweisen, die nur an zwei Stellen angewandt werden (§ 9, 2 und § 12, 2 — Wenn eine Gerade, resp. eine Ebene, die eine von zweien Parallelebenen durchsetzt, so durchsetzt sie auch die andere.). Die Einsicht in die stereometrischen Grundwahrheiten wird hierdurch vertieft und die Zumutung sich mit der unmittelbaren Anschauung in grellsten Widerspruch zu setzen den Schülern pädagogisch richtig erspart.

Im Anschlusse an das Lehrbuch, aber auch ohne dasselbe verkäuflich werden in fünf Heften die Vorzeichnungen zu den körperlichen Beweismodellen ausgegeben. Die dazu gehörige Textbeilage enthält ohne Ausführungen und Beweise alle Erklärungen und Sätze, welche die Elemente der Sterometrie ausmachen, und ist allenfalls geeignet, ein Lehrbuch zu ersetzen.

Die Vorzeichnungen haben die Bestimmung auf starkes Kartonpapier oder auf Pappe aufgeklebt zu werden. Nächstdem sind die einzelnen Bestandteile jeder Figur mit Scheere und Messer auszu-

schneiden und nach Maſsgabe der beigefügten Modellzeichnung, hin und wieder mit Beihülfe von etwas kaltem Leim, an- und ineinanderzufügen. So erhält man mit geringster Mühe und wenig Kosten eine Sammlung von Modellen, welche das gesamte Gebiet der Stereometrie umfassen und, durch übersichtliche Anschaulichkeit, ja Eleganz ausgezeichnet, weit genug sichtbar sind um einer ganzen Klasse vorgeführt zu werden. Die ganze, aus 180 systematisch geordneten körperlichen Figuren bestehende Sammlung war in der Lehrmittelabteilung der Düsseldorfer Gewerbeausstellung im Jahre 1880 aufgestellt und hat damals bei allen Fachgenossen lebhaftesten Beifall gefunden. In der That existiert bis jetzt nichts Ähnliches. Um des unabweisbaren Bedürfnisses willen sind ja schon längst einige besonders schwierige Figuren aus Holz, Papier oder Metall hergestellt worden. Aber insbesondere die Sätze von der Lage der Ebenen und Geraden fanden hierbei so gut wie keine Berücksichtigung und die körperlichen Modelle, welche zu nicht unerheblichen Preisen zu haben sind, können von den Schülern aus ihren einzelnen Teilen entweder gar nicht oder nur mit Aufwand von vieler Zeit und groſser Mühe nachgebildet werden. Gerade die leichte Zusammensetzbarkeit, die gefällige Form und der Anschluss an alle stereometrische Sätze und Definitionen erheben diese Sammlung zu einem Lehrmittel ersten Ranges, welches keiner höheren Lehranstalt fehlen sollte. Referent, dem das erste Heft der Vorzeichnungen vorgelegen, hat aus demselben 32 Modelle durch den Buchbinder herstellen lassen, die noch nicht 8 Mark kosten und, wenn die Hülfe der Schüler in Anspruch genommen worden wäre, kaum mehr als den Preis des Heftes, welcher 2 Mk. 80 Pf. beträgt, gekostet haben würden. Im Vergleich zu dem Preise der bisher versandten Modelle, welche viel weniger leisten und für die Mehrzahl der Sätze überhaupt nicht existieren, ist dieser Kostenaufwand von verschwindender Geringfügigkeit.

Selbstverständlich werden nur einzelne Schüler alle fünf Hefte der Vorzeichnungen sich anschaffen können. Da es gleichwohl wünschenswert erscheint, die Mehrzahl der Schüler in den Besitz einiger, besonders wichtiger Beweisfiguren zu setzen, so wäre der Verlagshandlung die Herstellung von ein Paar Bogen anzuraten, welche die Vorzeichnungen blos zu diesen enthalten und trotz des geringen Preises, welcher 1 Mk. nicht übersteigen sollte, durch den massenhaften Absatz die Kosten der Herstellung reichlich decken würden. Die Erwerbung aller Vorzeichnungen aber und die Herstellung der daraus zusammensetzbaren Beweismodelle ist allen Gymnasien und Progymnasien, Realschulen und höheren Bürgerschulen, Gewerbe- und Fortbildungsschulen, endlich allen Seminarien als ein wirksames Unterrichtsmittel dringend zu empfehlen.

Gumbinnen. Dr. H. Schwarz.

Antike Rechenaufgaben. Ein Ergänzungsheft zu jedem Rechenbuch für Gymnasien. Von Prof. Dr. Rudolf Menge und Ferdinand Werneburg. Leipzig, B. G. Teubner. 1881. gr. 8. kart. Pr. M 0.80.*)

„Eins mufs in das andre greifen,
Eins durchs andre blüh'n und reifen."

Die Leser dieser Zeitschrift empfingen mit dem 6. Hfte (Jhrg. XII) als Begleitschreiben zu den „Antiken Rechenaufgaben" die 16 Seiten starke interessante Abhandlung des Herrn Dr. Rud. Menge unter dem Titel: „Der Rechenunterricht im Gymnasium und das klassische Altertum". Die Neuheit des oben genannten Werkes rechtfertigt nicht nur dieses Begleitschreiben, welches eine der schönsten methodischen Abhandlungen ist, sondern es überzeugt auch den Leser, dafs diese Art der Anzeige — welche in der wissenschaftlichen mathematischen Litteratur durch Koenigsberger-Zeuners (leider schon eingegangenes) „Repertorium der litterarischen Arbeiten aus dem Gebiete der reinen und angewandten Mathematik" („Originalberichte der Verfasser"!) schon eingeführt wurde, — das zweckmäfsigste Mittel ist, die interessierten Kreise über den Zweck, das Ziel, die Vorteile u. s. w. des erscheinenden Buches aufzuklären; — denn Niemand wird es bezweifeln, dafs der Verfasser des Werkes selbst die Leser über die Ziele und Vorteile seines Werkes am besten aufklären kann. Ich finde es also als wünschenswert, dafs die Herren Autoren selbst die erste Rezension über ihre Werke schreiben, in welcher Rezension sie dann die Motive auseinander zu setzen hätten, welche sie bewogen ihr Schulbuch zu schreiben,**) was voraussichtlich nur mit einer geschichtlich-kritischen Untersuchung der im betreffenden Fache schon vorhandenen, mehr oder weniger verbreiteten, Lehrbücher verbunden sein kann, — wodurch eines Teils die Geschichte der Methodik jenes Faches gefördert, und andern Teils übereilte Urteile im Voraus verhindert würden.

Nach dieser — vielleicht nicht ganz zur Sache gehörigen — Einleitung will ich mein Thema näher beleuchten.

Tatsache ist es, dafs ein solches Werk, wie das im Titel an-

---

*) Wir nehmen diese (uns freiwillig eingesandte) Rezension des Menge-Werneburgschen Buches um so lieber auf, da der Herr Referent das Werkchen ins Ungarische übersetzt hat und es also doch genau kennen mufs, und weil er zugleich einige allgemeine beherzigenswerte Ansichten und Erörterungen über den (in unserer Zeitschrift ohnehin spärlich behandelten) Rechenunterricht bietet. Ob aber der Herr Referent in seiner Verurteilung der Rechenbücherlitteratur nicht zu weit gehe, das zu beurteilen, möchten wir den Lesern und besonders jenen Fachgenossen anheimgeben, welche sich eingehender mit diesem Zweige der Schullitteratur beschäftigt haben. Der Ausdruck „Mittelschullehrer" bezieht sich auf österr. Verhältnisse. Die Red.

**) Etwas dergleichen geschieht ja immer in der Vorrede zu jedem Buche. Die Red.

geführte, in der Weltlitteratur früher nicht existierte, und eben darum darf man demselben nicht das Verdienst eines gewöhnlichen Lehrbuches zusprechen, sondern das eines methodisch-wissenschaftlichen Werkes. Auch als solches steht es in seiner Art bahnbrechend da, und es füllt (ich bitte das nicht als eine banale Phrase auf zu fassen!) eine schon längst schmerzlich empfundene Lücke aus. Und jetzt mufs ich wieder von meinem Thema abweichen. —

Man sehe nur unsere Rechenbücher an, deren gröfstes Kontingent eben nicht Mittelschullehrer, sondern meistens Seminarlehrer,*) diese schon durch ihr Amt zu „Pädagogen“ und „Methodikern“ gemachten Herren (? vergl. jedoch „Böcke und Böcklein“ in dieser Zeitschr.!), zu Verfassern haben. Es scheint ein chronisches Übel zu sein, dafs sich so wenige Mittelschullehrer herbeilassen Rechenbücher zu schreiben. Treutlein,**) berichtet, dafs schon im 16. Jahrhundert „als Verfasser von Rechenbüchern meist Männer auftreten, welche als Lehrer an den niederen städtischen Schulen oder auch an Privatschulen tätig waren,“ trotzdem, dafs in den Ländern des jetzigen Deutschen Reiches im 16ten Jahrhundert 70, im 17ten 28, im 18ten 21 neue Gymnasien gegründet wurden.***) Seit Adam Riese und „Vater“ Pescheck bis auf Harnisch und Hentschel†) und seinen Nachfolgern findet man kaum einen Mathematiker vom Fache, der Rechenbücher schrieb. Und so blieb der Rechenunterricht dort, wo er zu Adam Rieses Zeiten war: der einzige Gegenstand, bei dem man das Nützlichkeits-Prinzip immer vor Augen hielt, der immer das praktische Leben (und darunter verstand man Fälle, die im Leben einer Höckerin, eines Krämers oder eines Gold- und Silberarbeiters vorkommen können und nicht können) ausschliefslich berücksichtigen mufste.

Dinters Ausspruch (1806): „Was über die Rechnungen des alltäglichen Lebens, der Haushaltung, der Ökonomie hinausgeht, gehört nicht in die öffentliche Bürger- und Landesschule, sondern — in Privatstunden“ ist seither, und — leider — noch immer, das Regulativ für allen Rechenunterricht, erteile man ihn wo immer. Ich kenne nur einen Mann, der im Rechenunterrichte sich auf den Standpunkt des Gymnasiums hinauf zu schwingen verstand; und dies ist J. B. Graser,††) der schon 1821 schrieb: „Nach dem all-

---

*) Vergl. Diesterwegs Wegweiser. V. Aufl. II. Bd. 8 u. 9. Lieferung. Ref.

**) „Das Rechnen im 16. Jahrhundert“. Abh. z. Gesch. d. Mathem. 1. Heft, S. 12. Ref.

***) Treutlein, a. a. O. S. 8.

†) Welcher — nach Dr. Dittes — ein Rechenlehrer „von Gottes Gnaden“ war, „der mehr durch seine Rechenlektionen, als durch seine Singstunden die zahlreichen Gäste des Seminars zu Weifsenfels fesselte“; welcher — nach einem Andern — „in der Geschichte des Rechenunterrichts eine epochemachende Stellung einnimmt“.

††) Dr. Graser: „Die Elementar-Schule fürs Leben in der Grundlage zur Reform des Unterrichts.“ I. Bd. 2. Abt. Unterrichtskunst. 4. Aufl. 1839. S. 81.

gemeinen Grundsatze des Lebensunterrichtes mufs auch das Rechnen nur fürs Leben gelehrt werden, d. h. das Rechnen darf, aufser in Gymnasialschulen, ... nie eine blofse formale Übung in Zahlverhältnissen sein, sondern — — —."

Also Graser sicherte schon dem Gymnasium eine Ausnahmsstellung im Rechenunterrichte. Obwohl er seine Gründe nicht angiebt, sind sie doch leicht zu erraten. Ich, meines Teils, unterschreibe seine Worte ganz und gar. — Das zu sehr betonte Nützlichkeits-Prinzip war es auch, das dem Rechenunterrichte den so gefürchteten Beinamen „trocken" beibrachte. Viel trug dazu auch bei das Mifsverständnis des preussischen Regulatives, welches bekanntlich Dr. Eisenlohr*) zu den geflügelten Worten hinrifs: „Die Zeit der formalen, abstrakten Methode ist vorüber und die Herrschaft der praktischen Lebensbedürfnisse beginnt;" — was alles zur Folge hatte, dafs wieder eine Legion der „praktischen", der „Sachrechenmethode" huldigenden Rechenbücher pilzartig aus dem feuchten Boden der Volksschullehrer-Seminarien emporschoss. Huter trifft den Nagel auf den Kopf, wenn er in seiner „Sammlung von arithmetischen Aufgaben in systematischer Ordnung" (Sulzbach 1865. S. V) sagt: „Aufgaben, deren Inhalt solche ganz gewöhnliche Gegenstände bilden, und die man häufig für praktisch hält, langweilen den Schüler und ertödten nicht selten in demselben die Lust zum Rechnen, wenn sie vielleicht selbst im hohen Grade vorhanden ist. Ja es läfst sich nicht leugnen, dafs, wenn der Unterricht im Rechnen, wie dies nicht selten der Fall ist, unter allen Gegenständen, die in der Schule gelehrt werden, den Schülern gewöhnlich am wenigsten zusagt, daran überhaupt eine langweilige Behandlung desfelben, und namentlich jene geistlosen, sogenannten praktischen Aufgaben einen grofsen Teil der Schuld tragen."

Eben so eindringend wie wahr charakterisiert Jänicke — in seiner sehr geschickt zusammengestellten, wenn auch in vielen wissenschaftlichen Daten nicht ganz stichhältigen — „Geschichte des Rechenunterrichts"**) — die gewöhnlichen Rechenbeispiele: „Solche Rechenbeispiele — sagt er — fabrizierten die heifsspornigen Nachtreter von Erzinger und Goltzsch in solchen Mengen, dafs man ausrufen mufste: ‚Ihr macht es zu viel, ihr Kinder Levi!' (4. Mos. 16, 7). Dabei verfiel man häufig ins Gespreizte und Geschraubte, Unwahre und Lächerliche, oder man tischte Berechnungen auf, wie sie kaum die kühnste Phantasie erfindet und wie sie im Handel und Wandel nimmer auftreten . . . . . Ihre Aufgaben riechen . . . . . nach jeder Werkstatt und jedem Krämerladen, sie handeln . . . . . durchweg von Schmalz, Käse, Dünger und dergleichen interessanten Artikeln . . . . ."

*) Vergl. C. Kehrs „Geschichte der Methodik des deutschen Volksschulunterrichtes". 1877. Bd. I, S. 453.

**) S. C. Kehrs „Geschichte der Methodik des deutschen Volksschulunterrichtes". Bd. I. S. 459.

Und gerade darum, weil es bis jetzt gar so traurig mit unseren Rechenbeispielen stand,*) müssen wir die Idee, welche in den „Antiken Rechenaufgaben“ verkörpert ist, mit desto gröfserer Freude begrüfsen. Denn dieses Werkchen ist dazu berufen, den Rechenunterricht im Gymnasium (und ich setze dazu: — auch in der Realschule I. Ordn.!) nicht nur interessanter zu machen, sondern es giebt auch dem Lehrer dieses Gegenstandes ein vorzügliches Mittel in die Hand, mit welchem er dem „Gesetze der Konzentration, welches von der gesamten Pädagogik als ein unumstöfsliches, richtiges, naturgemäfses hingestelt wird,“ so zu sagen spielend entsprechen kann. Denn die „Antiken Rechenaufgaben“ streben an die innige Verknüpfung der bis jetzt gänzlich getrennten Gebiete der alt-klassischen Sprachen, der alten Geschichte und des Rechnens, — dadurch, dafs sie die alt-römischen und griechischen Lebensverhältnisse, so wie sie in den — im Gymnasium vorkommenden — klassischen Autoren vergraben sind, zum Leben rufen, sie verständlich machen und dem Schüler so zu sagen als Mikroskop dienen, womit er die feinsten Nuancen der ihm so interessanten alten Lebensverhältnisse bis ins kleinste Detail wahrnimmt, sich hineinlebt und dadurch eine richtige Anschauung und einen klaren Begriff von jenen Verhältnissen bekommt.

Die „Antiken Rechenaufgaben“, welche nach dem Prinzip „vom Leichteren zum Schwereren“ geordnet sind, haben insgesamt eine arithmetische Einteilung erhalten (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division etc.), was ihren Gebrauch im Rechenunterrichte sehr erleichtert. Die Herren Verfasser wollen ihr Werkchen nur für Sextaner, Quintaner und Quartaner geschrieben haben; ich aber möchte vielmehr raten, dafs der Quartaner das Büchlein nicht aus der Hand lege, sondern für die folgenden Klassen noch als ein Vademecum beibehalte.

Es ist mir unmöglich mich in die Inhaltsangabe näher einzulassen; denn erstens ist dies bei einer Aufgabensammlung überhaupt untunlich, und zweitens müsste ich eine solche Fülle der interessantesten Aufgaben hier wiedergeben, dafs es bald mit dem Abdrucke des Werkchens gleichkommen würde. Ich will nur noch erwähnen, dafs es auch schon in die ungarische Sprache übersetzt worden ist.

Zuletzt sei es mir noch gestattet — im Interesse des besprochenen Buches, dem ich schon nächstens eine neue, und ich möchte hinzusetzen: vermehrte Ausgabe wünsche — die wenigen Druck- und Schreibfehler zusammen zu stellen, von welchen mir kaum einer entgangen sein dürfte:

---

*) Sollte der Herr Referent in seiner Verurteilung hier nicht zu weit gehen? Haben wir nicht in neuerer Zeit einige recht tüchtige, sowohl dem formalen als auch dem realen Prinzipe entsprechende, Rechenbücher, erhalten? (z. B. Kallius-Harms, Kober, Heis, Fölsing, Sickenberger, Schellen, Odermann u. A.). Die Red.

Seite	1.	Nr. 1.	ist statt Ziffern „*Zahlen*“ zu setzen;
„	1.	„ a)	„ „ gleichartig „*identisch*“ zu setzen;
„	7.	„ 3 b)	„ „ wieviel „*wenigstens wieviel*“ zu setzen;
„	10.	„ 13.	„ „ 435. „*435 n. Chr.*“ zu setzen;
„	17-18.	„ 28 a) b)	scheint mir „*46*“ einmal unrichtig zu sein;
„	25.	„ 72.	fehlt „*nach unserem Gelde*“;
„	27.	„ 2 b)	„ „*in hl.*“;
„	28.	„ 7 b)	„ „*nach unserem Gelde*“;
„	28.	„ 11.	„ „*nach unserem Gelde*“;
„	28.	„ 12.	ist statt des Wortes „Verhältnis“ ein präciseres zu setzen;
„	29.	„ 19.	fehlt „*sondern rechteck-förmig*“;
„	31.	„ 35 b)	„ „*Sest*“;
„	35.	„ b)	ist statt v. Chr. „*a. u. c.*“ zu setzen;
„	41.	„ 20.	ist unten von einem, oben aber von zwei Zehnten die Rede;
„	44.	„ 6 b)	fehlt „*nach unserem Gelde*“;
„	49.	„ 10.	sind entweder die „50 Stadien“ oder der folgende Satz überflüssig;
„	51.	„ 10.	ist zu bemerken, das die Rechnung „auf Hundert“ durchgeführt werde;
„	57.	„ 6.	fehlt nach dem Worte Hälfte „*der im Hafen Zea befindlichen*“;
„	57.	„ 6.	ist statt Munichia „*Munychia*“ zu setzen.

Und zuletzt noch drei Wünsche, welche ich in der neuen Ausgabe berücksichtigt zu finden wünschte: 1) möge auf jene Form der Aufgaben, wie sie uns S. 5. Nr. 6.; S. 57. Nr. 9.; S. 59. Nr. 15. bieten, ein gröfseres Gewicht gelegt werden, resp. solche aus den Klassikern von Wort zu Wort übersetzte Aufgaben vermehrt werden; 2) würde es auch angezeigt sein dem römischen Kalender einige Zeilen zu widmen, z. B. so wie wir ihn im Anhange des Rechenbuches von Feaux („Rechenbuch u. geom. Anschauungslehre“. 6. Aufl. 1879. Paderborn) berücksichtigt finden; 3) würde es dem Werkchen auch in den Ländern deutscher Zunge der österreichisch-ungarischen Monarchie einen Empfang mit offenen Armen sichern, wenn hinter den Zahlenangaben in ℳ auch die entsprechenden in fl. in Klammern beigegeben würden; freilich aber nicht so, wie es Dr. Bardey tut, bei dem der Gulden noch immer den längst beseitigten Wert von 60 Kreuzern hat.

Budapest. Dr. Fl. Wohlrab.

KOLBE, H., Kurzes Lehrbuch der organischen Chemie.*) Mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. 1. u. 2. Heft. Vieweg & Sohn, Braunschweig. 1879—81. Preis?

Die Stellung, welche Kolbe gegenüber der heutigen „modernen Chemie" einnimmt, ist zwar eigenartig, aber schon deshalb allein berechtigt, weil die geistvollen Einwürfe des klaren Denkers stets den Nutzen haben werden, dafs die Chemiker der Strukturformeln in ihrem Feuereifer nicht zu weit gehen können. Mir ist nur merkwürdig, wie dieser hochbetagte Mann noch immer das immense Gebiet der organischen Chemie mit den tausenden von Arbeiten der neueren Zeit zu beherrschen vermag und noch Zeit dazu findet, seinen Kampf gegen die jetzige Richtung sogar in einem Lehrbuche fortzuführen. Eine langwierige Krankheit, die durch eine Vergiftung im Laboratorium veranlafst worden ist, hat zwar das Erscheinen des zweiten Heftes etwas verzögert, aber dafür wird selbst derjenige, welcher die Kolbeschen Ideen nicht als die richtigen anzuerkennen vermag, es nur dankbar begrüfsen, dafs wir schon im 2. Hefte in einer Einleitung zu den aromatischen Verbindungen im Zusammenhange Kolbes Vorstellungen übersehen lernen, welche er dem Kekuléschen Benzolring substituiert. Ich empfehle jedem Kollegen aufs Beste die Lektüre dieser Zeilen als geistige Turnübung, die um so kräftiger auf den Leser zurückwirken wird, je mehr er sich bemüht, diesen Einwänden des gelehrten Leipziger Chemikers das Warum und Weil seines eignen chemischen „Glaubens" gegenüberzustellen. Es ist leider hier nicht der Platz, dieses Kapitel der theoretischen Chemie weiter zu behandeln, ich mufs vielmehr hier das Amt des „lehrstofflichen" Kritikus verwalten und greife hierzu aus der Terminologie und kurzen Charakteristik der organ. Verbindungen einen Punkt heraus, welcher mir besonders aufgefallen ist.

Pag. 23 heifst es: „Alkohole gestatten den Austausch des einen Hydrat-Wasserstoffatoms einerseits gegen Metalle, anderseits gegen Säureradikale. In dem ersten Falle resultieren Alkoholate wie Natriumalkoholat C_2H_5ONa, im andern Falle Zusammengesetzte Äther z. B. essigsaurer Äthyläther „$C_2H_5O\,(C_2H_3O)$."

Ich schreibe die Entstehungsformel eines zusammengesetzten Äthers — von den Zwischenstufen seiner Bildung sehe ich ab — in der Erlenmeyerschen Weise und kann nun zweierlei Annahmen machen:

$$1)\ \frac{\begin{array}{c|l} C_2H_5O & H \\ C_2H_3O & OH \end{array}}{C_2H_5O\,(C_2H_3O) + H_2O} \qquad 2)\ \frac{\begin{array}{c|l} C_2H_5 & OH \\ C_2H_3OO & H \end{array}}{C_2H_5\,(C_2H_3O_2) + H_2O}.$$

*) Die anorganische Chemie ist besprochen in X, 457.
Red.

Nach Kolbes Worten ist der Vorgang nach Formel 1) zu erklären, während die gewöhnliche Erklärung aus Formel 2) die Annahme ableitet, dafs im Essigäther von der Essigsäure der Rest $C_2H_3O_2$ und vom Alkohol blofs C_2H_5 enthalten ist. Ich gebe nun gerne zu, dafs noch niemand gesehen hat und dafs auch nie jemand sehen wird, ob die Bindung in dieser oder jener Weise gegeben ist — aber ich meine, der Lehrer soll konsequent die Anschauungen auch in der organischen Chemie fortführen, welche dem Schüler in der anorganischen Chemie durch die Lehre von Säure und Basis eingepflanzt worden sind. Wenn uns nun die Formel der Salzsäure zu der Überzeugung bringt, dafs beim Einwirken auf *KOH* von der Basis das Hydroxyl durch den Säurerest *Cl* ersetzt wird, so sehe ich keinen Grund ein, warum ich durch die obige Annahme Kolbes die Analogie zwischen organischen und unorganischen Säuren oder zwischen den Alkoholen und den Basen stören soll. Am meisten aber beklage ich, dafs Kolbe selber seiner Anschauung nicht treu bleibt und z. B. schon auf Seite 24 eine Definition von Karbonsäuren giebt, welche den gewöhnlichen Anschauungen der obigen Formel 2) entspricht und seinen Ansichten auf der 23. Seite diametral entgegengesetzt ist. „Karbonsäuren nennen wir die Verbindungen des Kohlensäureradikals, einerseits mit einem Alkoholradikal, anderseits mit Hydroxyl, d. h. mit durch Sauerstoff kopulierten Wasserstoff, welcher durch Metalle oder durch Alkoholradikale ersetzt werden kann. In jenem Falle entstehen Metallsalze, in diesem zusammengesetzte Äther.“

Leider wird aber schon pag 29 die falsche Lehre wieder gepredigt, wenn es heifst: „Die Fette enthalten, wie beim Essigäther: $C_2H_3OOC_2H_5$, in einem Alkohol den Wasserstoff des Hydroxyls durch Säureradikale substituiert. . . . Das Glyzerin enthält 3 durch einwertige Säureradikale ersetzbare Hydroxylwasserstoffatome, und in den natürlichen Fetten finden sich immer alle 3 Wasserstoffatome in dieser Weise substituiert.“ —

In Bezug auf die Einteilung des Lehrstoffes möchte ich mir nur die persönliche Bemerkung gestatten, dafs sie mir für Lehrzwecke, denen Übersichtlichkeit in erster Linie mafsgebend sein mufs, nicht recht praktisch zu sein scheint. So werden sämtliche Verbindungen des Äthans, Äthylens, Acetylens vor dem Methan etc. besprochen, ohne dafs damit ein methodischer Vorteil erreicht wird.

Sachlich möchte ich mir noch ein grofses Fragezeichen zu der Bemerkung unter Benzol erlauben: „Das käufliche Fleckwasser besteht hauptsächlich aus Benzol.“ Meinen Erfahrungen widerspricht dies vollständig — ich habe vor zwei Jahren in drei hiesigen Apotheken und bei sämtlichen Droguisten vergeblich nach Benzol gefragt — respektive jedesmal Benzin dafür erhalten. Ein Teil der Schuld trifft übrigens hier auch unsere chemischen Lehrbücher, in denen Benzin und Benzol für synonym genommen werden. Vom

Benzin des Petroleums ist überhaupt in den meisten Büchern gar nichts zu finden, es wird ignoriert mit einer Konsequenz, als ob es auf der ganzen Welt kein Petroleum gäbe.

Memmingen. VOGEL.

Kritische Umschau
über die meist gebrauchten mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrbücher in Deutschland.

II. Zwei schwache Stellen in Kamblys Stereometrie.*)

Von ROTH in Buxtehude.

1) Die Elementar-Mathematik von L. Kambly, 4. Theil, Stereometrie, 10. Auflage von 1876, enthält S. 58 als Nr. 31 folgende Constructionsaufgabe**):

„In der Ebene M eine Linie so zu ziehen, dass alle geraden Linien, die man von ihr aus nach den beiden ausserhalb der Ebene liegenden Punkten A und B ziehen kann, gegen die Ebene gleich geneigt sind."

Da auf Seite 4 zu § 4 die Anmerkung gemacht ist, dass unter „Linien" schlechtweg gerade Linien zu verstehen seien, so wird man zu dem Glauben verleitet, dass auch hier eine Gerade damit gemeint sei. Bei dieser Annahme aber ist diese Aufgabe unsinnig; denn der geometrische Ort für alle Punkte, welche der Forderung der Aufgabe genügen, ist ein Kreis. Sollte jedoch hier das Wort „Linie" allgemeiner zu deuten sein, so wäre es doch wohl angebracht, einen andern Ausdruck zu wählen. Dass aber die gesuchte Linie ein Kreis ist, kann leicht bewiesen werden.

Da nämlich die Neigung einer Geraden gegen eine Ebene durch den Winkel zwischen der ersteren und ihrer Projection auf die Ebene gemessen wird, so fälle man von A und B auf M die Lothe AA' und BB'. Ist nun P ein Punkt in M, welcher der Bedingung der Aufgabe entspricht, so ist $\sphericalangle APA'$ gleich $\sphericalangle BPB'$, mithin Dreieck APA' ähnlich Dreieck BPB' und deshalb

$$A'P : B'P = AA' : BB'.$$

Die Grösse von AA' und BB' ist aber nach den Voraussetzungen der Aufgabe unveränderlich, mithin ist der geometrische Ort für alle Lagen von P dadurch bestimmt, dass die zwei Geraden, welche von ihm aus nach A' und B' gezogen werden, immer in einem gegebenen Verhältnisse stehen. Daraus folgt, das der geometrische Ort ein Kreis ist, der $A'B'$ so durchschneidet, dass diese

---

*) Die Figuren hierzu sind, weil vom Leser leicht selbst zu construiren, weggelassen.

**) Auch schon in der 5. Aufl. 1869. D. Red.

Linie in den beiden Schnittpunkten harmonisch getheilt wird. Am Einfachsten ergiebt sich dies bei Anwendung der analytischen Geometrie, doch lässt es sich auch synthetisch beweisen mit Hülfe der Sätze von harmonischen Strahlen, von denen zwei conjugirte auf einander senkrecht stehen, und der Umkehrung des Lehrsatzes des Thales. Die fragliche Aufgabe kann daher als Schüleraufgabe stehen bleiben, sobald das gerügte Wort geändert wird.

2) Die Erklärung des § 10 auf S. 7 desselben Buches lautet:

„Der kleinste Winkel, welchen eine gerade Linie mit einer sie (nicht senkrecht) schneidenden Ebene bildet, heisst ihr Neigungswinkel u. s. w."

Hier muss der Nebensatz anders lauten, etwa: „welchen eine gerade Linie, die eine Ebene schneidet, mit den durch ihren Schnittpunkt in der Ebene gezogenen Geraden bildet"; denn wenn man den Winkel zwischen einer geraden Linie und einer Ebene so ohne Weiteres messen könnte, so brauchte man nicht erst den Begriff des Neigunswinkels einzuführen. Ueberhaupt ist der Erklärung in Wittsteins Stereometrie, § 20, der Vorzug zu geben, wonach man unter dem Neigungswinkel einer Geraden gegen eine Ebene den Winkel zwischen der Linie selbst und ihrer Projection auf die Ebene zu verstehen hat.

Nachschrift der Redaction. Die Aufgabe sub 1) hat Veranlassung zu einer Aeusserung des Verfassers (Kambly) gegeben. Hr. Roth hatte sich nämlich an den Hrn. Verleger in Breslau gewendet und durch diesen veranlasst, hat Hr. Kambly sich folgendermassen brieflich geäussert:

„In der von Herrn Roth citirten Aufgabe ist keine gerade Linie gemeint. Wer die Aufgabe aufmerksam liest, wird dies auch merken, da in derselben ausdrücklich „Linie" und „zwei gerade Linien" unterschieden werden. Auch ist in den unmittelbar vorangehenden und nachfolgenden Aufgaben, überhaupt nicht in den Uebungs-Aufgaben, statt „gerade Linie" niemals kurzweg „Linie" gesagt — ausgenommen die Fälle, wo selbstverständlich die gerade Linie gemeint sein muss, wie z. B. „um die Linie *P* entfernt" oder die Linie unmittelbar vorher „gerade" genannt war.*) Hätte ich gesagt „eine Kreislinie", so wäre das eine Ueberbestimmung der Aufgabe."

Wir erlauben uns hierzu Folgendes zu bemerken: Warum sagt man nicht statt „gerade Linie" kurzweg „Gerade" oder — wenn sie begrenzt ist — „Strecke"? Dann kann ja ein Missverständ-

---

*) Wir erlauben uns hierzu die Bemerkung, dass in den Aufgaben no. 4, 36, 42, 43 (und z. Th. auch in 3 und 35) allerdings der Ausdruck „Linie" schlechtweg, ohne dass er sich auf einen vorangegangenen Ausdruck „gerade Linie" bezieht, und ohne dass die Natur der Curve aus den Bedingungen der Aufgabe sofort einleuchtet, für „Gerade" gebraucht worden ist. Ebenso wird dort immer die Bezeichnung „zwei sich kreuzende Linien" gebraucht für „zwei sich kreuzende Gerade". Die Red.

nis nicht stattfinden, da „Linie" der allgemeine oder Gattungs-Begriff ist, der auch die „krummen Linien" (Curven) einschliesst. Denn auch hier gilt die Regel der mathematischen Orthographie: „Schreibe (und sprich) so, dass von Seiten des Lesers jedes Missverständnis absolut ausgeschlossen ist." (XI, 193).

Man sehe unsere „Vorschule der Geometrie" (§ 2), in der wir consequent den Ausdruck „Gerade" für „gerade Linie" gebraucht haben.

III. Nochmals die Physik von Koppe.

(Mit Rücksicht auf Dr. Baules Bemerkungen in Heft 1, S. 55 u. f.)

Von Prof. Dr. Handl in Czernowitz.

Hochgeehrte Redaktion! Sie eröffnen in Heft I. S. 55. der Zeitschr. f. math. u. natw. U. die „kritische Umschau über die meist gebrauchten math. u. naturw. Lehrbücher in Deutschland" mit einigen Bemerkungen über „die Physik von Koppe" — beziehungsweise einigen Verbesserungsvorschlägen von Herrn Gymn.-Oberlehrer Dr. Baule zu dem genannten Buche. Da ich Ihre Zeitschrift stets mit Interesse und warmer Teilnahme verfolge und namentlich die hiesigen Lehramts-Kandidaten zu fleifsiger Benutzung derselben veranlafste, so erlauben Sie mir wohl, dafs ich gegen einige der erwähnten Vorschläge gewichtige Einwendungen erhebe. Bei dem schweren Kampfe, den die Naturwissenschaften um ihre berechtigte Stellung in der Schule zu kämpfen haben, sollten alle Mann an Bord sein, und strenge Wache darüber halten, dafs kein Irrtum die gute Sache schädige.

Zu § 12. Ein richtiges Verständnis der Lehre von der Elasticität kann nur dann erreicht werden, wenn man im Unterrichte den Begriff der Elasticitätsgrenze recht deutlich hervorhebt, und bemerkbar macht, dafs (nach der populären Vorstellungsweise) jene Körper mehr elastisch sind, welche eine gröfsere Elasticitätsgrenze haben, während ein gröfserer Wert des Elasticitätsmoduls einen Körper als stärker elastisch kennzeichnet.

So z. B. ist Kautschuck mehr elastisch als Stahl, Stahl aber stärker elastisch als Kautschuck. Eine lineare Reihung der Körper nach dem „Grade" ihrer Elasticität ist überhaupt nicht denkbar, sondern eine Anordnung derselben müfste in einer Fläche geschehen, auf welcher sie in der einen Richtung nach der Elasticitätsgrenze, in der anderen nach dem Elasticitätsmodul geordnet erscheinen würden.

Zu § 19.a. Der von Hrn. Dr. B. vorgeschlagene Zusatz kann unmöglich als richtig angenommen werden, da erstens der Begriff des unmefsbar kleinen ein sehr relativer ist, und z. B. auch Zeiträume von 1000tel Sekunden recht gut mefsbar sind; und da zweitens jeder beliebig lange Zeitraum als eine Summe von unendlich vielen

unendlich kleinen Zeiträumen betrachtet werden kann. Wäre nun die Wirkung in einem „unmeſsbar kleinen" Zeitraum wirklich gleich Null, wie Hr. Dr. B. unzweideutig behauptet, so müſste auch die Summe aller dieser Nullen gleich Null sein.

Zu § 42. 2. Gesetz. „Die Planeten bewegen sich nicht mit gleichförmiger Geschwindigkeit, rascher in der Sonnennähe, etc."

„Es ist da notwendig, hinzuzufügen: weshalb?" die Antwort auf diese wohlberechtigte Frage muſs aber ganz anders lauten, als Hr. Dr. B. angiebt; sie folgt aus dem Gesetz der constanten Flächenräume, welches einerseits als notwendige theoretische Forderung bei jeder Centralbewegung aus dem Begriffe einer solchen abgeleitet werden kann, andererseits als Thatsache durch die Beobachtungen constatiert ist.

Herrn Dr. B's Antwort ist erstens unrichtig, weil sie den Satz enthält: „Infolge einer Vergröſserung der Centripetalkraft müſste der Planet auf die Sonne fallen", der wohl nicht ernst gemeint sein kann; und zweitens wird weiter argumentiert: damit nun der Planet nicht auf die Sonne fällt, muſs die Centrifugalkraft, also die Geschwindigkeit wachsen. Wer ist es denn aber, muſs man sich wohl fragen, der ein solches Interesse daran hat, die Planeten nicht auf die Sonne fallen zu lassen, daſs er gerade an der rechten Stelle denselben gröſsere Geschwindigkeit erteilt? Und dieser höchst primitiven Anschauung gemäſs müſste ja in gröſserer Entfernung von der Sonne derselbe Apollo die Zügel seines Planetenrosses wieder fester anziehen, damit nicht jetzt die Centrifugalkraft die Oberhand über die verminderte Centripetalkraft erlange, und der Planet aus seiner Bahn herausspringe!

Zu § 52. Die von Hrn. Dr. B. vorgeschlagene Definition von spezifischem Gewicht ist unrichtig, denn ein Gewicht ist keine Zahl, und eine Zahl ist kein Gewicht. Es liegt hier eine Verwechslung der Begriffe „spezifisches Gewicht" und „Dichte" vor, über welche ich in einem demnächst erscheinenden Aufsatze in der Zeitschr. f. d. Realschulwesen (Wien, Hölder) eingehender sprechen will.

Zu § 179 u. § 188. Die von Hrn. Dr. B. vorgeschlagene Fassung: „Die Intensität nimmt ab mit dem Quadrate der Entfernung" kann wohl nicht anders verstanden werden, als: „Die Intensität nimmt ab, wenn das Quadrat der Entfernung abnimmt" was der Verf. schwerlich sagen wollte.

Zu § 213 sagt Hr. Dr. B.: „Es ist nicht deutlich genug hervorgehoben, wodurch sich polarisiertes Licht von gewöhnlichem unterscheidet; es ist unbedingt die Definition nötig: Polarisiertes Licht ist solches, bei dem die Ätherschwingungen in einer einzigen Ebene stattfinden." Damit sind aber weder die Eigenschaften des „unvollständig" geradlinig, noch die des elliptisch und circular polarisierten Lichtes definiert; auch scheint es wichtiger und didaktisch richtiger,

in erster Linie hervorzuheben, wodurch sich die fraglichen Lichtgattungen in der Erscheinung von einander unterscheiden; also die experimentellen Kriterien ihrer Verschiedenheit in den Vordergrund zu stellen.

B. Programmschau.

Mathematische Programme der Provinz Westfalen, Ostern 1880.

Referent Prof. Dr. Reidt in Hamm.

Brilon, Gymnasium, Progr. Nr. 295. Dr. Killing, *Grundbegriffe und Grundsätze der Geometrie.* 11 S.

Nachdem der Verfasser in einer Einleitung als Grundbegriffe der Geometrie diejenigen Begriffe, welche allen Definitionen zu Grunde liegen, ohne selbst definirt werden zu können, und als Grundsätze diejenigen Urteile, welche nicht durch Beweise auf andere zurückführbar sind, bezeichnet, sowie die demnach beiden notwendigen Eigenschaften besprochen, endlich den Begriff von Einschränkungssätzen, als solchen Sätzen aufgestellt hat, welche neben den Grundsätzen zur endgültigen Bestimmung einer Raumform nötig sind, und deren Ersetzung durch je einen kontradiktorisch widerstreitenden Satz ebenfalls ein konsequentes geometrisches System nach sich zieht, behandelt er in einem ersten Abschnitt „Allgemeine Entwickelungen“ kurz die von ihm für erforderlich und ausreichend gehaltenen Grundbegriffe und Grundsätze, die Unabhängigkeit der Untersuchung von dem benutzten Gebilde, die Grenzgebilde und die Dimensionen einer Raumform, sowie endlich Definitionen und Sätze über Grenzgebilde. Der zweite Abschnitt beschäftigt sich mit der „Herleitung einiger Raumformen“, und zwar behandelt derselbe zunächst „einfach ausgedehnte Raumformen von möglichst beschränkter Beweglichkeit“, sodann „gewisse Raumformen von zwei Dimensionen“ und zum Schlufs die für den Erfahrungsraum notwendigen Einschränkungssätze, aus welchen die Annahmen Euklids abzuleiten sind.

Hamm, Gymnasium und höhere Bürgerschule, Progr. Nr. 301, Festschrift zur Einweihung des neuen Gymnasialgebäudes, enthält u. A. Dr. Reidt, *Über Näherungskonstruktionen.* 14 S.

In diesem Aufsatze versucht Referent nachzuweisen, dafs die Auffindung von Näherungskonstruktionen, z. B. für die Rektifikation und die Quadratur des Kreises, die Trisektion des Winkels, das delische Problem u. dergl., als eine Schüleraufgabe betrachtet und behandelt werden könne, und gibt zu diesem Zwecke eine Anleitung an einer Reihe mehr oder minder ausgeführter Beispiele.

Münster, Realschule I. O., Progr. Nr. 316, Dr. Hovestadt, *Beitrag zur Krümmungstheorie.* 14 S.

Nachdem der Verfasser bemerkt hat, dafs unter Raum oder Mannigfaltigkeit von n Dimensionen im folgenden stets der ebene Raum im Sinne der betreffenden Definition Riemanns verstanden sei, und nach einer kurzen Übersicht über die in Beziehung zu seinem Thema stehenden früheren Arbeiten anderer Mathematiker unter Angabe der betr. Quellenschriften, wird der Begriff der „gewundenen Mannigfaltigkeiten“, d. h. derjenigen von der Ordnung $n-2$, $n-3$, ... bestimmt, welche im Gegensatz zu denen von der $(n-1)$ten Ordnung in jedem Punkte unzählig viele Normalen besitzen, die zusammen einen Raum von 2, 3, ... Dimensionen bestimmen, und von welchen die gewöhnliche Geometrie nur

ein Beispiel kennt, die gewundene Kurve, von der deshalb auch die gebrauchte Bezeichnung entnommen ist. Der Verfasser präcisiert sein Thema nun dahin, daſs dasselbe die Frage behandeln solle, in welchem Verhältnis das verallgemeinerte Gauſssche Krümmungsmaſs zunächst der gewundenen zweifach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten zur Krümmung der gewöhnlichen Kurven im Raum stehe. Derselbe bemerkt zugleich, daſs die dabei befolgte Methode, so viel ihm bekannt, bisher nicht zur Anwendung gekommen sei. Ein näheres Eingehen auf diese Methode würde hier zu viel Raum erfordern; von den Resultaten, zu welchen der Verfasser gelangt, führen wir folgende an:

Eine $(n-l)$fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit besitzt für jeden beliebigen Krümmungsraum nach $n-l$ zu einander senkrechten Richtungen ebenso viele Hauptkrümmungsradien. — Die zweifach ausgedehnte Mannigfaltigkeit im Raume von n Dimensionen besitzt $n-2$ auf einander senkrechte Hauptnormalen. — Die Summe K der Krümmungsmaſse einer zweifach ausgedehnten Mannigfaltigkeit in Bezug auf $n-2$ zu einander senkrechte Krümmungsräume derselben ist konstant. — Diese Summe wird als das eigentliche verallgemeinerte Gauſssche Krümmungsmaſs der gewundenen Flächen betrachtet. Es folgt der Nachweis, daſs die Gröſse $\left(\frac{D_2}{D_0}\right)$ nach der Bezeichnung von Lipschitz mit K identisch sei, und daſs durch die Auffassung dieser Gröſse als einer Verallgemeinerung des Gauſsschen Krümmungsmaſses auch der Analogie der gewundenen Flächen mit den gewundenen Kurven Rechnung getragen werde. Zum Schluſs teilt der Verfasser die Rechnung mit, durch welche gezeigt werden kann, daſs die Gröſse K dem aus den Koefficienten e_{ik} gebildeten Differentialausdrucke gleich sei, welchen Gauſs im Artikel 11 der Disquisitiones generales circa superficies curvas für gewöhnliche Flächen abgeleitet hat.

Ostern 1881.

Coesfeld, Gymnasium, Progr. Nr. 301. Oberl. Dr. Schwering, *Mathematische Miscellen.* 11 S.

Die erste der drei kleinen Abhandlungen, welche unter vorstehendem Titel zusammengestellt sind, behandelt die Aufgabe: Eine Halbkugel soll durch eine dem Grundkreise parallele Ebene ihrem Rauminhalte nach halbiert werden. Der Verfasser löst die entstehende irreducibele cubische Gleichung mittelst der Cardanischen Formel auf, bringt dann die Wurzeln derselben mittelst des Moivreschen Satzes auf die goniometrischen Formen, zeigt deren geometrische Deutung mit Hilfe des regelmäſsigen Neunecks und giebt für die beiden uneigentlichen Lösungen, in welchen der fragliche Schnitt die Kugel nicht treffen würde, mittelst einer aus der bekannten Archimedischen Cubatur der Kugel hergeholten anderen Formulierung der Aufgabe (durch einen der Kugel umbeschriebenen Cylinder und einen gleichseitigen Kegel) eine geometrische Bedeutung. — Der zweite Teil der Arbeit enthält eine direkte Ableitung der Gleichung, welche die Doppeltangenten einer Kurve vom Geschlechte Null finden läſst, wendet dieselbe auf die Lemniskate, die Kardioide und die allgemeine Kurve 4ter Ordnung mit drei Doppelpunkten an und vergleicht zum Schlusse das Verfahren des Verfassers mit dem von Clebsch in Crelle 64, 43 ff. angegebenen, wobei das Resultat verzeichnet wird, daſs das letztere z. B. schon für eine Kurve 4ter Ordnung eine ganz unausführbare Arbeit verlange, da eine Gleichung vom 20ten Grad zu bilden und dann ein fremder Faktor 12ten Grades auszuscheiden sei. — Der dritte Teil behandelt die „Summe der Flächeninhalte aller Kreise, welche einem Kreissegmente sich gegenseitig berührend einbeschrieben sind“. Der Verfasser findet dieselbe gleich $\frac{1}{4}(r-a)^2 A\pi$, wobei A die Summe einer Reihe ist, von welcher nachgewiesen wird, daſs sie eine elliptische Funktion

sein müsse, welche letzere hierauf dargestellt wird. Der Verfasser bemerkt, daſs seine Arbeit als neue Anwendung der elliptischen Funktionen auf eine geometrische Frage von nicht unbedeutendem Interesse zu sein scheine, insbesondere da nicht die Integralrechnung den Zusammenhang darstelle.

Dortmund, Städt. Gewerbeschule, Progr. Nr. 325. Dr. Nebelung, *Trigonometrie der Flächen mit konstantem Krümmungsmaſse.*

Nach einer kurzen Besprechung der Flächen mit konstantem Krümmungsmaſse überhaupt und insbesondere der pseudosphärischen Fläche als eines Beispiels für den Fall, daſs dieses Krümmungsmaſs negativ ist, wendet sich der Verfasser zur Entwicklung seines Themas, nämlich der Untersuchung, ob sich der ebenen und sphärischen Trigonometrie nicht eine analoge Trigonometrie auf den pseudosphärischen Flächen zur Seite stellen lasse. Es wird zunächst mit Hilfe des betr. Gauſsschen Koordinatensystems ein geodätisches Dreieck auf einer Fläche konstanter Krümmung untersucht, und auf Grund dieser Untersuchung werden die Gleichungen

$$\frac{\sin\vartheta \sin u\sqrt{k}}{\sqrt{k}} = \frac{\sin\beta \sin a\sqrt{k}}{\sqrt{k}},$$

$$\cos u\,.\,\sqrt{k} = \cos s\,.\,\sqrt{k}\,.\,\cos a\,.\,\sqrt{k} + \sin s\,.\,\sqrt{k}\,.\,\sin a\,.\,\sqrt{k}\,.\,\cos\beta,$$

$$\cos\vartheta = \sin v\,.\,\sin\beta\,.\,\cos a\,.\,\sqrt{k} - \cos v\,.\,\cos\beta$$

als die Fundamental-Gleichungen einer Trigonometrie auf Flächen konstanten Krümmungsmaſses abgeleitet, welche z. B. für ein positives Krümmungsmaſs $k = 1$ (und wenn man u, s, ϑ, v bezw. duch b, c, α, γ ersetzt) in die bekannten drei Fundamental-Gleichungen der sphärischen Trigonometrie übergehen, wodurch zugleich bestätigt wird, daſs die letztere auf alle Flächen konstanten positiven Krümmungsmaſses Anwendung findet. Für die pseudosphärischen Flächen, also $k = -1$, enthalten die obigen Gleichungen cyklische Funktionen mit imaginärem Argument, welche zunächst durch hyperbolische Funktionen ersetzt werden. Der Verfasser leitet die wichtigsten Formeln für diese von Gudermann, Lambert und Gronau näher behandelten Funktionen ab, und nachdem er nunmehr die obigen drei Gleichungen für die pseudosphärischen Flächen in den Formen

$$\mathfrak{Sin}\,a : \mathfrak{Sin}\,b : \mathfrak{Sin}\,c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma,$$

$$\mathfrak{Cos}\,a = \mathfrak{Cos}\,b\,.\,\mathfrak{Cos}\,c - \mathfrak{Sin}\,b\,.\,\mathfrak{Sin}\,c\,.\,\cos\alpha,$$

$$\cos\alpha = \sin\beta\sin\gamma\,\mathfrak{Cos}\,a - \cos\beta\cos\gamma$$

aufgestellt hat, geht er zur Anwendung derselben auf die Trigonometrie auf solchen Flächen, dabei auch insbesondere auf das rechtwinkelige geodätische Dreieck über und gelangt vielfach zu analogen Formeln mit denen der sphärischen Trigonometrie, durch welche eine in sich abgeschlossene, der sphärischen entsprechende Trigonometrie auf pseudosphärischen Flächen aufgebaut wird.

Siegen, Realschule I. O., Progr. Nr. 322, Direktor Dr. Tägert, *Über die Einwirkung der Ebbe und Fluth auf die Präcession und Nutation sowie auf die Drehungsgeschwindigkeit der Erde.* 22 S.

Der Verfasser bespricht zunächst die Annahme, daſs durch das Anprallen der oceanischen Flutwellen an die Ostküsten unserer Kontinente eine allmähliche Verringerung der Dauer der Rotation der Erde um ihre Achse verursacht werde, sowie die gewichtigen Bedenken, welche sich gegen dieselbe erheben. Anknüpfend an den von Laplace in der Mécanique céleste durch analytische Betrachtungen geführten Beweis, daſs wenn lediglich die ersten Potenzen der störenden Kräfte in Rechnung gezogen werden, der Einfluſs der Meeresschwankungen auf die Präcession und Nutation sowie auf die Dauer der Tageslänge verschwindet, stellt sich

der Verfasser die Diskussion der Frage zur Aufgabe, ob bei Berücksichtigung der höheren Potenzen jener Kräfte derartige Wirkungen nachweisbar seien, indem er zunächst die zweiten Potenzen dieser Kräfte in Betracht zieht. Für die Methode der Untersuchung wählt er eine Modifikation der bekannten Eulerschen, die Bewegung eines Körpers um seinen Schwerpunkt betreffenden Formeln. — Es scheint dem Referenten unthunlich, über den reichen Inhalt der nun folgenden Ausführung dieses Planes mit der grofsen Anzahl umfangreicher Gleichungen hier im einzelnen zu referieren, und mufs derselbe sich begnügen, in dieser Beziehung die Schrift des Verfassers dem besonderen Studium der sich für den Gegenstand interessierenden Kollegen zu empfehlen. Eine definitive Lösung des Problems kann, wie auch der Verfasser bemerkt, selbtverständlich aus dem gleichwohl sehr interessanten Endresultat zur Zeit nicht gewonnen werden, da zu einer solchen langjährige, zweckmäfsig über die verschiedenen Küsten verteilte Beobachtungen der oceanischen Ebbe und Flut erforderlich sein würden.

C) Bibliographie.

Januar.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Schmid-Schwarzenberg, Briefe über vernünftige Erziehung. 3. Aufl. (196 S.) Wien, Pichler. 1,20.

Israel, Sem. Dir., Ist es ratsam, dem pädagog. Unterrichte im Seminar Herbarts System zu Grunde zu legen? Vortrag. (32 S.) Gotha, Thienemann. 0,60.

Schmeding, Prof., Zur Frage der formalen Bildung. (41 S.) Duisburg, Ewich. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Milinowsky, Gymn. Oberl., Die Geometrie für Gymnasien u. Realschulen, Ein Lehr- u. Übungsbuch. 2. Tl. Stereometrie. 1. Lehrbuch (46 S.) 0,80. — 2. Übungsbuch (58 S.) 1. Lpz., Teubner.

Hohl, Prof. Dr., Die Lehre von den Polyedern. Rein geom. dargestellt. Mit 11 Taf. (256 S.) Tübingen, Fues. 3.

—, Elementare geometrisch-algebraische Übungen. In 6 Abschnitten, welche betreffen: Einige Aufg. aus der Planimetrie u. Stereometrie u. einige Eigenschaften der Parabel, Hyperbel, Ellipse u. der Kegelfläche. (151 S.) Ebda. 4.

Choura, Prof., Leitfaden für den Unterricht in der darstellenden Geometrie. Parallel- u. Central Perspektive. Kotierte Projektionen. 1. Heft. (170 S. 153 Fig.) Wien, Seidel. 3,60.

2. Arithmetik.

Deinhardt, weil. Prof. Heinr., Das Rechnen in der Elementarklasse. (93 S.) Wien, Klinkhardt. 1,80.

Greve, Dr., Lehrbuch der Mathematik. Für den Schulgebrauch u. zum Selbstunterricht methodisch bearb. 2. Tl. Arithmetik. (70 S.) Berlin, Stubenrauch. 1.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Holden, Edward, Wilhelm Herschel. Sein Leben u. seine Werke. Übers. v. A. V. Mit Vorwort von Prof. Dr. Valentiner. (238 S.) Berlin, Hertz. 4.

Physik.

Kritik der Hypothesen, welche der heutigen Physik zu Grunde liegen, zum Behufe einer einheitlichen Naturanschauung von einem Denker. (13 S.) Köln, Rommerskirchen. 0,40.

Krist, Landesschulinsp. Dr. J., Anfangsgründe der Naturlehre für die Unterklassen der Realschulen. (248 S.) Wien, Braumüller. 3,20.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Brass, Dr. A., Abrifs der Zoologie für Studierende, Lehrer u. Arzte. Mit 182 Holzschn. (370 S.) Lpz., Engelmann. 6.

v. Schlechtendal, Die Gliederfüfsler mit Ausschlufs der Insekten. Eine Anleitung zur Kenntnifs derselben. Mit 4 Taf. (116 S.) Lpz., Teubner. 2,40.

Darwin, Die Bildung der Ackererde durch die Thätigkeit der Würmer, mit Beobachtung über deren Lebensweise. Aus dem Engl. v. J. V. Carus. (184 S.) Stuttgart, Schweizerbart. 4.

Foster, Prof. M., Physiologie. Deutsche Ausg. v. Prof. Dr. Osc. Schmidt. (136 S.) Strafsburg, Trübner. 0,80.

Pagenstecher, H. Alex., Über die Hirsche. (16 S.) Heidelberg, Winter. 0,80.

2. Botanik.

Wilde, A., Unsere efsbaren Schwämme. Populärer Leitfaden zur Erkenntnis der bekanntesten Speisepilze. Mit 4 chromol. Taf. (29 S.) Kaiserslautern, Gotthold. 0,60.

Dragendorff, Prof. Dr., Die qualitative u. quantitative Analyse v. Pflanzen u. Pflanzenteilen. (285 S.) Göttingen, Vandenhoek. 6.

Pfeffer, Prof. Dr., Pflanzenphysiologie. 2. Bd. Kraftwechsel. (474 S.) Lpz., Engelmann. 10 (cplt.: 18.).

Cohn, Prof. Dr. F., Die Pflanze. Vorträge aus dem Gebiet der Botanik. (512 S.) Breslau, Kern. 11.

Pfitzer, Prof. Dr. E., Grundzüge einer vergleichenden Morphologie der Orchideen. (194 S.) Heidelberg, Winter. 40.

Stahl, Über sog. Kompafspflanzen. (12 S.) Jena, Fischer. 0,75.

Sydow, P., Die Lebermoose Deutschlands, Österreichs u. der Schweiz. (95 S.) Berlin, Stubenrauch. 1,20.

3. Mineralogie.

Liebisch, Prof. Dr., Geometrische Krystallographie. Mit 493 Holzschn. (464 S.) Lpz., Engelmann. 12.

Peters, Prof. Carl, Mineralogie. (143 S.) Strafsburg, Trübner. 0,80.

Blaas, Dr., Katechismus der Petrographie. Lehre v. der Beschaffenheit, Lagerung u. Bildungsweise der Gesteine. (175 S.) Lpz., Weber. 2.

Heim, Prof. A., Über Bergstürze. Mit 1 Taf. (31 S.) Zürich, Wurster & Co. 2.

Geographie.

Steinhauser, Reg.-R., Karten zur mathemat. Geographie: Erscheinungen am Sternenhimmel. — Übersicht der vorzüglichsten Projektionen. — Wien, Artaria. à 1,60.

Penck, Dr., Die Formen der Erdoberfläche. (20 S.) Prag, Deutscher Verein. 0,30.
Nachtigal, Dr. G., Sahără und Sûdân. Ergebnisse sechsjähriger Reisen in Afrika. 2. Thl. Mit 46 Holzschn., 4 Karten u. 4 Schrifttafeln. (790 S.) Berlin, Weidmann. à 20.
Bamberg, Wandkarte v. Asien. 16 Bl. Weimar, Selbstverlag u. Berlin, Reichsbuchhandlung. 15.

Neue Auflagen.

Naturwissenschaften.

Reuss, Prof. Dr., Pflanzenblätter in Naturdruck mit der botanischen Kunstsprache für die Blattform. (42 Foliotaf. mit 176 S. Text). 3. Aufl. Stuttgart, Schweizerbart. 22.
Rabenhorsts, Dr. L., Kryptogamenflora v. Deutschland, Österreich u. der Schweiz. 2. Aufl. 1. Bd. Pilze v. Doc. Dr. Winter. Lpz., Kummer. In Lfgn. à 2,40.
Hofmann, Lyc. Prof. Dr., Grundzüge der Naturgeschichte für den Gebrauch beim Unterrichte. 3. Tl. Mineralogie. 4. Aufl. (147 S.) München, Schulbuchh. 1.
Schellen, Dir. Dr. H., Der elektromagnetische Telegraph in den Hauptstadien seiner Entwickelung etc. 6. Aufl. Braunschweig, Vieweg. In Lfgn. à 3. (Erschienen 1. Lief.)
Groth, P., Tabellarische Übersicht der Mineralien, nach ihren krystallographisch-chemischen Beziehungen geordnet. 2. Aufl. (134 S.) Braunschweig, Vieweg. 6,80.
Baenitz, Dr. C., Lehrbuch der Chemie u. Mineralogie. 1. Tl. Chemie. 4. Aufl. (224 S.) Berlin, Stubenrauch. 2.
—, Leitfaden für den Unterricht in der Chemie u. Mineralogie. 4. Aufl. (120 S.) Ebda. 1.
Krist, Landesschulinsp. Dr., Anfangsgründe der Naturlehre für die unteren Klassen der Mittelschulen. 11. Aufl. (224 S.) Wien, Braumüller. 3.

Zusätze zur Bibliographie von Heft 1. (1882.)

Zu S. **42**: Preis von Bartl, Sammlung ist 2 Mark.

S. **44**: Preis von Erler, Elem.: 1 Mark (vgl. S. 70).

Zu S. **56**, Anmerkung *) *) von Koppe ist Ende vor. J. die **15.** Aufl. erschienen (vgl. S. 71), was auch im Text (Zeile 12 v. o.) gesagt ist; in der Anm. mufs es heifsen „lag" statt „liegt",

S. **55**: Die Höhenzahlen sind jetzt in Metern angegeben, doch ist in der neuen Auflage zu rügen die Schreibweise „1600^{m}" statt der vorgeschriebenen „1600 m".

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die revidierten Lehrpläne an preufsischen höhern Unterrichtsanstalten.

(Aus der Norddeutschen Allgemeinen Zeitung Nr. 57. 1882.)

Der preufsische Kultusminister hat dem Abgeordnetenhause bei Gelegenheit der Begründung der durch die Einführung revidierter Lehrpläne an höheren Unterrichtsanstalten entstehenden Mehrbedürfnisse nachfolgende Erläuterungen zugehen lassen:

Die Lehreinrichtung unserer Gymnasien beruht in ihren jetzt geltenden Bestimmungen auf der umfassenden Revision, welche in den fünfziger Jahren vorbereitet, durch die Cirkularverfügung vom 12. Januar 1856 zur Ausführung gebracht worden ist; die Lehreinrichtung der Realschulen ist durch die unter dem 6. Oktober 1859 erlassene Unterrichts- und Prüfungsordnung festgestellt.

In den Erfahrungen, welche in dem seit dieser Zeit verflossenen Vierteljahrhundert gesammelt sind, findet sich die ausreichende Grundlage zu erneuter Erwägung der Frage, in wie weit die bestehenden Einrichtungen als bewährt zu erachten sind und an welchen Stellen sie einer Änderung bedürfen. Die Konferenz vom Oktober 1873, zu welcher der damalige Unterrichtsminister mit Männern, welche der Unterrichtsverwaltung oder der unmittelbaren Lehrthätigkeit angehörten, Vertreter der verschiedensten Richtungen vereinigt hatte, hat sowohl durch ihre eigenen der Öffentlichkeit übergebenen Verhandlungen, als insbesondere durch deren Verwertung in den weiten Kreisen der an dieser Frage Beteiligten wesentlich dazu beigetragen, die allgemein gültigen Erfahrungen von den zufälligen Beobachtungen beschränkter Bedeutung zu unterscheiden und die Gesichtspunkte und Grundsätze herauszuheben, welche bei einer Revision der in Rede stehenden Lehreinrichtung einzuhalten sind. Die Zentralverwaltung des Unterrichts hat seitdem unausgesetzt der Erwägung der Revision ihre Aufmerksamkeit zugewendet. Im Hinblick darauf, dafs die fortschreitende Entwickelung der einzelnen Wissenschaften auf den Unterricht an den höheren Schulen einen wesentlichen Einflufs ausübt, hat es die Zentralverwaltung für eine ihrer wesentlichsten Aufgaben erachtet, zwischen dem an der Schule einzuhaltenden Mafse und den Forderungen der Wissenschaft einen bestimmten Unterschied aufrecht zu halten und darauf Bedacht zu nehmen, dafs durch die Höhe der Lehrziele in den einzelnen Gegenständen, die Verbindung der Lehrobjekte und den Umfang der Lehraufgabe in den einzelnen Klassen kein Anlafs zu der Sorge vor einer Überbürdung unserer Jugend gegeben werde. Nachdem über den aus diesen Erwägungen hervorgegangenen Revisionsentwurf die gutachtlichen Äufserungen der Provinzialbehörden gehört und verwertet worden

sind, steht die Zentralverwaltung im Begriff, denselben zur Ausführung zu bringen. Bei dieser zur Einführung vorbereiteten Revision der Lehrpläne sind für die Unterrichtsverwaltung folgende Gesichtspunkte mafsgebend gewesen.

1. Die Unterscheidung der Gymnasien und Realschulen ist als sachlich begründet und durch die Erfahrung bewährt aufrecht zu halten. Der von vereinzelten Stimmen befürwortete Gedanke, für alle diejenigen jungen Leute, deren Lebensberuf wissenschaftliche Fachstudien auf einer Universität oder einer technischen Hochschule erfordert, eine einheitliche, die Aufgabe des Gymnasiums und der Realschule verschmelzende höhere Schule herzustellen, ist, wenigstens unter den gegenwärtigen Kulturverhältnissen, mit denen allein gerechnet werden darf, nicht ausführbar, ohne dafs dadurch die geistige Entwickelung der Jugend auf das schwerste gefährdet würde.*)

Dagegen hat die der Unterrichtsordnung von 1859 zu Grunde liegende Überzeugung, dafs Realschulen ohne Latein nur als unvollständige, einer niederen Ordnung angehörige Lehranstalten zu betrachten seien, durch die weitere Entwickelung nicht Bestätigung gefunden; vielmehr haben Realschulen, welche bei gleicher Dauer des Lehrkursus, wie die Realschulen I. Ordnung, die sprachliche Bildung ihrer Schüler ausschliefslich auf moderne Kultursprachen begründen, eine immer mehr steigende Anerkennung als Schulen allgemeiner Bildung sich erworben. Diese Erfahrung ist sowohl an preufsischen als an aufserpreufsischen deutschen Lehranstalten dieser Art gemacht.

Ferner nicht bestätigt hat sich der in der Unterrichtsordnung von 1859 zur Geltung gelangte Gesichtspunkt, dafs alle realistischen Lehranstalten von geringerer Kursusdauer, als die der Gymnasien und Realschulen I. Ordnung ist, im wesentlichen nur als die untere Abteilung von Realschulen I. Ordnung betrachtet werden, denen der Abschlufs durch die Prima fehlt, vielmehr hat es sich als zweifelloses Bedürfnis erwiesen, dafs für eine höhere bürgerliche Bildung Schulen errichtet werden, welche in sechsjähriger Lehrdauer — vom 9. Lebensjahre der Schüler gerechnet — unter Ausschlufs des lateinischen Unterrichts, zu einem bestimmten, nicht auf die Fortsetzung durch weiteren allgemeinen Unterricht hinweisenden Abschlusse führen und den als reif entlassenen Schülern die Erwerbung des Militärzeugnisses vermitteln. Lateinlose höhere Bürgerschulen der bezeichneten Art bestehen in dem aufserpreufsischen Deutschland in grofser Zahl (mehr als fünfzig), in Preufsen vorläufig noch in geringer (neun), sind aber auf Grund ihrer Erfolge in unverkennbarer Aufnahme begriffen.

Die Unterrichtsverwaltung hat sich hierdurch bestimmt gefunden, mit der Revision der Lehrpläne für die Gymnasien und die Realschulen I. Ordnung zugleich Normal-Lehrpläne für die lateinlosen Realschulen von neunjähriger Lehrdauer und für die lateinlosen höheren Bürgerschulen von sechsjähriger Lehrdauer zu entwerfen und dadurch die gesamten Verhältnisse der höheren Schulen zu klarer Übersicht zu bringen.

2. An den Gymnasien ist es seit der im Jahre 1856 getroffenen Änderung des Lehrplanes als ein Übelstand empfunden worden, dafs in den drei Jahreskursen der untersten Klassen je eine neue fremde Sprache in den Unterricht eingeführt wird, in Sexta die lateinische, in Quinta die französische, in Quarta die griechische. Indem überdies in Quarta der Beginn des mathematischen und des eigentlich historischen Unterrichts hinzutritt, so erklärt sich daraus, dafs ein erheblicher Teil der Schüler einer längeren Dauer des Aufenthalts in Quarta bedarf oder die Quarta überhaupt nicht überschreitet.

---

*) Dies ist also in anderer Form der Satz: die Einheitsschule ist unmöglich. Red.

Ferner läſst sich von dem naturbeschreibenden Unterricht an Gymnasien ein befriedigender Erfolg nicht erwarten, nachdem durch die Lehreinrichtung von 1856 derselbe in Quarta unterbrochen wird, und selbst für Sexta und Quinta ein gänzliches Aufgeben dieses Unterrichts den Schulen gestattet ist.

Dazu kommt, daſs überdies dem physikalischen Unterricht in Sekunda nur eine wöchentliche Lehrstunde zugewiesen ist. Die hieraus sich ergebende Beeinträchtigung der naturwissenschaftlichen Elementarbildung trifft vielleicht Diejenigen, welche dem naturwissenschaftlichen oder einem damit zusammenhängenden Studium sich später widmen, noch nicht einmal so nachteilig, als alle die Anderen, deren Berufsstudium keinen Anlaſs giebt zur Ausfüllung dieser Lücken.*)

Dem an erster Stelle bezeichneten Übelstande läſst sich nicht dadurch abhelfen, daſs der Unterricht im Französischen, wie dies vor 1856 der Fall war, auf die Klassen von Tertia aufwärts beschränkt werde. Das Gymnasium ist allen seinen Schülern, nicht blos denen, welche etwa schon aus den mittleren Klassen abgehen, die zeitigere Einführung in diese, für unsere gesamten bürgerlichen und wissenschaftlichen Verhältnisse wichtige Sprache unbedingt schuldig.

Dagegen läſst sich der Beginn des griechischen Unterrichts, unter annähernder Beibehaltung der Gesamtzahl der ihm jetzt am Gymnasium gewidmeten Lehrstunden, auf Tertia aufschieben, ohne dadurch den Erfolg desselben zu beeinträchtigen, sofern dafür gesorgt wird, daſs in der grammatischen Seite des Unterrichts, gegenüber der Lektüre, das richtige Maſs eingehalten wird.

Durch diese Änderung wird nicht nur für die Entwickelung des naturbeschreibenden Unterrichts der erforderliche Raum beschafft, sondern es werden zugleich die Lehrpläne der Gymnasien und der Realschulen I. Ordnung für die drei untersten Jahreskurse so angenähert, daſs bis zur Versetzung nach Untertertia der Übergang von der einen Kategorie der Schulen zu der anderen unbehindert ist. Die daraus sich ergebende Folge, daſs erst nach dreijährigem Schulbesuche die Entscheidung für Gymnasium oder Realschule I. Ordnung erforderlich ist, wird um so beachtenswerter erscheinen, wenn man in Betracht zieht, daſs an 150 Orten nur gymnasiale, an 81 Orten nur realistische Anstalten mit lateinischem Unterrichte bestehen.

3. An den Realschulen I. Ordnung entsprechen in der weit überwiegenden Mehrzahl der Fälle die Erfolge des lateinischen Unterrichts weder dem Maſse der auf denselben verwendeten Zeit noch insbesondere der Bedeutung, welche diesem Unterrichte in der gesamten Lehreinrichtung dieser Anstalten zugewiesen ist. Der Mangel ausreichenden Erfolges trifft vorzugsweise oder ausschlieſslich die obersten Klassen und wird nach dem übereinstimmenden Urteile der Fachkenner dem Umstande zugeschrieben, daſs in diesen Klassen die Zahl der lateinischen Lehrstunden auf ein zu geringes Maſs herabgesetzt ist. Andererseits hat auf dem naturwissenschaftlichen Gebiete die Ausdehnung des naturbeschreibenden Unterrichts bis in die obersten Klassen den kaum zu vermeidenden Anlaſs gegeben, die der Schule gestellte Aufgabe zu überschreiten und in theoretische Hypothesen einzugehen, deren Erwägung dem Fachstudium auf einer Hochschule überlassen bleiben muſs. Die hiermit verbundene Zersplitterung des naturwissenschaftlichen Interesses in den obersten Klassen auf drei

*) Die hier bezeichneten zwei groſsen Mängel des preuſsischen Gymnasialregulativs haben wir schon vor nun beinahe zwanzig Jahren als solche bezeichnet und auch an vielen Stellen dieser Zeitschrift sind sie nicht allein von uns, sondern auch von preuſsischen Schulmännern als Mängel anerkannt und bezeichnet worden (vgl. z. B. Buchbinder in d. Z. I, 32 . . .) Seit 1856 bestehen dieselben und erst jetzt nach ca. 25 Jahren macht das preuſs. Unterrichtsministerium Miene, dieselben zu beseitigen. Für eine künftige „Geschichte des mathematischen und naturw. Unterrichts“ darf dieses Faktum nicht unberücksichtigt bleiben. Red.

Gebiete, Naturbeschreibung, Physik und Chemie, ist entschieden nachteilig, so daſs der Erfolg nicht dem Aufwande an Zeit entspricht. Durch eine veränderte Abgrenzung und Anordnung wird es möglich, dem naturwissenschaftlichen Unterrichte bei einer nur wenig verminderten Stundenzahl die gebührende Bedeutung in vollem Maſse zu erhalten und zugleich dem lateinischen Unterrichte die unerläſsliche Verstärkung zu verschaffen.

4. Die lateinlosen Realschulen von neunjähriger Lehrdauer haben sich im Wesentlichen selbständig entwickelt, ohne daſs im Voraus ein Normalplan für die Stundenzahl und für die in den einzelnen Gegenständen zu erreichenden Lehrziele vorgezeichnet war. Infolge hiervon sind sie nicht frei von der Gefahr geblieben, durch eine überwiegende Hingebung an die mathematisch-naturwissenschaftliche Seite des Unterrichts den Charakter von Fachschulen anzunehmen. Dieser Gefahr vorzubeugen liegt im dringenden Interesse dieser Schulen, denn nur insoweit dieselben den thatsächlichen Beweis liefern, daſs auch unter Beschränkung auf moderne Sprachen der Aufgabe der sprachlich-formalen und der ethischen Bildung vollständig Genüge geschieht, sind dieselben fähig, als Schulen allgemeiner Bildung neben den Gymnasien und den Realschulen I. Ordnung zu gelten.

Bei den lateinlosen höheren Bürgerschulen ist hier und da das Streben nach einer Steigerung der Lehrziele ersichtlich geworden; diesen an sich aus schätzbaren Motiven hervorgegangenen Bestrebungen muſs vorgebeugt werden, wenn diesen Schulen die segensreiche Wirksamkeit auf weite Kreise gesichert werden soll.

Die nach den vorbezeichneten Gesichtspunkten unternommene Revision der Lehrpläne führt an einigen Punkten zu dem Erforderniſs einer mäſsigen Erhöhung der für den Unterrichtsbetrieb der höheren Schulen aufzuwendenden Kosten.

An den preuſsischen höheren Schulen von neunjährigem Lehrkursus ist es gestattet, daſs in den drei obersten Klassen je zwei, um einen Jahreskursus sich unterscheidende Schülergenerationen ungetrennt unterrichtet werden; eine Trennung dieser Klassen in je zwei aufsteigende Klassen (Untertertia, Obertertia etc.) wird erst dann erfordert, wenn die Gesamtfrequenz einer derselben eine bestimmte Maximalgrenze überschreitet. Man kann nicht verkennen, daſs in der Vereinigung von so erheblich unterschiedenen Schülern nicht allein eine Erschwerung der Aufgabe des Unterrichts liegt, sondern auch eine unvermeidliche Beeinträchtigung des Erfolges sowohl für die ältere, als für die jüngere Generation der Klasse, und man wird nicht anstehen dürfen, der in den süddeutschen Staaten bestehenden Einrichtung, welche solche Vereinigung unbedingt ausschlieſst, den Vorzug zuzuerkennen, aber die Rücksicht auf die Kostenersparung an minder frequenten Anstalten macht es unmöglich, die fragliche Einrichtung allgemein abzustellen. Unzulässig aber ist diese Vereinigung von zwei um einen Jahreskursus unterschiedenen Schülergenerationen in solchen Lehrgegenständen, in welchen der Unterschied eines Lehrjahres einen so bedeutenden Unterschied der Schüler begründet, daſs ein gemeinsamer Unterricht nicht mit ausreichendem Erfolge ausführbar ist. Dies trifft nach der vorbereiteten Revision der Lehrpläne die Tertia des Gymnasiums im griechischen Unterrichte, da derselbe in dieser Klasse erst begonnen wird; es trifft aus etwas anderem Grunde die Sekunda der neunjährigen Realschulen mit oder ohne Latein im naturwissenschaftlichen Unterrichte, da nur auf das erste Jahr der Sekunda der naturbeschreibende Unterricht sich erstrecken, im zweiten dagegen der chemische beginnen soll. Schon nach den bisherigen Lehrplänen hätte aus demselben Grunde, welcher für das Griechische in der Gymnasialtertia jetzt zur Geltung kommt, die Vereinigung von zwei erheblich unterschiedenen Schülergenerationen nicht gestattet werden sollen für das Englische in der Tertia der Realschulen und für die Mathematik in der Tertia der Gymnasien und der Realschulen,

und die Trennung ist jedenfalls jetzt zu fordern, um durch die Ermöglichung eines größeren Erfolges der Lehrstunden die Erreichung des Lehrzieles zu sichern und zugleich jede Gefahr einer Überbürdung der Schüler mit häuslicher Arbeit fern zu halten.

Die hiernach in Aussicht genommene Trennung der fraglichen Klassen nur für bestimmte Gegenstände erfordert eine ungleich geringere Erhöhung der Kosten, als durch eine vollständige Trennung derselben würde herbeigeführt werden; dieselbe trifft selbstverständlich nur diejenigen Schulen, an welchen nicht bereits infolge der Frequenz Unter- und Obertertia, Unter- und Obersekunda durchgängig und bleibend unterschiedene Klassen bilden.

Bei einer angestellten überschläglichen Berechnung der Kosten, welche an den mit ungeteilten Tertien (bezw. Sekunden) bestehenden höheren Schulen durch die erforderte partielle Trennung der Tertien (bezw. Sekunden) erwachsen würden, sind die für die einzelnen Anstalten in Betracht kommenden speziellen Umstände, insbesondere ob die vermehrte Anzahl der Lektionen durch noch verfügbare Pflichtstunden der Lehrstellen ganz oder großenteils zu bestreiten ist, oder ob durch die hohe Frequenz der fraglichen Klassen die gänzliche Trennung derselben nach den allgemeinen Grundsätzen erfordert wird, in genaue Erwägung genommen worden.

Hiernach hat sich ergeben, daß für die in dem Staatshaushaltsetat für 1881/82 Bd. II Nr. 17, Beilage 8 unter A und C verzeichneten Schulen ein Mehraufwand überhaupt nicht erfordert wird, daß ferner für die vom Staate zu unterhaltenden Anstalten unter B daselbst der erforderliche Mehraufwand sich auf ca. 12 000 ℳ belaufen wird, und daß die in der Abteilung D aufgeführten, nicht staatlichen Anstalten einen Mehraufwand von ca. 34 500 ℳ erfordern werden, welcher mit Rücksicht darauf, daß er durch eine seitens der Staatsregierung getroffene Einrichtung veranlaßt wird, im Falle der Leistungsunfähigkeit der unterhaltungspflichtigen Gemeinden und Fonds zum erheblichen Teile, und zwar, wie vorläufig anzunehmen ist, zum halben Betrage mit 17 000 ℳ auf Staatsfonds zu übernehmen sein wird.

Aus diesem Grunde hat die Staatsregierung in den Entwurf des Staatshaushaltsetats für 1882/83 unter Kapitel 120 Titel 6b eine Position von 29 000 ℳ, im Sinne eines nach dem in jedem einzelnen Falle geprüften Bedarfs zu verwendenden Dispositionsfonds, aufgenommen.

Proben aus dem mathematischen Seminar- und Volksschulunterricht.

VII.

Die Raumgrößenlehre von Dr. Ernst Kuhn (Berlin bei C. Habel), zweite Stufe: „Begründung des geometrischen Wissens und Könnens" enthält u. A. Folgendes*):

Im § 187 sowie an einigen Stellen der ersten Stufe findet sich die Bezeichnung ${}_1g$ und ${}_2g$. Sollten die Indices mit Absicht links gesetzt sein, so ist das zu mißbilligen, da schon das Rückwärtsgehen beim Schreiben eine solche Bezeichnung als unzulässig erscheinen läßt.

Im § 108 u. ff. werden mit Aufwendung vieler Druckerschwärze Forderungen aufgestellt, wie diese: „Eine Strecke über ihre Endpunkte

*) Die meisten dieser „Böcke" sind jedoch sehr zahmer Natur und dürften wohl nur mit „Böckchen" bezeichnet werden, doch immerhin noch charakteristisch genug für jene Gattung von Schulbüchern. Red.

hinaus zu verlängern. Lösung ohne Beweis“ oder: „Zwei gegebene Punkte sind durch eine Gerade zu verbinden. Lösung ohne Beweis.“

In demselben §: „Grundsatz 8. Zwischen zwei Punkten ist die gerade Linie die kürzeste. Zusatz: Gerade Linien sind gleich lang (oder kongruent), wenn ihre Endpunkte paarweise zusammenfallen. Umkehrung: Die Endpunkte gleicher gerader Linien fallen paarweise zusammen.“

Im § 198. „Grundsatz 32. Geradlinige Figuren sind ähnlich, wenn die Seiten der einen denen etc.

Grundsatz 33. In ähnlichen Figuren sind die etc.“

Es ist gar nicht zu verstehen, wozu diese Umkehrungen dienen sollen.

Im § 166 findet sich zu der Erklärung von Winkelgraden, Winkelminuten etc. folgender ganz unverständliche Zusatz: „Befinden sich in verschiedenen Kreisen gleiche Mittelpunktswinkel, so sind die verschiedenen Bogen, welche diesen Winkeln entsprechen, ähnlich.“ Ob der Verf. nicht weifs, dafs alle Kreise ähnlich sind, oder ob er einen Unterschied macht zwischen dem Zentriwinkel und dem zugehörigen Bogen?

Im § 196. „Anmerkung 1. Eine Proportion ist nichts als eine „Verhältnisgleichung“ d. h. also die Beziehung zweier gleichen Divisionen, die denselben Quotienten (oder Exponenten) haben, zu einander.“ Welches Deutsch! Und Exponent bei der Division!

Im § 204 lautet Zusatz I.: „Werden über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks ähnliche Figuren konstruiert, so ist die Figur etc.“ Die ganz unerlässliche Voraussetzung, dafs die drei Seiten homolog sein müssen, fehlt.

Im § 213: Achse der Pyramide ist die „Gerade von der Spitze zum Mittelpunkte der Grundfläche, sofern die Grundfläche eine einbeschriebene Figur ist.“ Weshalb die gebräuchliche Bezeichnung regelmäfsig nicht angewandt? (Mufs jede einem Kreise „einbeschriebene“ Figur regelmäfsig sein? Red.)

Im § 214: „Jeder gerade Kegel hat gleiche Seitenlinien und heifst gleichseitig.“

Im § 219 findet sich folgender zungenbrecherische Satz: „Die Einteilungszahl für das Kubikmafs ist die Kubikzahl der Einteilungszahl für das zu Grunde liegende Längenmafs.“

Attendorn in Westf. Dr. Baule.

Journalschau.

Zeitschrift für Mathematik und Physik. XXVI. Jahrgang (1881).

Heft 1. W. Veltmann giebt einen neuen, einfacheren Weg für die Integration der berühmten Differentialgleichung $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = o$ auf einer Kreisfläche bei vorgeschriebenen Randwerten an. — Buka (Berlin) bestimmt die Krümmungsverhältnisse windschiefer Flächen mittelst des von ihm neu eingeführten Begriffes der „Schränkung“. — S. Günther (Ansbach) löst die Maestlin'sche Aufgabe, den Durchschnittspunkt der Diagonalen eines sphärischen Vierecks aus den Coordinaten der Eckpunkte zu berechnen. — Kleinere Mitteilungen: Dietrich (Regensburg) drückt das Verhältnis der beiden Hauptkrümmungsradien einer Fläche durch den Winkel der beiden Inflexionstangenten aus. — Schloemilch zeigt eine nahe Beziehung des Cotes'schen Lehrsatzes zu gewissen Sätzen über Radienvektoren der Ellipse etc. auf. — Derselbe stellt Cauchys Theorem, dafs die Reihen $\Sigma\, u_k$ und $\Sigma\, 2^m\, u_{2m}$ gleichzeitig convergieren oder divergieren, eine Reihe von Pendants zur Seite. — Weihrauch (Dorpat) zeigt, wie man die Gleichung der $n$ten Wurzelpotenzen einer vorgelegten Gleichung

in der Form $\Delta = o$ darstellen kann, wo Δ eine doppelt-orthosymmetrische (von andern persymmetrisch genannte) Determinante bedeutet. — Schaertlin (Basel) bestimmt $\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} + \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2} + \cdots + \sqrt{(x_n - x)^2 + (y_n - y)^2} =$ Minimo auf statischem Wege. — Abdruck einer Arbeit Ciamicians über die Constitution der Elemente aus den Wiener Sitzungsberichten. — Hist.-liter. Abteilung. Isenkrahe (Crefeld) erkennt in Eulers Anschauungen über die Gravitation eine Anticipation der modernen Ätherstofstheorie. — S. Günther (Ansbach) bespricht den für die Geschichte der Zahlentheorie wichtigen, von Fürst Boncompagni herausgegebenen, Briefwechsel zwischen Gauss und Sophie Germain. — Rezensionen. Genocchi, Über den vorgenannten Briefwechsel (S. Günther). — Wretschko, Elemente der analytischen Geometrie (Cantor). — Girard, Philosophie scientifique (Cantor). — Buys, La science de la quantité (Cantor).

Heft 2. G. Erdmann (Insterburg) giebt eine neue Ableitung und Transformation der $n$ten Variation eines bestimmten Integrales nebst geometrischen und mechanischen Anwendungen. — Lange (Dresden) weist nach, dafs der von Chasles in seiner Geschichte der Geometrie (S. 443 der deutschen Übersetzung) aufgestellte Satz über die von einer Ecke eines variablen Tetraeders unter gewissen Umständen durchlaufene Raumkurve falsch ist. — Frenzel (Lauenburg i. P.) behandelt die Rotationsbewegung eines Drehungskörpers um einen fixen Punkt der Axe unter dem Einflufs der Schwerkraft mit den von Weierstrafs herrührenden Methoden. — Kleinere Mitteilungen: Weihrauch (Dorpat) entwickelt verschiedene neue Sätze über Binomialcoefficienten. — Derselbe berechnet den Wert der doppelt-orthosymmetrischen Determinante unter gewissen Voraussetzungen über deren Elemente. — Derselbe zeigt die Verwendbarkeit eines neuen Satzes vom ebenen Viereck, der sich algebraisch so fassen läfst: $(a \cdot c)^2 + (b \cdot d)^2 - 2abcd \cos. (\beta + \delta) = (m \cdot n)^2$, wo a, b, c, d die Seiten, m und n die Diagonalen, β und δ die Winkel (a, b) und (c, d) vorstellen. — Thomae (Jena) teilt einen von A. Voigt gefundenen Beweis des Gaufs'schen Reciprocitätsgesetzes mit. — Schloemilch kennzeichnet eine Eigenschaft concentrischer Mittelpunktskurven der zweiten Ordnung. — A. Schumann (Berlin) verbreitet sich über den bereits von A. Vogt und G. Bauer behandelten Spezialfall des „gleichseitigen" Hyperboloides. — W. Hefs (München) giebt eine hübsche Übersicht über die bemerkenswertesten Eigenschaften der Lemniskate. — Hist.-liter. Abteilung: Matthiefsen (Rostock) weist nach, dafs bereits chinesische Arithmetiker das durch die Congruenzen $Z \equiv a$ (mod. A), $Z \equiv b$ (mod. B) ... charakterisierte „Restproblem" von Gaufs in ganz ähnlicher Weise aufgelöst haben. — Hultsch (Dresden) rektificiert eine Angabe in dem von C. Henry edierten „Opusculum de multiplicatione et divisione sexagesimalibus". — Lehmann (Rudolstadt) beschreibt und diskutiert G. Weichhold's Lösung des irreducibeln Falles. — Rezensionen. Reye, Geometrie der Lage, 2. Abteilung (Milinowski). — Schubert, Abzählende Geometrie (R. Sturm). — Goetting, Einleitung in die Analysis (Cantor). — Heringa, Capillarphänomene (Warburg). — Eneström, Drei ungedruckte Briefe Bernoullis an Euler (Günther). — Govi, Über Federico Cesi, den Gründer der Accademia dei lincei (Günther). —

Heft 3. T. Horn (Leipzig) untersucht die Discontinuitäten der zweiten Differentialquotienten des Oberflächenpotentiales. — A. Schumann (Berlin) behandelt die Kinematik gesetzmäfsig veränderlicher Gebilde mit den Mitteln der Analysis des Complexen. — Matthiefsen (Rostock) integriert die den Gang eines Lichtstrahles durch eine continuierlich geschichtete Linse regelnde Differentialgleichung mit Hinweis auf das Fischauge. — Kleinere Mitteilungen. E. Weifs (Wien) giebt eine einfache Lösung

des von Günther (1. Heft) behandelten Maestlin'schen Problemes. — Boeklen (Reutlingen) giebt mehrere neue Lehrsätze über homofokale Quadriflächen. — Hocevar (Innsbruck) löst eine stereometrische Aufgabe. — Schoenemann (Soest) lehrt eine neue Konstruktion zur Verwandlung eines Rechteckes in ein gleichflächiges Quadrat. — Rezensionen. Franke, Trigonometrische Katastervermessungen (Bohn). — S. Günther, Hyperbelfunctionen (Cantor). — Rosner, Methoden zur Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens (Zech). — Herwig, Physikalische Begriffe und absolute Maſse (Zech). — Anderssohn, Massendruck aus der Ferne (Zech). — Schunke, Stabilität schwimmender Körper (Zech). — Schoop, Änderung der Dampfdichte bei variablen Druck- und Temperaturverhältnissen (Zech). — Obach, Hilfstafeln zur Messung elektrischer Leitungswiderstände (Zech). — Mathematisches Abhandlungsregister vom 1. Januar bis 30. Juni 1880.

Heft 4. T. Horn setzt seine im vorigen Heft begonnene Studie fort. — Holzmüller (Hagen) entwirft eine umfassende Theorie der aus der Relation $z = (az^n + b)^{\frac{1}{m}} \cdot (cz^n + d)^{-\frac{1}{m}}$ entspringenden isagonalen Verwandtschaft. — Wiener (Karlsruhe) giebt eine neue Klassifikation der Radkurven, durch welche die sogenannten Pericykloiden in Wegfall kommen. — Kleinere Mitteilungen: Boeklen (Reutlingen) betrachtet die kürzesten Linien einer Fläche im bipolaren Coordinatensystem. — Schroeter (Breslau) knüpft an den von Lange bemerkten unrichtigen Chales'schen Satz an (2. Heft) und legt die mutmaſsliche Entstehung des Irrtums dar. — Hist.-liter. Abteilung: Heilermann (Essen) stellt eine sehr originelle Hypothese zur Erklärung der bei den alten Autoren vorkommenden Näherungswerte quadratischer Irrationalitäten auf. — Rezensionen. Edelmann, Neue physikalische Apparate (Koetteritzsch). — Castigliano, Theorie der elastischen Systeme (Biadego). — Tessari, Theorie der Schattensconstruktionen (Wiener). — Brill, 5. und 6. Serie der mathematischen Gipsmodelle (Noether). — Schottky, Theorie der Abel'schen Funktionen von drei Variablen (Noether). — A. Fick, Das Gröſsengebiet der vier Rechnungsarten (Noether). — Thomae, Analytische Funktionen einer complexen Veränderlichen (Lüroth). — Graf, Beiträge zur Theorie der Riemann'schen Flächen (Lüroth). — Ruchonnet, Calcul approximatif, 2. Aufl. (Cantor).

Heft 5. G. Hauck (Berlin) setzt seine Ansichten über die Grundprincipien der Linearperspektive zu dem Zwecke auseinander, miſsverständlichen Beurteilungen seiner früheren Publikationen zu begegnen. — Küttner (Burg) behandelt analytisch einige für die Bevölkerungsstatistik wichtige Probleme der Heiratswahrscheinlichkeit. — Thomae (Jena) begründet eine neue elementare Theorie der hypergeometrischen Reihen auf die Entwicklung des Produktes $(1 - s)^{-u}(1 - xs)^{-r}$ in eine Potenzreihe. — Kleinere Mitteilungen. Much (Hamm) integriert in abweichender Weise die Differentialgleichung $\Delta y dx = - \Delta x dy$, von welcher das Additionstheorem der elliptischen Integrale abhängt. — Finger (Wien) rät die Ersetzung des zweischneidigen Kater'schen Reversionspendels durch ein einschneidiges an. — Hist.-litter. Abteilung. Favaro (Padua) liefert eine eingehende Biographie des am 22. Nov. 1803 geborenen, am 6. Nov. 1880 verstorbenen Professors Justus Bellavitis, begleitet von einem detaillierten Publikationsverzeichnis, 176 Nummern umfassend. — Rezensionen. Lockyer-Siebert, Beobachtungen der Sterne sonst und jetzt (Valentiner). — H. Klein, Anleitung zur Durchmusterung des Himmels (Valentiner). — Hoppe, Analytische Geometrie, 1. Teil (Enneper). — Seeger, Neuere Geometrie (Schwering). — Joachimsthal-Natani, Flächentheorie und Curven doppelter Krümmung (Cantor). — F. Meyer, Analytische Geometrie (Cantor). — Klempt, Einführung in die neuere Algebra (Cantor). — Niedermüller, Lagranges mathematische

Elementarvorlesungen (Cantor). — Spiefs, Erhard Weigel (Cantor). — Schapira, Theorie der Cofunktionen (Cantor). — Usener, Dl. Stephano Alexandrino Commentatio (Cantor). — Favaro, das mathematische Studium an der Universität Padua (Cantor). — Favaro, Galilei und Cecco di Ronchittis Dialog über den neuen Stern (Cantor). — Hultsch, Heraion und Artemision (Cantor). — H. Weber, Über Causalität in den Naturwissenschaften (Cantor).

Heft 6. Wittwer (Regensburg) setzt seine atomistischen Betrachtungen über mathematische Chemie fort (vgl. Jahrg. XXV). — Krey (Freiburg i. B.) wendet Cauchy's Fundamentaltheorem, das über eine geschlossene Curve erstreckte Integral $\int F(z)\,dz$ betreffend, auf die Lehre von den algebraischen Gleichungen und von den elliptischen Funktionen an. — Kleinere Mitteilungen: Biehringer (Nürnberg) giebt einen das Mariott'sche und das Gay-Lussac'sche Gesetz als Spezialfälle einschliefsenden allgemeinen Ausdruck an. — Böklen (Reutlingen) weist an den Krümmungslinien eines Ellipsoides analoge Brennpunktseigenschaften wie an der ebenen Ellipse nach. — Lauermann (Prag) entwickelt Sätze über die Normalen einer Ellipse. — P. Vogel (München) wiederlegt einige Behauptungen Plateau's über Discontinuitäten transscendenter krummer Linien. — Hovestadt (Münster i. W.) versieht einen Determinantensatz von Weierstrafs mit einem neuen Beweise. — Hornstein (Prag) formuliert einige Gesetze über den Bau und die Anordnung des von den kleinen Planeten gebildeten Ringes. — Biehringer (Nürnberg) giebt einige Regeln für die korrekte Bestimmung meteorologischer Mittelwerte. — Rezensionen: Schroeter, Die Oberflächen zweiter Ordnung und die Raumcurven dritter Ordnung als Erzeugnisse projektivischer Gebilde (Milinowski). — E. Müller, Zur Grundlegung der Psychophysik (Dietrich-Stuttgart). — Somoff-Ziwet, Theoretische Mechanik (Zech). — Clausius, Mechanische Wärmetheorie, 2. Band, 2. Aufl. (Zech). — Mathematisches Abhandlungsregister vom 1. Juli bis 31. Dezember 1880.

Central-Organ f. d. Int. des R.-W. Jahrgang IX.

(Forts. v. Hft. 1. S. 87.)

Heft 7—8. Nach einigen lesenswerten Aufsätzen über neusprachlichen Unterricht werden zwei pädagogische Schriften rezensiert, von denen nur die folgende für uns von Bedeutung ist: Pohlmann, Beiträge zur Umgestaltung des höhern Schulwesens. Verfasser will den Gymnasiallehrplan in der Weise reformieren, dafs er das Französische und Hebräische ganz, Mathematik und Naturkunde von Sekunda ab hinausweist. [Schöne Aussichten! Die Mathem. und Naturk. stehen ohnehin nur mit einem Fufse drin, und welcher Zwiespalt! — Denn soeben macht das preufs. Unterrichtsministerium Anstalt, auch den andern Fufs hineinzuschieben. Red.] Verf. verheifst auch einen hierauf bezügl. Realschul-Lehrplan. — Rezensiert sind 18 naturw. Schriften. Unter ihnen erhalten die Hofer'schen Durchschnittsmodelle (s. bei uns XI, 390 u. f.) nur bedingtes Lob. Ref. zieht ihnen die lebendig entstehende Zeichnung an der Tafel vor. Rüdorffs chem.-mineralog. Schulbücher werden sehr gelobt. Gewürdigt sind noch nach Verdienst: Müller-Pfaundler, Physik; Kolbe, organ. Chemie; Wallach, chem. Tabellen (s. bei uns XII, 293); Keller, zoolog. Leitfaden (s. bei uns XII, 371); Heller, Schmarotzer; Uhlworm, bot. Centralblatt; Karsten, deutsche Flora; Krafs-Landois, Pflanzenreich. — Im Archiv ist der Normal-Lehrplan für die Realschulen II. O. im Grofsherz. Hessen mitgeteilt. Realschul-Jubiläum in Duisburg (20. V. 81).

Heft 9. Hentig-Berlin behandelt ein fast allzuweites Thema „die Naturwissenschaften und die Realschule" im Anschlufs an 67 ge-

nannte und berücksichtigte Schriften aber im Gegensatz zu dem Geiste des Realschulunterrichts, rein theoretisch und ohne Eingehen auf statistische Ermittelungen und praktische Erlebnisse und giebt am Schlusse eine Zusammenstellung der nach seiner Ansicht notwendigen Lehrstunden für Naturw., wobei als Minimum 3 festgesetzt sind (nur in III u. IV Geographie combin. mit Naturgeschichte 4 St.) Die Stundenzahl ist für Gymnasium und Realschule ziemlich gleich und nur in II der Realschule wird eine St. mehr (5 St.) gefordert. — Angezeigt wird Schmids Encyclopädie, 4. Bd. Dann sind 15 geogr. Schriften rezensiert, unter denen auch die astron.-geographischen von Valentiner, Diesterweg-Strübing, Martus, Steinhauser und die allgemein-geographischen von Hann-Hochstetter-Pokorny, Wagner (Abrifs), sowie die Atlanten von Amthor und Isleib sich befinden.

Heft 10—11. Dieses Doppelheft enthält keine unsre Fächer betreffende oder auch nur streifende Aufsätze, dagegen eine Anzahl (8) Rezensionen mathematischer, z. T. auch in unserer Ztschr. besprochener, Lehrbücher: Röntgen, analyt. Geom.; Wenk, graphische Arithmetik, und Mikoletzky, Konstruktion algebraischer Ausdrücke; Junghans, ebene Geometrie, Gandtner, Elemente der analyt. Geometrie; Gandtner-Junghans Sammlung geometr. Konstruktions-Aufgaben; Petersen, Methoden etc.; Bremiker, 6 stell. Logar.-Tafeln.

Heft 12. Die fesselnd geschriebenen „Reisefrüchte“ von Strack (III. „Bilder aus Griechenland“) werden nicht blofs den Lehrer der Geographie interessieren, sondern jeden, der einen Sinn für freie Natur, für Land und Leute hat. — Im folgenden Artikel „Über Wert und Würde der Schullehrer“ giebt uns Kühne den wesentlichen Inhalt eines alten Buches von 1746 auf der K. Bibliothek zu Stuttgart, woraus wir erfahren, wie und was man vor ca. 150 Jahren vom Lehrerstande gedacht hat, aber von Lehrern der Mathematik und Naturw. kommt so gut wie nichts vor. Sodann erhält der durch seine Rektoratsrede bekannte Gelehrte W. Hofmann-Berlin eine derbe Lektion, weil er nicht geschwiegen, resp. widerrufen, sondern, trotz der Entgegnungen eines Bach, Steinbart und Wislizenus seine Rede „wieder aufgelegt und am 2. Teile derselben nichts geändert“ hat. Eine Unterstützung bietet den Anhängern der Realschule die Statistik der im Königr. Preufsen (1879—1881) pro facultate docendi Geprüften, welche günstigere Ergebnisse für die Realschüler aufweist, als für die Gymnasiasten. Jene haben „mehr gute Zeugnisse“ und „weniger Zurückweisungen“ erlebt, als diese.

(Hiermit endet der IX. Jahrgang dieser verdienstlichen Zeitschrift. Der Inhalt der vorliegenden Nummern des X. Jahrg. folgt im nächsten Hefte.)

Pädagogisches Archiv. Jahrg. XXIII.

(Forts. v. Heft 1. S. 87.)

Heft 8. Der Herausgeber Krumme-Braunschweig giebt eine Fülle von physikalischen Aufgaben aus der Wärmelehre nebst Lösungen, mit besonderer Berücksichtigung der Technik und weist am Schlusse auf die bekannten Werke von Kohlrausch und Külp als auf eine reiche Quelle und Grundlage für derartige Aufgaben hin. — Petzold-Braunschweig giebt einen Überblick über das Wesentliche der Verhandlungen des diesjährigen-Geographen-Kongresses in Berlin mit besonderer Berücksichtigung des geogr. Schulunterrichts, namentlich der beiden hierauf bezüglichen Vorträge von Prof. Kirchhoff-Halle und Wagner-Göttingen (S. u. Ztschr. XII, 482 ff.). — Bericht über die Jubelfeier des Friedrich-Werderschen Gymnasiums in Berlin, aus welchem berühmte Männer hervorgegangen sind.

Heft 9. Meist sprachlich-geschichtl. Inhalts. Doch finden sich eine Anzahl lesenswerter Rezensionen mathem. Lehrbücher aus der Feder von Reidt: Gandtner-Gruhl, analyt. Geom.; Milinowski, Plani-

metrie; Nagel, ebene Geometrie; Worpitzki, Elemente d. M. (Arithmetik), letzteres ausführlicher und von einem prinzipiell verschiedenen Standpunkte aus besprochen. Dronkes Kegelschnitte bespricht Diekmann lobend. Sodann werden noch beleuchtet Hölzels geogr. Charakterbilder von Wolkenhauer; O. Richters Atlas f. h. Schulen von Dronke; die Leitfäden von Dronke, Seydlitz und Lüben durch Reidt; Behrens, allgem. Botanik von Kraepelin; Wünsches Schulflora von Deutschland durch Bertram, einen Prediger zu Braunschweig.

Heft 10. Reichhaltiger als das vorige ist dieses Heft. Denn es enthält einen „Zweiten Beitrag zum Unterricht in der Mechanik“ von Krumme (den ersten s. Päd. Arch. 1878, S. 422), bestehend aus einer grofsen Anzahl gesammelter Aufgaben aus dem mechanischen Teile der Physik mit deren Resultaten, resp. Lösungen z. T. auf Grund angestellter Experimente. Diesen Aufgaben fügt Gymnasiallehrer Schlie-Braunschweig, noch 35 Nummern über das Trägheitsmoment hinzu. (I. Trägheitsmomente. II. Physisches Pendel. III. Anwendungen der Pendelgesetze. IV. Absolute Einheiten. V. Gegenseitige Wirkungen zweier Magnete. VI. Erdmagnetismus). Der Verfasser (Krumme) beansprucht nur das „Verdienst, andern die Mühe des Sammelns und Ordnens zu sparen.“

(Schlufs des XXIII. Jahrgangs ds. Ztschr.)

(Oest.) Zeitschrift f. d. Realschulwesen. Jahrgang VI.

(Forts. v. Heft 1. S. 88.)

Heft 9. Aus der sehr ausführlichen Statistik der österr. Realschulen (inclus. Realgymnasien) erfahren wir, dafs es Ende 1879/80 in Österreich 61 Ober-, 21 Unter-Realschulen und 8 Realgymnasien mit Oberrealschulklassen, zusammen also 90 realistische h. Lehranstalten (= Mittelschulen) gab. Da nun Österreich Ende 1880 rund 22 Millionen Einwohner hatte (genauer 22 131 000), so kommt auf 245 000 Einwohner eine Realschule. — Besprochen sind eine Anzahl naturw. und mathem. Lehrbücher: Hölders geogr. Jugendbibliothek ed. Hellwald-Umlauft; Terks (Leipzig) Somatologie des Menschen. Von Kolbe sind besprochen: Bufsler, Trigonometrie; Bremiker, 6stellige Logarithmentafeln; Joachimsthal, Anwendung der Diff.- und Integralrechnung auf die Flächen und doppeltgekrümmten Curven; Unverzagt, Quaternionen. Die Lektüre dieser Rezensionen ist sehr empfehlenswert, da sie wegen ihrer nicht selten feinen und trefflichen Bemerkungen (vergl. z. B. die Besprechung von Unverzagt) sehr instruktiv sind und der Referent etwaige Mängel sehr rücksichtsvoll und schonend bespricht, auch Winke zu Verbesserungen giebt (man vergl. z. B. den Schlufs des Referates über Bufslers Buch). — Wallentin bespricht Spiekers Lehrbuch der Algebra und Wagner Gallenkamps Elemente d. Mathematik 3. T. (algebr. Analysis). Jenes wird als Schulbuch empfohlen, dieses als nur brauchbar unter Leitung eines tüchtigen Lehrers bezeichnet.

Heft 10. Strzemcha-Brünn plädiert für Mittelschullehrer-Vereine, wie sie z. B. Wien in seinen beiden Vereinen „Mittelschule“ und „Realschule“ bereits besitzt.*) Schnellinger-Wien behandelt im Anschlufs und mehr noch im Gegensatz zu Schellers Aufsatz (V, 449 jener Z.) noch einmal das vielbesprochene und viel diskutierte Kapitel „zum Unterrichte über Linsen und Spiegel“ mit 7 Fig. und zieht auch die physikal. Lehrbücher von Wüllner, Wallentin, Jochmann, Hermes,

*) Auch wir haben, wie die in einer Anm. (S. 583) angegebenen Herren Grafsauer und Hugelmann während unserer Wirksamkeit in Wien und besonders während unserer Mitredaction der öst. Zeitschr. f. R.-W. für diese Einrichtung gesprochen, zumal da die Österreicher wegen ihrer Ferienordnung weder die Philologen- noch die Naturforscher-Versammlung besuchen konnten. Red.

Heussi, Handl, Münch, Müller, und Aufsätze (z. B. Bauer aus uns. Z. VI, 367) zum kritischen Vergleiche herbei. Seiner vergleichenden Kritik folgt seine eigene Behandlungsweise in 31 §§. Der Verf. redet besonders jener Unterrichtsmethode das Wort, welche das Experiment in den Vordergrund stellt und darauf erst die Theorie mit der mathem. Formel giebt, diese aber dann gründlich diskutiert und ihre Übereinstimmung mit dem Experiment aufweist. Dabei sucht er die Lehre von den Linsen auf eine gründliche vorausgehende Behandlung der Spiegeltheorie zu bauen resp. durch dieselbe zu unterstützen und zu vereinfachen. — In den Schulnachrichten wird „der neue Lehrplan der französischen Gymnasien“ mitgeteilt, aus dem man ersieht, dafs die französischen Gymnasiasten weniger Lehrstunden haben als die deutschen (w. 22—25, exclus. Singen, Turnen und Schreiben). Die Klasseneinteilung ist der deutschen gleich (VI bis I). In den Rezensionen wird Pohlmanns neuer exclusiver Gymnasiallehrplan (s. o.) gewürdigt. Dann werden noch besprochen: Jiričeks geogr. Dichterbilder; Steinhausers mathem. Geographie und Landkartenprojection; Dalla Tores Atlas der Alpenflora und Wiesners Pflanzenanatomie und Pfl.-Physiologie, beide von Kornhuber empfohlen; Jenkins Electrizität und Magnetismus und Schefflers polydimensionale Gröfsen.

Heft 11. Der durch mehrere ausgezeichnete Werke bekannte Prager Hochschulprofessor Tilšer schreibt einen Artikel „zur Einführung in die Anfangsgründe der darstellenden Geometrie“, welcher an der Hand geschichtlicher Entwickelung der österr. Realschule und der darstellenden Geometrie, als Lehrgegenstandes in ihr, nachzuweisen sich bemüht, dafs die Wissenschaft Monge's ein integrierender Bestandteil allgemeiner Bildung sein müsse und also auch auf die humanistischen Anstalten gehöre. Wenn der Verfasser den Kern der Streitfrage über die moderne Schulbildung in der Berücksichtigung dieses Wissenszweiges sucht, so verschiebt er unsres Erachtens den Angelpunkt jener Streitfrage, der (wie auch die Red. jener Zeitschr. in einer Schlufsanmerkung richtig betont) vielmehr in der Alternative, ob alte oder moderne Sprachen (nebst Mathematik und Naturkunde), zu suchen ist. Die descriptive Geometrie als Lehrgegenstand ist doch nur ein (allerdings wichtiger) Bestandteil des mathematischen Unterrichts, sie steht und fällt mit diesem. — Aus den „Schulnachrichten“ ersehen wir, dafs es zur Zeit im deutschen Reiche 370 Gymnasien, 174 Progymnasien, 25 Realgymnasien und 464 Real- und höhere Bürgerschulen giebt (für Preufsen s. dort eine besondere Übersichtstabelle). Ferner folgen: die Organisation des Realschulwesens in Frankreich, Lehramtsprüfungen in Baiern und die vom Geographenkongrefs in Berlin (1881) angenommenen Thesen bezügl. des geogr. Unterrichts inclus. d. geogr. Zeichnens (s. unsre Zeitschr. XII, 482). Rezensiert sind: Tschermak, Lehrbuch der Mineralogie (Toula), Stöckhardt, Schule der Chemie, bei aller Anerkennung doch mit der Ausstellung, dafs d. Verf. noch immer an der alten Theorie hängt (s. uns. Z. X, 451 und XII, 293). Schlemüllers vier physikalische Abhandlungen werden als „recht interessant behandelt“ bezeichnet (eine andre Schrift dieses Verf. s. u. Z. XI, 443). Am Schlusse bespricht Günther die „Vorschule der Geometrie“ des Herausgebers ds. Z. sehr eingehend und instruktiv.

Heft 12. Kögler-Prag spricht ein Wort für „Berücksichtigung des historischen Moments im mathematischen und physikalischen Unterrichte“. Dieser Aufsatz gehört in die Kategorie jener, welche sich in Gemeinplätzen bewegend, gänzlich — ob absichtlich oder aus Unkenntnis bleibe dahin gestellt — ignorieren, was hierin, besonders in neuerer Zeit, schon geschehen ist, sei es dafs man die Spezialwerke über die Geschichte der einzelnen Wissenszweige, sei es, dafs man

die Lehrbücher und Abhandlungen in Zeitschriften als Belege oder Muster herbeizieht.*) — Handl-Czernowitz macht sehr instruktive Bemerkungen zu Schnellingers Aufsatze über Linsen und Spiegel (s. oben Journalsch. zu Heft 10). Bergmann-Jägerndorf entwickelt specielle (von den herkömmlichen abweichende) Regeln für zwei Fälle der Auffindung von Kantendurchschnitten, welche bei der Durchdringung von Pyramiden- oder Prismenflächen auftreten können. Franz Wilhelm (anscheinend Ingenieur) fordert die Lehrer der Naturgeschichte an d. Mittelschulen und die Custoden naturhistor. Kabinete auf, zur „Entdeckung intensiv magnetischen Basalts" in ihren Gegenden Untersuchungen anzustellen. — Aus den „Schulnachrichten" erfahren wir, dafs die Frequenz der Israeliten in den österr. Mittelschulen seit 1850 von 5,5% auf 14,6% (1880) gestiegen ist, so dafs auf je 92 israel. Einw. ein Schüler kommt. Das Verhältnis dieser Steigerung zu jener der andern Confessionen ist 8:3. — Bemerkenswert ist noch: die Errichtung eines pädagogischen Lesekabinets in Zürich mit 80 Schulzeitungen, und die Resultate der Untersuchungen über Schulhygieine in Sachsen, wornach die „Luftheizung" die besten Resultate geliefert hat und also der Wasser- und Ofenheizung vorzuziehen wäre. — Rezensiert: die österr.-ung. Monarchie und die Länder Österreichs i. Wort und Bild, beide von Umlauft; Kiepert, Wandkarten von Afrika; die botanischen Bücher von Bayer (Blütenstand), Fick (schlesische Flora), Lubarsch (Tafeln z. Blütenkunde); die mathem. Werke von Götting (Analysis), Forti (kleinste Quadrate), Frischauf (analyt. Geom.), endlich noch Petřina, Polychromie-Ornamentik des klass. Altertums.

(Schlufs des VI. Jahrgangs.)

Blätter für das Bayersche Realschulwesen.) I. Band.**

(München, Rieger'sche Universit.-Buch. 1881.)

1. Heft. Füchtbauer-Nürnberg behandelt das vielbesprochene Thema „Über die Bilder sphärischer Spiegel", um „beim Unterrichte einige Unklarheiten in der Lehre von den Kugelspiegeln zu beseitigen" und eine gründlichere Behandlung der Lehre von den Linsenbildern vorzubereiten, als sie bisher von den meisten Lehrbüchern der Physik geboten wird". [Wenn man nach der Zahl der über dieses physik. Kapitel in versch. Zeitschriften gebrachten Aufsätze schliefsen wollte, so müfste hierin eine Vollkommenheit erreicht sein, die ohne Beispiel wäre! Ref.] — Dötsch-Nürnberg entwickelt einen angeblich neuen Satz der Determinantenlehre. Aber schon im 2. Hefte ds. Z. wird das Epitheton „neu" von Lengauer-Augsburg als irrtümlich zurückgewiefsen, da der Satz schon in Baltzers Determinanten und in den mathem. Annalen stehe (man vgl. unsere Warnung in ds. Hefte S. 118).***) — In den „sprachlichen und kulturhistorischen Skizzen über das Hemd" (mit reichen liter. Notizen und fortges. in Heft 3, S. 83) vermissen wir die technische und construktive Seite des Themas. — C. Pz.-Augsburg macht (wie es scheint, begründete) Ausstellungen an Arendts „Geographie von Deutschland", indem er nament-

*) Hier hätten doch wenigstens die Bücher und Aufsätze von Dr. S. Günther erwähnt werden müssen. Ref.

**) Diese Zeitschrift werden wir, wie bereits in Jahrg. V, Heft 5, S. 410 angekündigt ist, statt der exclusiv philologisch gehaltenen Blätter f. d. B. Gymnasialwesen in unsre Journalschau aufnehmen. Sollte mitunter in letztgenannter Ztschr. ein für unsere Fachgenossen lesenswerter Aufsatz, Bericht und dergl. stehen, so bitten wir die bair. Fachgenossen, uns darauf aufmerksam zu machen. — Ref.

***) In einem Nachtrage des 3. Heftes, S. 104 läfst Hr. Dötsch durch die Redaktion verkünden, dafs jener Satz nur für ihn und einen gewissen Hr. N. „neu" gewesen sei und er damit gar nicht behauptet habe, dafs er überhaupt neu sei. Wohin sollte es — erlauben wir uns zu fragen — kommen, wenn jeder alles, was für ihn neu ist, als „neu" den andern auftischen will? — Ref.

lich Irrtümer über Baiern aufdeckt, ein Land, in welchem der nun verstorbene Verfasser jenes Buches als geogr. Schriftsteller thätig war. (Den Geographielehrern sehr zu empfehlen! Ref.). — Rezensiert sind: Hertzer, Logarithmentafeln; Boymann, Planimetrie; Lorscheid, Chemie; Jessen, Excursionsflora. — Aus den Verhandlungen der Landratsversammlungen über die sechskursigen Realschulen (man verwechsle diese Anstalten nicht mit den norddeutschen R. I. od. II. O.!) geht hervor, daſs diese Schulen „sich keiner besondern Sympathie der bürgerlichen Kreise zu erfreuen haben.“ — Der offene Brief an uns „über die Redaktion von Schulzeitschriften“ nebst seiner Antwort in Heft 4, S. 116 wurde von uns bereits in XII, 245 gewürdigt.

2. Heft. Miller-München bespricht „die schriftlichen Schul- und Hausaufgaben, in den math. u. naturw. Fächern an d. k. bair. Realschulen“. — Rezensiert: Günthers Hyperbelfunktionen durch Dötsch; Steck, stereom. Aufgaben; Meyer (Hildesheim), Trigonometrie; Klempt, moderne Algebra; Götting, Analysis; Seeger, neuere Geometrie; Böckmann, Chemie; die physikalischen Lehrbücher von Fliedner u. Kambly. Gerügt wird, daſs die „Tangentialkraft“ bei der gleichförmigen Kreisbewegung immer noch in den Schulphysiken figuriere (z. B. bei Bänitz, Dorner, Kambly, Fliedner).

3. Heft. Vogel-Memmingen, auch für unsere Zeitschrift geschätzter Referent, bringt „Erfahrungen aus dem chemischen Unterrichte“ (Absorption des Ammoniakgases und Liter und Gewicht in d. Stöchiometrie). — Müller-München schreibt „über den Einfluſs der Temperatur auf den Elastizitätsmodul des Eisens“ und sucht, gestützt auf eigene Untersuchungen nachzuweisen, daſs es nicht gleichgiltig sei, in welcher Ordnung die verschiedenen Temperaturen auf einander folgen. — Heſs-München behandelt „die Eigenschaften der Lemniskate“ analog den Eigenschaften der Kegelschnitte: 1. Mittelstrahl und Brennstrahlen; 2. Scheitelstrahlen; 3. Tangente und Normale; 4. Krümmungsradius und Fläche; 5. Besondere Punkte. Der Verfasser sagt bei dieser Arbeit, in der auch Differential- u. Integralrechnung Anwendung finden, nicht, ob diese Resultate neu, oder ob sie nur modifizierte Reproduktionen sind. — Unter der Firma „ein altes Geometriebuch“ wird das Lehrbuch der ebenen Geometrie von Nagel (14. Aufl.) als „ein Buch aus der alten Schule im schlimmen Sinne des Wortes“ von einem Anonymus (— *a* —) tüchtig abgekanzelt und den Lesern gleich dahinter unter „ein neues Geometriebuch“ als Gegenstück das von Schlegel-Waren durch Pölzl-München angelegentlichst empfohlen.*) Dabei erhalten auch Spieker und Recknagel ein paar gute Lehren. — Rezensiert sind noch: Fuchs, die wichtigsten Thatsachen der Chemie der Carbonide von Vogel und Fischer; Bertram, Schulbotanik; Krebs, Physik für Gymnasien und zuletzt die saloppe math. Eselsbrücke von Kleyer, vollständig gelöste (!) Aufgabensammlung, die unser Freund Kurz in einem pädagogischen Experiment erst erproben will.**)

4—5. Heft. Hersmann-Ruhrort erstattet denselben Bericht, wie bei uns (XII, 318 u. f.) über die Delegierten-Versammlung des d. a. Realschulmänner-Vereins, Berlin 1881. — Redacteur Kurz giebt einen Abriſs d. Geschichte des bair. Reallehrer-Vereins (1865—1880), fortgesetzt in Heft 5. Aus den Abdrücken seien erwähnt: Eine Stimme für die Einführung der Biologie in den Jugendunterricht von Kossmann-Heidelberg i. d. „deutschen Revue“ (1881, S. 387) — als ob es einen solchen Unterricht noch gar nicht gäbe! Der Verf. meint wahrscheinlich auch nur Erweiterung und Vertiefung. In derselben Zeitschrift spricht der be-

---

*) Das Schlegel'sche Buch verdient gewiſs sein Lob, aber ist denn der „Nagel“ gar so schlecht? Ref.

**) Schade um die Zeit, Herr College! Red.

kannte Zoolog Prof. O. Schmidt-Strafsburg für „Spezialisten“ im math.-naturw. Fache und gegen die mathem. u. naturw. Lehrer „für alles“. (Hat gut Reden der hochgeschätzte Herr Hochschulprofessor! Mag nur erst einmal die Jacke eines Schullehrers anziehen, so wird er bald empfinden, wie sehr er zum „Lehrer für alles“ gedrängt wird und wie schwer es in der Schulpraxis ist, sich auch nur in einem Fache gründlich fortzubilden! Ref.) — „Eine Laienstimme zur Reform des höhern Schulwesens“ (Ztschr. „Gegenwart“ S. 374) spricht für die „Einheitsschule“, indem sie (wie wir) nur eine alte und eine moderne Sprache zuläfst. — Rezensiert sind: Caflisch, Excursionsflora; Keller, Zoologie (den Studierenden und Lehrern empfohlen, für Schüler zu hoch!); Poulsen, botanische Mikrochemie; Postel, Pflanzenwelt (8. Aufl.); Wenz, Volkskunde von Baiern; Hauck, kaufm. Lehrbuch. II. T., Warenkalkulation (!) und Buchführung, 3. Aufl. Der Artikel „die gymnasiale Bifurkation in Bayern“, in dem Kurz sich gegen eine Polemik über die bair. Realgymnasien in d. Allgem. Ztg. wendet, interessiert vorzugsweise die Baiern. Die für unsere Fachgenossen wichtigen Aufsätze folgen nun erst: Braunmühl-München „über das Centrum der mittleren Entfernung von Punkten nebst einschlägigen Betrachtungen“ im Anschlufs an Plücker, Hesse, Carnot, L'Huilier u. Möbius (baryc. C.), dessen Statik und Mechanik des Himmels nicht herbeigezogen wird. Hierzu macht Lengauer-Augsburg in Heft 5 „Randglossen“, indem er im Anschlufs an andre von B. nicht berücksichtigte Autoren, besonders Poncelet, Verbesserungen vorschlägt. — „Aus der Methodik der Erdkunde in der neuesten Zeit“ erläutert Weifs-Speyer Ansichten neuerer Geographen (Ritter, Peschel, Wagner, Ratzel, Marthe, Kirchhoff) über das geogr. Studium durch eigene. — „Das Verbindungswesen auf norddeutschen Gymnasien“ wird mit Rücksicht auf Bayern besprochen. — Rezensiert: Schneiders Typenatlas und Hirts geogr. Bildertafeln; Rüdorffs chemische Schulbücher; Zwicks Zoologie und Hetsch, Perspektive. —

(Die übrigen Blätter folgen im nächsten Heft.)

Zwei Briefe über die Controverse Meutzner-Bardey.

I.

Nebst Bemerkungen zu Meutzner (Heft 1, S. 26) und Schlömilch (XII_6, 423).

Geehrte Redaktion! Den Streit zwischen den Herren Meutzner und Bardey im 1. Hefte dieser Zeitschrift habe ich mit um so gröfserem Interesse verfolgt, als mir bei der Abfassung meines eignen Lehrbuches der elementaren Mathematik (Wolfenbüttel bei Zwifsler) die Ungenauigkeit des herkömmlichen Wortausdruckes vieler Sätze der Arithmetik, zum Teil auch der Geometrie aufgefallen ist. Ich bin daher bereits damals bestrebt gewesen, die mir ungenau scheinenden Fassungen durch präzisere zu ersetzen, und wenn Sie z. B. die Güte haben wollen, in dem ersten Teile meines Lehrbuches S. 22 ff., Regel 32, 33, in dem zweiten S. 47, Satz 79, S. 112, Satz 257 nachzuschlagen, so werden Sie gerade die von Hrn. Meutzner zitierten Sätze in demselben Gewande finden, welches derselbe fordert.*) Gleichwohl mufs man meiner Ansicht nach zwischen den ungenauen Fassungen der arithmetischen und der geometrischen Sätze einen

*) Beispiele. 1. Quotienten mit gleichem Divisor werden addiert oder subtrahiert, indem man die Summe oder Differenz der Dividenden durch den Divisor dividiert. — 2. Eine Zahl wird mit einem Quotienten multipliziert, indem man sie mit dem Dividend multipliziert und durch den Divisor dividiert. — 3. Jeder Aufsenwinkel eines Dreiecks ist gleich der Summe der beiden an den andern Ecken liegenden Innenwinkel. — 3. Schneiden sich zwei Sehnen eines Kreises, so ist das Produkt der vom Schnittpunkt ausgehenden Abschnitte auf der einen so grofs wie auf der andern.

Unterschied machen. Die ersteren sind nur darum ungenau, weil sie Abkürzungen vollständigerer Sätze sind. So wünschenswert es ist, daſs der Schüler zuerst den präzisen längeren Wortausdruck kennen lerne, so wird er sich doch, wenn er das Verfahren, welches in dem Satze liegt, sich zu eigen gemacht hat, ohne Schaden der althergebrachten kürzeren, wenn auch mehr mechanischen Fassung bedienen können. Anders liegt die Sache in der Geometrie, wo die genauere Ausdrucksweise nicht einmal den Nachteil gröſserer Länge hat. Da Sie selbst, wie ich lese, in einem der nächsten Hefte über diesen Gegenstand schreiben wollen, so würden Sie mich verbinden, wenn Sie mein Bestreben, in meinem Lehrbuche für die Formeln einen präzisen Wortausdruck zu geben, bei dieser Gelegenheit erwähnen wollten. Nur in den im 1. Teile in die Anmerkungen verwiesenen Regeln habe ich als Beispiele kurzer Fassungen bei den weniger wichtigen Sätzen der Arithmetik den herkömmlichen Ausdruck beibehalten. Im Prinzip also stehe ich durchaus auf Ihrer und Hrn. Meutzners Seite, ohne aber die alten Fassungen, sofern man sie mit Bewuſstsein und als bequeme, mechanische Rechenregeln gelten läſst, gänzlich verwerfen zu wollen. Es würde mich freuen, wenn Hr. Meutzner, da er sich gerade für diesen Gegenstand interessiert, in meinem Lehrbuche von den zahlreichen anderen Änderungen bekannter Sätze zum Zweck gröſserer Schärfe im Ausdruck, Kenntnis nehmen wollte.

Was die S. 26, Zeile 3 v. oben gestellte Frage betrifft, so antworte ich: Beides ist richtig; nämlich das erste, wenn man den geometrischen Ort als eine durch die Bewegung eines Punktes entstandene Linie ansieht, das zweite, wenn man den geometrischen Ort als Inbegriff einer Menge von Punkten mit bestimmter Eigenschaft betrachtet.

Zu der im 6. Hefte vorigen Jahrgangs S. 423 von Hrn. Schlömilch angeregten Frage nach der zweckmäſsigsten Bezeichnung des $n$ten Binomialkoeffizienten von μ bemerke ich, daſs die von H. Graſsmann herrührende, von der Schlömilchschen $(\mu)_n$ sich nur wenig unterscheidende

$$\mu^{\cdot n} \text{ (gelesen „}\mu\text{ Punkt }n\text{“)}$$

mir ganz besonders vorzüglich erscheint, da sie wegen ihrer Ähnlichkeit mit der Potenz sogleich an die Bedeutung von n als Anzahl der Faktoren des Zählers und Nenners erinnert, und sich nicht nur kurz und unzweideutig schreiben, sondern auch kurz und unzweideutig lesen läſst. Man versuche nur, die Binomialformel mit Anwendung dieser Bezeichnung aufzuschreiben, und man wird sogleich den Vorteil erkennen.

Ergebenst

Waren. Dr. V. Schlegel.

II.

Ich habe soeben das 1. Heft dieses Jahrg. d. Z. erhalten und freue mich sehr, daſs Hr. Prof. Meutzner die groſsen Ungenauigkeiten, die wir in den Regeln für das Rechnen fast in allen Büchern finden, zur Sprache bringt. Seit Jahren habe ich in Anzeigen von Büchern dergleichen ungenaue Regeln, die nichts anderes, als die Kürze für sich haben, getadelt. Die Regeln sollen in der Mathematik zwar kurz sein, aber doch auch genau. Ich begreife schwer, daſs Hr. Dr. Bardey diese Ungenauigkeiten verteidigt, er hätte meiner Ansicht nach besser gethan, wenn er entweder dazu geschwiegen oder Hrn. Meutzner Recht gegeben hätte. Wenn man Brüche mit gleichen Nennern addiert, indem man die Zähler addiert, so ist nach dieser Regel „die Summe von Brüchen mit gleichen Nennern gleich der Summe der Zähler“. Wenn Hr. Bardey sagt, der Schüler muſs sich als Hauptsache einprägen, daſs er die Zähler addiert, so legt er nicht das richtige Gewicht auf die richtige Sache, er muſs betonen, daſs die Summe von Brüchen sich wieder als Bruch darstellen läſst. Daſs viele andere sich

dieselbe Ungenauigkeit erlauben, spricht nicht grade für die Sache. Um pro domo zu sprechen, möchte ich noch erwähnen, dafs in dem Rechenbuche von Harms und Kallius die Regeln auch recht kurz aber trotzdem richtig sind. Ich könnte übrigens dieses Kapitel der Ungenauigkeiten noch um viele Beispiele vermehren, man findet sie in den meisten Büchern.

Besten Grufs

Berlin. Kallius.

Ein Brief an den Herausgeber mit Randbemerkungen desselben.

Geehrter Herr! Das neueste Heft Ihrer Zeitschrift (1882, I) veranlafst mich zu einigen kleinen Bemerkungen, die ich freundlich aufzunehmen bitte; ich gebe sie in aphoristischer Form, damit sie mir und Ihnen möglichst wenig Zeit kosten.

Die S. 44 in der Anmerkung erwähnte Schrift von Buchbinder ist von Buchbinder selbst in Gera auf der Philologenversammlung vorgelegt und in Folge dessen in Ihrer Zeitschrift X, Heft 1, S. 73 Zeile 8/9 v. o. erwähnt; das vorjährige (oder vorvorjährige?) Programm von Pforta enthielt den zweiten Teil. Sie werden ja wohl die Abhandlung in dem Teubnerschen Programmverzeichnifs leicht finden.

Zur Verlegung Ihres Domicils darf man doch wohl gratuliren?*) — „Gratuliren" schreibe ich immer noch ohne e; dieses e ist fast der einzige Buchstabe in der neuen Orthographie, der mir nicht behagt; auch Bardey hat sehr dagegen geeifert**) — Ich würde an Ihrer Stelle das Beispiel der Kölnischen Zeitung nachahmen;***) die schreibt alles nach der neuen Orthographie, bis auf diesen Punkt, der ja auch der einzige ist, in dem die neue Orthographie eine Vermehrung der Buchstaben befiehlt; — ich begrüfse jede Vereinfachung, Beseitigung von überflüssigen Buchstaben — aber perhorreszire†) jede Belästigung. Wir Mathematiker, die wir numeriren, addiren, subtrahiren, multipliziren, dividiren, potenziren, radiziren, differenziren, integriren, wir dürfen das nicht so ohne weiteres hinnehmen.

Zum Kapitel „Inkorrektheiten" resp. zum Streite „Meutzner contra Bardey" möchte ich bemerken, dafs man die Bardeysche Form sehr wohl als ganz korrekt (correct schreibe ich lieber, weil c < k) betrachten kann, man mufs nur vorher ganz bestimmt erklären: alle diejenigen Glieder (oder Zahlen etc.), von denen nichts gesprochen wird, behalten ihre Rolle unverändert; — also: „Brüche mit gleichen Nennern werden addirt, indem man ihre Zähler addirt" — weil von dem Nenner nicht gesagt ist, was mit ihm gemacht werden soll, so bleibt er unverändert etc. Allerdings mufs eine Bemerkung von dem angegebenen Inhalt vorausgeschickt werden;††) eine bessere Stilisirung würde sich leicht finden lassen.

In Betreff des Satzes von den Aufsenwinkeln habe ich auch schon Kopfschmerzen gehabt; ich möchte vorschlagen „Summe der Winkel an der gegenüberliegenden Seite" oder „Summe der an der gegenüberliegenden Seite anliegenden Winkel", da würde der von Meutzner gehafste negative Ausdruck vermieden.

Ferner bitte ich, mir es nicht übel zu nehmen, wenn ich Sie auf eine „Inkorrektheit" hinweise, die Sie mitunter im Briefkasten begehen. Sie schreiben manchmal von irgend einem Artikel an den betreffenden Verf.:

*) Wenn „gratulieren" bedeutet: „jemandem Glück wünschen" (zu einer Sache, Unternehmung etc.) so nimmt das jeder und also auch wir sehr gerne an, denn „Glück" ist ein gar rarer Artikel, den man immer brauchen kann. In der gewöhnlichen Bedeutung (sich über das Glück, das einer schon hat „mitfreuen") dürfte Ihre Gratulation verfrüht sein. Die Red.

**) Auch Helmes in der neuen (2.) Auflage seiner Trigonometrie S. XI.

***) Geht nun nicht mehr. Sie kommen mit Ihrem Vorschlage zu spät! Die Red.

†) Herr College, Stephan schilt!

††) Damit sind auch wir einverstanden. Die Red.

„war schon gedruckt, mufste aber wegen Raummangel zurückgelegt werden". Statt „gedruckt" mufs es doch offenbar „gesetzt" heifsen. Der Druck des Korrekturbogens ist doch nicht das, was man in korrekter und präziser Sprache „Druck" nennt, sondern nur die Vorbereitung dazu. Ich hoffe, Sie nehmen diese Silbenstecherei nicht übel*) — wir Mathematiker müssen doch möglichst korrekt sein.

In den „Grenzboten" fand ich im verflossenen Sommer einen sehr gut ausgewachsenen mathematischen Bock; es war eine übrigens sehr hübsch geschriebene populäre Abhandlung über irgend ein allgemein interessantes mathematisches Thema von einem Hrn. Eberty, ich weifs nicht mehr ob Wahrscheinlichkeit oder dergl. betreffend; da stand in einer Anmerkung unter dem Texte eine Rechnung folgender Art:

$$9 \times 2 = 18 : 3 = 6 + 4 = 10 : 2 = 5^{**})$$

statt $$\left(\frac{9 \times 2}{3} + 4\right) : 10 \text{ u. s. w.}$$

Die Elementarlehrer, denen ich das Ding zeigte, hielten es freilich für ganz richtig.

Ein Verbot des Divisionszeichens (:) in der Bedeutung „in" seitens der Schulbehörden ist immer noch nicht erfolgt. Wäre doch sehr zu wünschen! ***)

Besten Grufs von

Erfurt. G. Schubring.

Die Frequenz der Leipziger Universität und die Überproduktion von Lehrkräften.

Anknüpfend an die kurze Notiz am Schlusse unseres besonderen Briefkastens im vorigen (1.) Heft ds. Jahrg. (S. 92) bemerken wir zur Vervollständigung derselben noch Folgendes:

Nach dem Personalverzeichnis der Universität Leipzig für das Wintersemester 1881/82 No. C. (Leipzig, Commiss.-Verlag von A. Edelmann), einem ausgezeichneten Orientierungsmittel, mit Angabe aller Dozenten und Studenten.†) beträgt

die Gesammtsumme der Hörer **3409.**

Hierunter sind 92 Hospitanten, bleiben also 3317 Inskribierte und hiervon sind:

3086	aus dem deutschen Reiche,
176	„ den übrigen europ. Staaten,
35	„ „ aufsereuropäischen St.
Sa. 3317	

---

*) Nein, gar nicht! Wir sind nicht so (sit verbo venia) — übelnehmisch. Wir wollen uns bessern. Sie haben streng genommen Recht. Wir hatten bei dem Ausdrucke im Gedanken die bereits revidierte Korrekturfahne vor uns und — „gesetzt" ist sie doch nicht allein, sondern auch gedruckt. Die Red.

**) Dergleichen haben wir in Volksschul-Zeitschriften und V.-Büchern und besonders in den Heften von Bürgerschülern schockweise gefunden. Irren wir nicht, so kommt dieser Fehler (Mifsbrauch des Gleichheitszeichens) auch in dem Rechenbuche des „gottbegnadeten" Rechenlehrers (s. ds. Heft S. 132) Hentschel in Weifsenfels vor. Die Red.

***) Lesen sie doch in unserer Zeitschrift IX, 171, Verfügung d. k. Regierung zu Düsseldorf. Die dort verlangte Identität $4:12 = \frac{4}{12}$ setzt die Beseitigung des „in" voraus. Vergleichen Sie nun aber damit Bardeys Ansicht d. Jahrg. Heft 1, S. 25 Zeile 30—32 v. o. Wenn aber der Ausdruck „dividieren mit a in b" aufrecht erhalten werden soll — und die Bardeysche Deutung „messen mit etc." scheint mir nicht unberechtigt zu sein — so müssen wir doch auch ein anderes Zeichen dafür haben! Man hat bekanntlich dafür schon einen Vertikalstrich zwischen Divisor und Dividend vorgeschlagen z. B. 4 | 12 gelesen 4 in 12. Die Red.

†) Wir wissen nicht, ob auch die übrigen deutschen Universitäten solche genaue Verzeichnisse aufzuweisen haben, wir lasen aber in einer polit. Zeitung, dafs dies nicht

Unter den europ. Staaten stehen voran Rufsland (47), Österreich (43) und Schweiz (39), unter den aufsereuropäischen St. Nordamerika (44). Von den 3317 Inskribierten studieren

Mathematik:	200	und	zwar	111	Sachsen	und	89	Nichtsachsen,
Naturwissenschaften:	212	„	„	102	„	„	110	„
Pädagogik:	33	„	„	28	„	„	5	„
Alte Philologie:	408	„	„	139	„	„	269	„
Neuere „ :	256	„	„	196	„	„	60	„

Nimmt man nun an, dafs von den Naturwissenschaftlern in Sachsen nur die Hälfte (also 51) sich zum Lehrfach wenden (da ja viele in technische Stellungen übergehen), so bleiben immer noch 335, welche sich dem Lehrfache widmen. Darunter sind 162 für das mathem.-naturw. Lehrfach.*) Rechnet man nun noch hinzu, dafs auch die Polytechnische Schule zu Dresden aus ihrer Lehrerabteilung junge Lehrer (wie viel jährlich, wissen wir nicht) entläfst, (irren wir nicht, in der Absicht, um das Bedürfnis an technischen Lehranstalten zu decken!?), so mag man sich einen Begriff von der Überproduktion an Lehrkräften nur allein in dem kleinen Sachsen machen! Unseres Erachtens ist es daher Pflicht der Fachgenossen, jungen Leuten, die nicht ganz besonders dazu beanlagt sind, dringend vom mathem.-naturw. Studium zum Zwecke des Lehrberufs abzuraten.

Mitteilung in der Sache Sinram contra Bardey.

Wir bemerkten in XII, 363/70 Anmerk. (gelegentlich der Rezension des Bardeyschen Buches „Arithmetische Aufgaben"), dafs Hr. Sinram-Hamburg gegen Hrn. Dr. Bardey wegen der in der Vorrede des gen. Buches S. III gegen ihn erhobenen Beschuldigung Strafantrag gestellt habe. Das Schöffengericht zu Leipzig, wo diese Sache — weil das Buch hier gedruckt ist — anhängig war, hatte etwa vor Weihnachten vor. Jahres Hr. Dr. Bardey deshalb zu M. 150 Strafe und in die Kosten verurteilt. Hiermit war Hr. Sinram nicht zufrieden und legte Berufung ein, indem er ein höheres Strafmafs beantragte. In der am 7. März d. J. stattgefundenen Gerichtsverhandlung, in welcher Dr. B. abermals persönlich erschienen war, und in der wiederum die Sachverständigen Prof. Dr. Heym-Leipzig und Dr. Lehmann (vom Staatsgymnasium) angehört wurden, hob das Landgericht das erstinstanzliche Urteil auf und sprach Dr. Bardey vollständig frei, wodurch dem Kläger zugleich die Zahlung sämtlicher Kosten zufielen. Wir glaubten, diesen Ausgang des Prozesses, als eine unsere Leser gewifs interressierende Sache, hier mitteilen zu sollen.

Die Redaktion.

Einladung zum Zweiten Deutschen Geographentag in Halle am 12., 13. und 14. April 1882 sowie zur Beschickung der mit demselben verbundenen Ausstellung.

Programm.

Dienstag, den 11. April.

Vormittags 10 Uhr. 1. Begrüfsung der Gäste und Wahl des Vorsitzenden. — 2. Herr Prof. Dr. Studer (Bern): Über einige wissenschaft-

(überall) der Fall sei. Wir bitten daher unsere Herren Fachgenossen in den Universitätsstädten um Auskunft hierüber, sowie zugl. um eine Übersicht, ähnlich der obigen. Red.

*) Zur Studienzeit des Herausgebers ds. Z. waren es kaum 20! Red.

liche Ergebnisse der Gazellenreise, besonders in zoogeographischer Beziehung. — 3. Herr Prof. Dr. Kan (Amsterdam): Über die Erweiterung unserer Kenntnis von Sumatra seit dem Jahre 1870. — 4. Herr Prof. Dr. Zöppritz (Königsberg): Über den angeblichen Einfluſs der Erdrotation auf die Gestaltung der Fluſsbetten. — 5. Herr Geheimer Regierungsrat Prof. Dr. Meitzen (Berlin): Die festen Niederlassungen der Germanen und ihrer Nachbarn in Europa.

Nachmittags 4 Uhr. 1. Herr Oberlehrer Dr. Kropatscheck (Brandenburg): Zur geschichtlichen Entwicklung des geographischen Unterrichts. — 2. Herr Prof. Dr. Paulitschke (Wien): Über Behandlung verkehrswissenschaftlicher Themen beim geographischen Unterricht. — 3. Herr Prof. Dr. Wagner (Göttingen): Die Durchführung des metrischen Maſses im geographischen Unterricht.

Donnerstag, den 13. April.

Vormittags 10 Uhr. 1. Herr Prof. Dr. Gerland (Straſsburg): Über das Verhältnis von Anthropologie und Ethnologie. — 2. Herr Dr. Nachtigal (Berlin): Über die ethnologischen Verhältnisse Nordafrikas. — 3. Herr Geheimer Admiralitätsrat Prof. Dr. Neumayer (Hamburg): Über die Polarfrage. — 4. Herr Prof. Dr. Credner (Greifswald): Über die geographische Verbreitung der Hochgebirgsseen.

Nachmittags 3 Uhr Besichtigung des Zuchttiergartens im Landwirtschaftlichen Institut unter Führung des Herrn Geheimen Regierungsrats Prof. Dr. Kühn, sowie des geologischen Profils (zu didaktischen Zwecken) ebendaselbst unter Führung des Herrn Prof. Dr. Freiherrn von Fritsch.

Nachmittags 4 Uhr. 1. Herr Prof. Dr. Günther (Ansbach): Über die wahre Definition des Begriffs Küstenentwicklung. — 2. Herr Direktor Prof. Dr. Schwalbe (Berlin): Der geographische Unterricht in Beziehung zu den Naturwissenschaften und seine Stellung im Unterrichtsplan.

Freitag, den 14. April.

Vormittags 10 Uhr. 1. Herr Prof. Dr. Günther (Ansbach): Die Verdienste der beiden Apian um die wissenschaftliche Geographie. — 2. Herr Prof. Dr. Oberbeck (Halle): Über die Guldberg-Mohn'sche Theorie horizontaler Luftströmungen. — 3. Herr Oberlehrer und Privatdocent Dr. Lehmann (Halle): Über systematische Förderung wissenschaftlicher Landeskunde von Deutschland.

Nachmittags $2^1/_2$ Uhr Besichtigung anthropologisch interessanter Gegenstände der Sammlung in der Universitäts-Anatomie und der dort vorläufig untergebrachten Ausbeute der Riebeck'schen Expedition unter Führung des Herrn Prof. Dr. Welcker.

Nachmittags 4 Uhr. 1. Herr Direktor Dr. Krumme (Braunschweig): Der Unterricht in der astronomischen Geographie in den unteren und mittleren Klassen der höheren Schulen. — 2. Wahl des Ortes für den Dritten Deutschen Geographentag (1883) und Beratung etwaiger Anträge auf Weiterorganisation der Deutschen Geographentage.

Indem der unterzeichnete Vorstand infolge des auf dem Ersten Deutschen Geographentag des vergangenen Jahres zu Berlin überkommenen Auftrags sich beehrt, die geographischen Vereine, sowie Lehrer und Freunde der Erdkunde aus allen deutschen Landen zu recht allgemeiner Teilnahme an diesem Zweiten Deutschen Geographentag einzuladen — dessen Abhaltung in der Osterwoche weitesten Kreisen den Besuch besonders erleichtern möchte — erlaubt sich derselbe noch folgende Mitteilungen: 1. Jeder Teilnehmer erhält gegen Erlegung von 3 Mark eine Mitgliedskarte. — 2. Auswärtige wollen sich wegen Zusendung einer Mit-

gliedskarte an unseren Schriftführer, Herrn Dr. Ifland, wenden und zugleich ihre Wünsche wegen des Logis dabei aussprechen. — 3. Der Kastellan der Universität wird während des Geographentages Mitgliedskarten ausgeben und die Präsenzliste in seiner Wohnung (Erdgeschoss des Universitätsgebäudes) auslegen.

(NB. Es werden nun noch eine Anzahl Gasthöfe mit verschiedenen Preisen empfohlen, von 4 ℳ tägl. (St. Hamburg) an bis herab zu ℳ 1,25 (Goldener Hirsch) und wird noch bemerkt, dafs eine gröfsere Anzahl hallischer Bürger sich zu gastfreier Aufnahme erboten hat. Da dies kein allgemeines, sondern nur spezielles Interesse für jene Herrn hat, welche den Congrefs wirklich besuchen, und die sich ohnehin ein Programm verschaffen werden, so lassen wir diese Mitteilungen weg. Fahrgeldermäfsigungen giebt es nicht. D. Red.)

Zusendungen für die mit dem Geographentag verbundene Ausstellung bitten wir an die G. Schwetschke'sche Verlagsbuchhandlung hierselbst richten zu wollen. Jederlei Hilfsmittel des geographischen Studiums und Unterrichts sind für die Ausstellung erwünscht, aufserdem auch Proben freihändiger Kartenentwürfe von Schülern, falls für die Selbständigkeit derselben Gewähr geleistet und die Zeichenmethode, die dabei befolgt wurde, kurz erläutert wird.

Halle a. S., im Februar 1882.

Der Vorstand des Vereins für Erdkunde zu Halle.

Bei der Redaktion eingelaufen.

(20. I. bis 23. II. 82.)

Reidt, Planimetrische Aufgaben für den Gebrauch im Schul-, Privat- und Selbstunterricht. 2 Teile (I. Aufgaben geordnet nach d. Lehrsätzen des Systems. II. Aufgaben geordnet nach Auflösungsmethoden und mit Anleitung zur Behandlung versehen). Breslau, Trewendt, 1882.

Wenk, die synthetische Geometrie der Ebene. Leipzig-Heidelberg, Winter. 1882.

Müller-Pfaundler, Lehrbuch d. Physik. III. Bd. 2. Abt. (Schlufs). Braunschweig, Vieweg. 1881.

Gretschel-Wunder, Jahrbuch der Erfindungen. XVII. Jahrg. (1881). Leipzig, Quandt-Händel. 1881.

Röllinger, Lehrbuch der wichtigsten Kartenprojektionen. Zürich, Cäsar Schmidt. 1882.

Astronomischer Kalender für 1882. Nach dem Muster des K. v. Littrow'schen Kalenders. Herausgegeben von d. k. k. Sternwarte in Wien. Neue Folge. 1. Jahrg. Wien, C. Gerolds Sohn. 1882.

Hefs, Streifzüge durch die Natur. Populär-wissenschaftl. Schilderungen. Hannover, Weichelt. 1881.

Woldřich, Leitfaden der Zoologie f. d. höhern Schulunterricht. 4. (gekürzte) Aufl. Wien, Hölder. 1882.

Nagel, Zoologische Hefte für d. untersten Klassen h. Schulen, I.—III. Heft resp. für Sexta bis Quinta. Elbing, Meifsner. 1882.

Roscoe-Schorlemmer, Ausführliches Lehrbuch der Chemie. 3. Bd. Organische Chemie, 1. Abt. Braunschweig, Vieweg u. S. 1882.

Arendt, Technik der Experimentalchemie etc. 2. Bd. 3.—4. Lief. (Schlufs). Leipzig, Vofs. 1881.

Kozenn, Leitfaden d. Geographie. 3 Teile, 7. verb. Aufl. von Jarz besorgt. Wien, Gölzel. 1881.

Zeitschriften und Berichte.

Central-Organ f. d. J. d. R.-W. X, 1. u. 2.
Pädagog. Archiv XXIV, 1—3.
Öst. Zeitschrift für das Realschulwesen, VI, 12 und VII, 1—2.
Blätter f. d. Bair. Gymnasialschulwesen XVII, 10.
Zeitschrift f. Schulgeographie III, 2—3.
Humboldt, Monatsschrift f. d. gesammten Naturwissenschaften etc. Krebs. 1. Jahrg., 1. Heft (Stuttgart b. F. Enke).
Tageblatt d. 54. Versammlung deutscher Naturforscher u. Ärzte i. Salzburg 1881, (nebst den Sections-Berichten). Salzburg, Mayrische Buchh. 1881.
Festschrift der Realschule I. O. zu Trier (Feier d. 60jähr. Bestehens etc. 14. I. 1882.) Trier, b. Lintz. 1882. (Enth. auch eine „Theorie d. isochromatischen Curven“ aus den hinterl. Papieren des Prof. Dr. A. Beer publiciert von Dir. Dr. A. Dronke).
(Die später eingelaufenen Bücher sollen im 3. Heft angezeigt werden.)

Berichtigungen.

Jahrgang 1882: 1. Heft.

S. 26. Z. 4 v. o. eines Kreises, welcher, statt welche.
„ 35. „ 3 v. u. lies a. sin γ statt α. sin γ.
„ 44. „ 17 „ o. „ Rektifikation statt Reztif.
„ 53. „ 3 „ u. „ Liechtenstein statt Lichtenstein.
„ 54. „ 8 „ o. „ thores statt tores.
„ 58. Anm. doch besser e_1^2 als e'^2

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

1. Wir bitten angelegentlichst bei allen Zusendungen von Briefen, Packeten, Kreuzbändern (bes. mit Korrekturbogen) unserer Adresse („An die Redaktion etc.... mit Hinzufügung des Namens J. C. V. H....) immer auch die Wohnung (s. Umschlag der Zeitschr.-Hefte) beizufügen. Mehrere Sendungen mit bloſsem Namen wurden neuerdings, da es mehrere Herren gleiches Namens und ähnlichen Berufes hier giebt, Tage lang in der Stadt herumgetragen (z. B. kam eine Korrektur aus Meiſsen am 22. II dort aufgegeben erst am 25. II. in unsere Hände). Hierdurch kann in manchen Fällen bei Revisionsbögen die Drucklegung verzögert werden. Bei Unbekanntschaft mit der genauen Adresse möge man an die Verlagshandlung von B. G. Teubner adressieren.

2. Unsere schon oft gestellte Bitte, die Verfasser von Originalartikeln möchten die Vorarbeiten anderer Autoren für ihr Thema gründlich studieren, kritisch beleuchten und zeigen, worin der Fortschritt, resp. der didaktische oder wissenschaftliche Gewinn ihrer eigenen Arbeit bestehe, ist — wahrscheinlich mit im Hinblick auf die musterhaften Artikel von Hauck und Günther — nicht fruchtlos geblieben. Die neuerdings eingegangenen Arbeiten lassen in dieser Beziehung schon tieferes Studium und gröſsere Sorgfalt erkennen. Aber auch bei kleineren Artikeln, besonders wenn sie eine Kritik über Schul- und Lehrbücher ausüben, wäre mehr Vorsicht anzuwenden, um nicht Entgegnungen oder Berichtigungen zu provoziren, wie deren z. B. auf den Artikel Stammers mehrere (s. ds. Heft S. 118) folgten. Wir bemerken noch, daſs wir in den nächsten Heften einen dem Hauck'schen und Günther'schen ähnlichen Artikel über Chemie bringen werden und daſs wir ähnliche Originalartikel über Physik und die einzelnen Teile der Naturgeschichte zu gewinnen suchen.

B. Spezieller.

Sch. i. P. Ihr Artikel ist Ihrem Wunsche gemäfs „in den tiefsten Tiefen des Redaktions-Papierkorbes verschwunden“ um verjüngt auf der andern Seite von — und + ∞ aus Ihrer Papiermappe mit jener „wünschenswerten Schärfe nach Form und Inhalt hervorzugehen, welche „jeglicher Haarspalterei und Wortklopferei Thor und Thür verschliefst“. Er ist auch schon von seiner Reise durch jenen vielgesuchten Pol $-\infty\ O + \infty$ sehr rasch wieder angelangt. — **Dr. X. i. Y.** Eine Rezension der „antiken Rechenaufgaben von M. und F. U.? Voilà! Der geehrte Hr. Ref. hat leider eine zu schlimme Ansicht von unsren neuen guten Rechenbüchern, oder er kennt sie nicht. — **F. W. i. L.** Eine Geschichte der beschreibenden Naturwissenschaften (also m. a. W. eine Gesch. der Naturgeschichte) — ähnlich der vortrefflichen „Geschichte der Mathematik“ von Cantor in Form von Vorlesungen — ist uns wenigstens nicht bekannt. Als älteres Werk wird wohl immer noch benützt die Geschichte der induktiven Wissenschaften von Whewell-Littrow, aber dieses ist, obschon für seine Zeit vortrefflich, doch für unsere Zeit nicht mehr ausreichend. Spezialgeschichten hat aber bekanntlich die bair. Akademie d. Wissenschaften publiziert. Diese sind: Kobell, Geschichte der Mineralogie; Sachs, Gesch. d. Botanik; Carus, Gesch. d. Zoologie. Ferner giebt es eine Geschichte der Physik von Poggendorff und Spezialgeschichten der Optik und Chemie. — **M. i. Fr. i. Schl.** Programmschau v. Mich. 1881 erh. — **C. P. i. M.** (Böhmen) Ihr (auch kalligraphischer) Artikel „Elementare Begründung und Anwendung des Grenzüberganges“ ist aus ihren Klostermauern eingetroffen. Ob er den Unterrichtszwecken der Zeitschrift entspricht, dürfte sich erst im 2. Teile desselben (Anwendungen) zeigen. Senden Sie uns also diesen ein. — **V. i. M.** Korrekturfahne kam für dieses Heft zu spät. Diese K.-Fahnen können keine Schneckenpost vertragen. — **F. i. W.** Ihr (zurückgelegter) Artikel wird Ihrem Wunsche gemäfs zurückfolgen, sobald er sich findet. — **S. i. W.** Rezensionen ohne Namensnennung nur ausnahmsweise. — C. **Pich. i. M.** (Böhmen). Nochmals: senden Sie erst T. II ein! — **Str. i. D.** Sie wollen Ihr Manuskript zurück, um es zu ändern? Siehe unten die NB.! — Verlagsbuchh. v. **Kl. i. B.** „Warum und weil“ von U. im nächsten Heft.

NB. Wir bitten alle Briefschreiber den Briefkasten genau zu lesen und falls sich die erwartete Antwort nicht darin befindet, uns durch eine Postkarte mit Rückantworts-K. daran zu mahnen, für gewünschte Rücksendung von Manuskripten aber 20 ₰-Briefm. beizulegen.

Alle hier nicht beantworteten Briefe, Zusendungen u. drgl. werden (wurden) privatim erledigt.

Quittungen über eingelaufene Beiträge zum Aufgaben-Repertorium.

A) Auflösungen: Kiehl-Bromberg Nr. 185. 186. 191. — Fuhrmann-Königsberg Nr. 166—172. 183. 187—190. 195—199. — Godt-Lübeck Nr. 197 nebst Anm. — Capelle-Oberhausen Nr. 203—205. 208. — Meyer-Halle Nr. 203—205. 207—209. — Stein-Genthin Nr. 168—169 u. 187. — Stegemann-Prenzlau Nr. 180. 182 und 187—192. — Stoll-Bensheim Nr. 185—193. Auch Ihre neue Sendung (Nr. 183; 195—206 u. 208—209) noch erhalten. Für Ihr Interesse und Ihre Mühe unsern besten Dank. Sie stehen als fleifsigster Mitarbeiter am A.-R. oben an. — Schuster-Pola Nr. 170.

B) Neue Aufgaben: Gilles-Essen (aus der phys. Astronomie). — Fuhrmann-Königsberg 4 (geom.).

Zur Lehre von den Determinanten.

Von Dr. E. Bardey.

II.*)

Nachdem in Heft 2 (S. 113—14) die Kriterien einer guten Methode im allgemeinen aufgestellt sind, wollen wir nun die Determinantenmethode im besondern betrachten.

1. Je gröfser die Zahl der gegebenen Gleichungen ist, die man zu lösen hat, desto stärker treten die Übelstände der Determinantenmethode (DM.) hervor. Hat man das allgemeine System von 4 Gleichungen

$$(1)\qquad \left|\begin{matrix} a\,x + b\,y + c\,z + d\,u = r \\ a_1x + b_1y + c_1z + d_1u = r_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2u = r_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z + d_3u = r_3 \end{matrix}\right|,$$

so ist nach der DM.

$$(2)\qquad x = \frac{X}{R},\ y = \frac{Y}{R},\ z = \frac{Z}{R},\ u = \frac{U}{R},$$

$$R = \left|\begin{matrix} a\,b\,c\,d \\ a_1b_1c_1d_1 \\ a_2b_2c_2d_2 \\ a_3b_3c_3d_3 \end{matrix}\right|$$

$$X = \left|\begin{matrix} r\,b\,c\,d \\ r_1b_1c_1d_1 \\ r_2b_2c_2d_2 \\ r_3b_3c_3d_3 \end{matrix}\right| \qquad Y = \left|\begin{matrix} a\,r\,c\,d \\ a_1r_1c_1d_1 \\ a_2r_2c_2d_2 \\ a_3r_3c_3d_3 \end{matrix}\right|,$$

desgl.

$$Z = (abrd) \qquad U = (abcr)$$

*) Man sehe Art. I in Heft 2, S. 111 u. flg. Red.

Da die Elemente der 5 hier vorkommenden Determinanten R, X, Y, Z, U bekannt sind, so ist damit das System von Gleichungen aufgelöst; die unbekannten Gröfsen sind durch die bekannten ausgedrückt. Wenn die bekannten Gröfsen in allgemeinen Zahlzeichen gegeben sind, wie hier, so sind die Unbekannten zugleich in der einfachsten Form dargestellt; die Entwickelung der Zähler und Nenner hat keinen Zweck.

Diese Methode ist allgemein, höchst sinnreich, giebt die Resultate in der zierlichsten Form und liefert mit einem Schlage und wenigen Federstrichen ohne Rechnung, was man bei Anwendung der anderen Methoden auch successive nicht erreichen kann. Sie hat etwas Imponierendes, und die andern Methoden s c h e i n e n, gegen diese gehalten, äufserst stümperhaft und primitiv.

2. Aber der S c h e i n trügt. Die Methode zeigt sofort ihre Schattenseiten, wenn die bekannten Gröfsen wirkliche Zahlen sind und die Werte der Determinanten bestimmt werden sollen. Dann mufs man die Determinanten entwickeln und sieht bei ihrer Entwickelung und Berechnung bald ein, dafs man durch die oben als Resultate hingestellten Ausdrücke, durch welche die Unbekannten explicite gegeben sind, den Werten derselben nicht näher gekommen ist, als durch die vorgelegten Gleichungen selber, durch welche die Unbekannten implicite gegeben sind, dafs man sich vielmehr von denselben entfernt hat, und zwar umsomehr, je gröfser die Anzahl der Gleichungen oder Unbekannten ist. Aus den Gleichungen (2) sind die Werte der Unbekannten viel schwerer zu bestimmen als aus den gegebenen Gleichungen selber.

3. Man hat zunächst, wenn man die zu den Elementen gehörenden Unterdeterminanten von R mit den entsprechenden grofsen Buchstaben bezeichnet,

$$R = aA - a_1 A_1 + a_2 A_2 - a_3 A_3$$
$$X = rA - r_1 A_1 + r_2 A_2 - r_3 A_3$$

$$A = \begin{vmatrix} b_1 c_1 d_1 \\ b_2 c_2 d_2 \\ b_3 c_3 d_3 \end{vmatrix} \quad A_1 = \begin{vmatrix} b\ c\ d \\ b_2 c_2 d_2 \\ b_3 c_3 d_3 \end{vmatrix} \quad A_2 = \begin{vmatrix} b\ c\ d \\ b_1 c_1 d_1 \\ b_3 c_3 d_3 \end{vmatrix} \quad A_3 = \begin{vmatrix} b\ c\ d \\ b_1 c_1 d_1 \\ b_2 c_2 d_2 \end{vmatrix}$$

Um A zu entwickeln und zu berechnen, sind 9 Multiplikationen (M.) nötig: $c_2 d_3$, $c_3 d_2$, $b_1 . (c_2 d_3 - c_3 d_2)$ u. s. w. Nur die

Multiplikationen kommen bei Abschätzung des Umfanges der Rechnung in Betracht, da die Zahl der Additionen und Subtraktionen von der Zahl der Multipl. abhängt. Die letzte Division ist nach allen Methoden zu machen und kommt daher ebenfalls nicht in Betracht. Zur Berechnung der 4 Unterdeterminanten A, A_1, A_2, A_3 sind also im ganzen 36 M. nötig, dazu rA, $r_1 A_1$, $r_2 A_2$ und $r_3 A_3$, macht schliefslich für X im ganzen 40 M. Hier wiederholen sich die 6 Unterdeterminanten 2. Ordnung, die Produktendifferenzen (PD.) $cd_1 - c_1 d$ u. s. w. Man brauchte sie nicht zweimal zu berechnen, und hätte 12 M. weniger. Aber dann müfste man sie und ihre Werte notieren, dieselben schliefslich wieder aufsuchen und ablesen. Das würde bei kleinen Zahlen mehr Arbeit machen, als die Berechnung selber. Überdies ist bei Zahlen das wiederholte Vorkommen solcher PD. lange nicht so leicht erkennbar als bei allgemeinen Zahlzeichen. Das sind Gründe genug, die 12 M. nicht in Abrechnung zu bringen.

Dazu kommen dann noch die 4 M. für R: aA, $a_1 A_1$, $a_2 A_2$, $a_3 A_3$. Um die erste Unbekannte x zu finden, sind im ganzen 44 M. nötig, mindestens aber, die oben angegebenen 12 abgerechnet, 32.

Für die Determinanten Y, Z, U hat man, wenn die Theorie der Praxis nicht noch wesentlich zu Hülfe kommt, weiter je 40 M. nötig, macht im ganzen 120 M., mindestens aber, da für Y schon alle Unterdeterminanten 2. Qrdnung $cd_1 - c_1 d$ u. s. w. bei X berechnet sind, 16 für Y, 28 für Z, 28 für U, das sind 72 Multiplikationen.

4. In den Arbeiten von Diekmann finde ich von einer Vereinfachung der Methode nichts. Hat man ein System von $2n - 1$ Gleichungen, so kommen $2n$ Determinanten vor. Von diesen sind nur n Determinanten zu berechnen. Die andern n ergeben sich aus diesen mit geringer Mühe. So braucht man bei 3 Gleichungen, wo 4 Determinanten vorkommen, nur 2 zu berechnen. Ohne diesen Satz ist die Determinantenmethode schon bei 3 Gleichungen für die Praxis gänzlich wertlos. Es lassen sich nämlich immer je zwei Determinanten, wie man sie auch kombiniert, leicht auseinander ableiten. So hat man hier für Z und U

$$Z = (abrd) = -(dabr)$$
$$U = (abcr) = (cabr)$$

Setzt man daher

$$\begin{vmatrix} a_1 b_1 r_1 \\ a_2 b_2 r_2 \\ a_3 b_3 r_3 \end{vmatrix} = \delta \quad \begin{vmatrix} a\ b\ r \\ a_2 b_2 r_2 \\ a_3 b_3 r_3 \end{vmatrix} = \delta_1 \text{ u. s. w., so ist}$$

$$Z = -d\delta + d_1\delta_1 - d_2\delta_2 + d_3\delta_3$$
$$U = \quad c\delta - c_1\delta_1 + c_2\delta_2 - c_3\delta_3$$

so spart man 36 M. Um den Wert von U zu erhalten, wenn man Z berechnet hat, sind nur 4 M. nötig. — Dies in Anschlag gebracht und alle Produkte, welche mehrmals vorkommen, nur einmal gerechnet, sind zur Berechnung von x (der ersten Unbekannten) 32 M. nötig, zur Berechnung der drei andern noch 48 M. (16 für Y, 28 für Z und 4 für U).

5. Nach der Additionsmethode (AM.) sucht man aus 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten:

$$\begin{vmatrix} a' x + b' y + c' z = r' \\ a'_1 x + b'_1 y + c'_1 z = r'_1 \\ a'_2 x + b'_2 y + c'_2 z = r'_2 \end{vmatrix}$$

Hier ist jede als bekannt bezeichnete Gröſse eine Produktendifferenz, $a' = ad_1 - a_1 d$ u. s. w. Um aus 4 Gleichungen mit 3 Unbekannten 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten abzuleiten, sind im ungünstigen Falle $(2 \cdot 4 \cdot 3 =)$ 24 M. nötig.

Aus 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten bildet man 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten:

$$\begin{vmatrix} a'' x + b'' y = r'' \\ a_1'' x + b_1'' y = r_1'' \end{vmatrix}$$

Jede hier als bekannt bezeichnete Gröſse ist eine PD. Um aus 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten abzuleiten, sind $(2 \cdot 3 \cdot 2 =)$ 12 M. nötig.

Weiter sind ebenso, um aus 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten 1 Gleichung mit 1 Unbekannten

$$a''' x = r'''$$

abzuleiten, noch $(2 \cdot 2 \cdot 1 =)$ 4 M. nötig.

Um die erste Unbekannte aus 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten zu finden, sind im ungünstigen Falle 40 M. ausreichend.

Um die 3 andern Unbekannten zu finden, hat man weiter die Multiplikationen $a''x$ (um y zu finden); $a'x$ und $b'y$ (um z zu finden); ax, by und cz (um u zu finden). Das macht im ganzen noch 6 M.

III.

Vergleichen wir die DM. und die AM., wie sie in II. dargestellt sind, mit einander, so treten uns sofort vier sehr grofse Übelstände der Determinantenmethode entgegen, die in der Wirklichkeit noch viel bedeutender sind, als sie nach den allgemeinen Betrachtungen erscheinen.

1. Der erste und gröfste Übelstand der Determinantenmethode liegt in der Berechnung der Unbekannten **unabhängig** von einander. Hat man nach der AM. eine Unbekannte gefunden, so ist das ganze System so gut wie aufgelöst. Es sind bei 4 Gleichungen, wie oben nachgewiesen, nur noch (1 + 2 + 3 =) 6 M. auszuführen. Hat man nach der DM. eine Unbekannte gefunden, so ist damit sehr wenig für die andern Unbekannten gewonnen; man hat nach der gewöhnlichen Darstellung der Methode bei 4 Gleichungen nicht den 3. Teil der Auflösung, nach der vereinfachten Methode noch lange nicht die Hälfte der Auflösung beschafft. Dabei ist zu beachten, dafs man auch die eine (erste) Unbekannte nach der AM. viel leichter und schneller findet als nach der DM. Man geht nicht zu weit, wenn man behauptet: Nach der AM. sind bei einem System von beliebig vielen Unbekannten alle Unbekannten viel leichter und schneller zu bestimmen, als nach der DM. eine einzige. Es kommen nämlich aufser der Zahl der Multiplikationen bei der DM. auch die Schematisierung und die Kompliziertheit der Rechnung in Betracht, Umstände, welche vermehrte Arbeit und vermehrte Aufmerksamkeit erfordern.

2. Ein zweiter, nicht minder grofser Übelstand der Determinantenmethode liegt in dem **Ballast**, den die Rechnung mit sich führt. Der Ballast liegt in der Unzahl von Wiederholungen der Multiplikationen. Solche Wiederholungen kommen bei 2 und 3 Gleichungen nicht vor; sie fangen erst da an, wo Unterdeterminanten 2. und 3. Ordnung vorkommen, also bei einem System von 4 Gleichungen, und

steigern sich mit der Zahl der Gleichungen in der Art, dafs sie auch den besten Rechner zu einem wahren Schneckengang zwingen. Man mufs dieselben Produkte oder Produktendifferenzen immer von neuem berechnen oder, was ebenso zeitraubend ist, die schon einmal berechneten und notierten aufsuchen und ablesen. Schon bei jeder einzelnen Determinante 4. Grades kommen 6 Unterdeterminanten 2. Ordnung je zweimal, d. h. 12 M. zweimal vor. Nach der oben für X und Y gegebenen Darstellung kommen weiter bei Y dieselben 12 M. je zweimal vor, die bei X je zweimal vorkommen. Bei der AM. kennt man solchen Ballast nicht; was zu rechnen ist, ist nur einmal zu rechnen und steht nur einmal da. Wenn schon die Mathematiker die AM. vielfach tadeln, weil sie bei einem System von 3 Gleichungen einen überflüssigen Faktor liefert, was soll man dann von der DM. sagen, wo schon bei einem System von 4 Gleichungen nach der gewöhnlichen Darstellung in 2 Determinanten (hier in X und Y) 12 Produkte je viermal vorkommen? Wie man die Rechnung auch anstellen mag, der Ballast ist nicht fortzubringen.

3. Ein dritter, ebenfalls grofser Übelstand der Determinantenmethode ist die **Schematisierung.** Diese kann, um die Rechnung möglichst einfach einzurichten, selbst ein Mathematiker nicht entbehren, geschweige denn ein Schüler. Bei 2 Gleichungen, wenn man hier überhaupt von Determinanten reden will, bedarf es freilich solcher Schemata nicht, aber schon bei 3 Gleichungen, wenn man die Rechnung möglichst einfach einrichten will, sind sie, besonders für Schüler, nicht zu vermeiden. Die Aufstellung der Schemata nimmt viel Zeit weg. Man hat bei einem System von 4 Gleichungen mindestens 3 Determinanten 4. Grades und 12 Determinanten 3. Grades aufzuschreiben, und der Umfang der Schematisierung wächst mit der Zahl der Gleichungen allein zu einer grofsen Arbeit an. Während der dazu erforderlichen Zeit kann man in den meisten Fällen nach der AM. schon das ganze System auflösen.

4. Ein vierter, sehr grofser Übelstand der Determinantenmethode ist **das rapide Anwachsen des Umfangs der Rechnung** mit der Zahl der Gleichungen. Man hat

bei 2 Gleichungen 3 Determinanten 2. Grades zu berechnen; bei 3 Gleichungen, wenn die Rechnung möglichst einfach eingerichtet wird, 2 Determinanten 3. Grades und noch 6 Produkte; bei 4 Gleichungen 3 Determinanten 4. Grades und noch 8 Produkte. Zu einer Determinante 2. Grades gehören 2 M.; zu einer D. 3. Grades gehören $3 \cdot 2 + 3 = 9$ M.; zu einer D. 4. Grades $4 \cdot 9 + 4 = 40$ M.; zu einer D. 5. Grades $5 \cdot 40 + 5 = 205$ M. Das giebt bei 2 Gleichungen 6 M., bei 3 Gleichungen 24, bei 4 Gleichungen 128 M. u. s. w. Setzt man die Arbeit, 1 M. auszuführen, = 1, so sind die Arbeiten, welche zur Auflösung der Systeme von 2, 3, 4, 5 ... n Gleichungen nach der DM. gehören, sehr gering gerechnet und die Schematisierung nicht in Anschlag gebracht, bezw. mindestens $= 2 \cdot 3$, $2 \cdot 3 \cdot 4$, $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$, $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ u. s. w. bis $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \ldots (n + 1)$. Die Arbeiten, welche zur Auflösung von Gleichungen mit mehreren Unbekannten nach der DM. erforderlich sind, wachsen mit der Zahl der Gleichungen wie die Glieder einer hypergeometrischen Reihe. Viel richtiger und noch sehr gering rechnet man

für	2	3	4	5 Gl.
bezw.	$2 \cdot 3$	$2 \cdot 3 \cdot 5$	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 8$	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 12$

u. s. w. Arbeitseinheiten.

Bei der AM. wachsen die Arbeiten der Auflösung der Gleichungen mit der Zahl der Gleichungen nur wie die Glieder einer arithmetischen Reihe 3. Ordnung. Man braucht für 2 Gleichungen $2 \cdot 2 + 1 = 5$ M., für 3 Gleichungen $2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 + 2 = 19$ M., für 4 Gleichungen $2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 + 2 + 3 = 46$ M., allgemein für n Gleichungen $2n(n-1) + 2(n-1)(n-2) \ldots + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 + 2 + 3 \ldots + (n-1) = \frac{1}{6} n(n-1)(4n+7)$ M. Für 4 Gleichungen ist die Arbeit nach der AM. = 46, nach der DM. (mindestens) = 240. Braucht ein Schüler nach der AM. zur Auflösung eines Systems von 4 Gleichungen eine halbe Stunde, so wird er nach der DM. mindestens $2\frac{1}{2}$ Stunden gebrauchen. Aber er wird mit dieser Zeit noch lange nicht ausreichen. Ein System von 5 Gleichungen mit 5 Unbekannten nach der DM. aufzulösen ist schon keine Schülerarbeit mehr, während die Auflösung nach der AM. nicht über die Kräfte eines Sekundaners hinausgeht.

IV.

1. Dieser Auseinandersetzungen, um zu beweisen, dafs die Determinantenmethode zur Auflösung von Gleichungen mit mehreren Unbekannten gänzlich unzweckmäfsig ist, hätte es für die Determinantenrechner nicht bedurft, wenn sie sich überlegt hätten, dafs in dem einfachsten Falle und in dem schwierigsten Falle von denen, die auf Schulen vorkommen, die DM. gänzlich unzweckmäfsig ist. Dann mufs man schliefsen: Die DM. ist für die Praxis überhaupt unbrauchbar.

2. Der einfachste Fall ist ein System von 2 Gleichungen folgender Art:

$$\begin{vmatrix} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{vmatrix}$$

Soll man hier die Determinantenmethode anwenden? Ich kann mir keinen so grofsen Determinantenverehrer denken, der es wagen sollte, bei Lösung dieser Aufgabe die DM. zu empfehlen.

3. Nehmen wir weiter ein System von 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten:

$$\begin{vmatrix} x + 2y + 3z - u = 8 \\ 2x - 3y + 5z + 2u = 9 \\ 3x - y - 3z + 2u = 8 \\ 4x - 2y - z + 3u = 13 \end{vmatrix}$$

Ich habe nach der AM. zur Auflösung dieser Gleichungen 3 Minuten gebraucht, nach der DM. 30. Giebt man dem Schüler zehnmal so viel Zeit, so braucht er nach der AM. eine halbe Stunde, nach der DM. 5 Stunden. Nach der oben (in III, 4) gemachten Entwickelung sollte der Schüler nur $2\frac{1}{2}$ Stunden gebrauchen; die 5 Stunden werden, wie ich glaube, der Wahrheit näher kommen als die $2\frac{1}{2}$ Stunden. — Man hätte hier nach der DM. zunächst

$$X = \begin{vmatrix} 8 & 2 & 3 & -1 \\ 9 & -3 & 5 & 2 \\ 8 & -1 & -3 & 2 \\ 13 & -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 8 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 5 & 2 \\ -1 & -3 & 2 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} - 9 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$+8 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & 2 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} - 13 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & 2 \\ -1 & -3 & 2 \end{vmatrix}.$$

Schon bei einem solchen Anfang — von der eigentlichen Rechnung ist noch gar nichts gemacht — treten die tragischen Momente der Determinantenmethode klar hervor, Mitleid und Furcht. Ich würde mit den Schülern, welche zur Anwendung einer solchen Methode angehalten würden, grofses Mitleid empfinden, und zugleich für mich einen grofsen *φόβος*, um nicht zu sagen *horror*, dafs man auch mir zumuten könnte, solche Aufgaben nach der Determinantenmethode zu lösen.

4. Gleichungen mit 2 und 3 Unbekannten sind nach jeder Methode leicht zu lösen, wie sie auch beschaffen sein mag. Die Arbeit fängt erst bei einem System von 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten an. Ich empfehle den Determinantenenthusiasten nur ein einziges System dieser Art nach ihrer Methode aufzulösen, und sie werden bald die Mängel der von ihnen befürworteten Methode einsehen. Wer aber einmal die Auflösung eines Systems von 5 Gleichungen nach der DM. ernstlich versucht hat, wird, wenn er auch der gröfste Determinantenenthusiast ist, von seiner Passion zeitlebens gründlich geheilt sein.

5. Um über das behandelte Thema keinen Zweifel zu lassen wollen wir auch die Gleichungen mit 2 und mit 3 Unbekannten allgemein betrachten.

Für das System

$$\begin{vmatrix} a\,x + b\,y = r \\ a_1 x + b_1 y = r_1 \end{vmatrix}$$

hat man

$$x = \frac{X}{R},\ y = \frac{Y}{R}$$

$$R = \begin{vmatrix} a\,b \\ a_1 b_1 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} r\,b \\ r_1 b_1 \end{vmatrix} \quad Y = \begin{vmatrix} a\,r \\ a_1 r_1 \end{vmatrix}$$

Es sind im ganzen 6 M. auszuführen. — Nach der AM. hat man durch die Elimination von y

$$a'x = r'.$$

Es sind 4 M. nötig: $ab_1 - a_1 b = a'$, $b_1 r - r_1 b = r'$; dazu, um y zu finden, ax, macht im ganzen 5 M. Man braucht nach der

AM. 1 M. weniger als nach der DM. Es giebt bei 2 Gleichungen keinen Fall, wo die Determinantenmethode, wenn man hier überhaupt von einer solchen reden will, nicht hinter der AM. zurückbleibt.

6. Hat man das System von 3 Gleichungen

$$\begin{vmatrix} a\,x + b\,y + c\,z = r \\ a_1 x + b_1 y + c_1 z = r_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = r_2 \end{vmatrix},$$

so giebt die DM. in der gewöhnlichen Darstellung

$$x = \frac{X}{R},\ y = \frac{Y}{R},\ z = \frac{Z}{R}$$

$$R = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \qquad X = \begin{vmatrix} r & b & c \\ r_1 & b_1 & c_1 \\ r_2 & c_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$Y = (a\ r\ c) \qquad Z = (a\ b\ r)$$

Für jede der 3 hier vorkommenden Determinanten X, Y Z sind 9 M. nötig. Dazu kommen noch 3 für R: aA, $a_1 A_1$, $a_2 A_2$, wo die zu a, a_1, a_2 gehörenden Unterdeterminanten A, A_1, A_2 schon bei X berechnet sind. Das giebt im ganzen 30 Multiplikationen.

Nach der AM. braucht man höchstens $(2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 1 + 2 =)$ 19 M. (nach III, 4.), d. h. 11 M. weniger als nach der DM. Da bei der AM. auch die Schematisierung fortfällt, so erfordert die AM. höchstens die Hälfte der Rechnung, welche die DM. erfordert.

7. Nach II, 4. läfst sich die gewöhnliche Darstellung der DM. wesentlich für die Praxis vereinfachen. Aber bei aller Abkürzung bleibt auch für 3 Gleichungen die AM. ungleich kürzer als die DM. Bezeichnet man die zu c, c_1, c_2 gehörenden Unterdeterminanten von Y $(a_1 r_2 - a_2 r_1$ u. s. w.) mit γ, γ_1 und γ_2, so ist

$$\begin{aligned} Y &= \quad c\gamma + c_1\gamma_1 + c_2\gamma_2 \\ Z &= -(b\gamma + b_1\gamma_1 + b_2\gamma_2) \end{aligned}$$

So werden 6 M. gespart. Es bleiben noch 24. M. auszuführen. Die DM. leistet mit ihrem komplizierten Apparat, wenn man ihn auch noch so zweckmäfsig ansetzt, lange das nicht, was die AM. mit alleiniger Anwendung der 4 Species leistet.

V.

1. Wenden wir uns nun zu speziellen Beispielen, betrachten insonderheit die von Herrn Diekmann in seinen Arbeiten gegegebenen Musterbeispiele*), so tritt sofort ein fünfter grofser Übelstand der Methode hervor, die **Starrheit** derselben. Bei der AM. macht es einen grofsen Unterschied in der Rechnung, welche Unbekannte man zuerst eliminiert. Man eliminiert zuerst die Unbekannte, deren Koeffizienten gleich oder möglichst klein sind oder gemeinschaftliche Faktoren haben. So kann man die Methode den Eigentümlichkeiten des Systems anpassen und dadurch die Rechnung wesentlich abkürzen. Ob man nach der DM. diese oder jene Unbekannte zuerst berechnet, ist gleichgültig, da sie doch alle unabhängig von einander berechnet werden. Daher fällt in den folgenden Gleichungen, die meinen „Arithmetischen Aufgaben" entnommen sind, die DM. keinen Vergleich mit der AM. aus.

1. $\left|\begin{array}{l} 7x + y = 32 \\ 5x - y = 16 \end{array}\right|$ 2. $\left|\begin{array}{l} 9x + 5y = 63 \\ 7x - 5y = 27 \end{array}\right|$

3. $\left|\begin{array}{r} 21x - 12y = 52 \\ 7x + 5y = 26 \end{array}\right|$ 4. $\left|\begin{array}{l} x = 3y \\ 9x - 7y = 85 \end{array}\right|$

5. $\left|\begin{array}{r} 7x - 9y + 6 = 0 \\ 11x - 12y - 12 = 0 \end{array}\right|$ 6. $\left|\begin{array}{r} 9x + 13y - 75 = 0 \\ 12x - 41y + 75 = 0 \end{array}\right|$

7. $\left|\begin{array}{l} 8x - 3y = 18 \\ 8y - 3x = 7 \end{array}\right|$ 8. $\left|\begin{array}{l} x = 3y - 7 \\ y = 3x - 19 \end{array}\right|$

9. $\left|\begin{array}{l} 7x - 3 = 5y \\ 7y - 3 = 8x \end{array}\right|$ 10. $\left|\begin{array}{l} x = 91 - 5y \\ y = 5x - 91 \end{array}\right|$

Läfst die AM. nicht direkt eine besondere Abkürzung zu, so sucht man eine Hülfsgleichung. In Nr. 7 erhält man durch Addition und Subtraktion $x + y = 5$, $x - y = 1$. In Nr. 6 erhält man durch Addition $3x - 4y = 0$ u. s. w.

Im Heis finde ich nur eine Aufgabe dieser Art, bei deren Auflösung die DM. genähert mit derselben Leichtigkeit angewendet wird, als die AM. Es ist

$$\left|\begin{array}{l} 17x - 13y = 144 \\ 23x + 19y = 890 \end{array}\right|$$

*) Man sehe auch die Beispiele in XII, 426. Red.

Aber die Addition und Subtraktion der Gleichungen giebt hier schon ein wesentlich leichter zu lösendes System.

2. Diekmann hat (Einleitung in die Lehre von den Determinanten S. 20)

$$\begin{vmatrix} 3x + 2y = 12 \\ 5x + 3y = 19 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -12 \\ 3 & -19 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} \qquad y = -\frac{\begin{vmatrix} 3 & -12 \\ 5 & -19 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}}$$

Besser wohl nach der oben gewählten Bezeichnung:

$$R = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} 12 & 2 \\ 19 & 3 \end{vmatrix} \quad Y = \begin{vmatrix} 3 & 12 \\ 5 & 19 \end{vmatrix} \text{ u. s. w.}$$

Bevor man noch solche Schemata hinzuschreiben im Stande ist, wird schon ein Schüler die Aufgabe nach der AM. vollständig gelöst haben.

Hier erkennt man noch einen Nachteil der DM., der zwar nicht wesentlich, doch immerhin vorhanden ist: Man kann die Schemata im voraus nicht so einrichten, dafs die Endgröfsen positiv sind. So findet man hier $X = -2$, $Y = -3$, $R = -1$. Nach der AM. multipliziert man, um schliefslich gleich positive Gröfsen zu erhalten, die Gleichungen bez. mit -3 und $+2$. Das giebt $x = 2$ u. s. w.

3. Diekmann hat weiter (Einleitung S. 22)

$$\begin{vmatrix} x + 2y = 23 \\ 3x + 4z = 57 \\ 5y + 6z = 94 \end{vmatrix}$$

$$R = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} 23 & 2 & 0 \\ 57 & 0 & 4 \\ 94 & 5 & 6 \end{vmatrix} \quad Y = \begin{vmatrix} 1 & 23 & 0 \\ 3 & 57 & 4 \\ 0 & 94 & 6 \end{vmatrix} \quad Z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 23 \\ 3 & 0 & 57 \\ 0 & 5 & 94 \end{vmatrix}$$

Wenn jemand bei der Auflösung solcher Aufgaben die DM. empfiehlt, so darf es ihn nicht befremden, wenn von einer solchen Methode gesagt wird: „Bei den meisten Aufgaben, welche hierher gehören, hat es in der That etwas Komisches, mit dem Apparat der Determinanten ans Werk zu gehen; denn ein leidlich tüchtiger Rechner wird nach der AM. schon das Resultat

haben, bevor sich nach der DM. auch nur die Form des Resultats hinschreiben läfst."

Man hat nach der AM. x zu eliminieren. Das giebt

$$\begin{array}{|rl|l} 3y - 2z = & 6 & 3 \\ 5y + 6z = & 94 & 1 \\ \hline 14y & = 112, & \end{array} \text{ d. h. } y = 8, x = 7, z = 9$$

4. Diekmann hat weiter (hier XII, 6, S. 426)

$$\begin{array}{r|l|r} 15 & 3x + 2y + 4z = 16 & 80 \\ 50 & 5x + 7y + 6z = 37 & 370 \\ -128 & 8x + 5y + 5z = 36 & -576 \\ \hline -63x & \qquad\qquad = & -126, \end{array} \text{ d. h. } x = 2.$$

Herr Diekmann glaubt, es gehe auch ohne Schematisierung ab; er multipliziert mit den zu 3, 5, 8 gehörenden Unterdeterminanten, findet so mit Leichtigkeit, wie er glaubt, x und mit fast der halben Arbeit auch y und z. — Auf diese Aufgabe, deren Behandlung nach der DM. schon oben allgemein als umständlich nachgewiesen ist, gehe ich hier nur noch ein, weil ein geachteter Mathematiker an mich schrieb: „Die Methode hat etwas Bestechendes." Näher betrachtet ist diese Rechnung des Herrn Diekmann ebenso umständlich, als alle Rechnungen dieser Art nach der DM. Will und kann man die Rechnungen gröfstenteils aus dem Kopfe machen, so steht das ja jedem frei; gemacht müssen sie doch werden. Herr D. hat hier zunächst 6 M. auszuführen:

$$7 \cdot 5 - 5 \cdot 6 = 5,\ 5 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 10,\ 2 \cdot 6 - 4 \cdot 7 = -16;$$

dann sind weitere 6 M. auszuführen:

$$X = 16 \cdot 5 + 37 \cdot 10 + 36 \cdot (-16) = -126$$
$$R = 3 \cdot 5 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot (-16) = -63$$

dann sind die Unterdeterminanten für y und z zu berechnen:

$$\begin{array}{lll} 6 \cdot 8 - 5 \cdot 5 = 23 & 5 \cdot 3 - 8 \cdot 4 = -17 & 4 \cdot 5 - 3 \cdot 6 = 2 \\ 5 \cdot 5 - 7 \cdot 8 = -31 & 8 \cdot 2 - 3 \cdot 5 = 1 & 3 \cdot 7 - 2 \cdot 5 = 11 \end{array}$$

Dazu kommen dann die Berechnungen von Y und Z:

$$Y = 16 \cdot 23 + 37 \cdot (-17) + 36 \cdot 2 = -189$$
$$Z = 16 \cdot (-31) + 37 \cdot 1 + 36 \cdot 11 = -63$$

Das macht im ganzen, wie schon oben nachgewiesen, 30 M.

Dann ist

$$x = \frac{X}{R} = 2, \quad y = \frac{Y}{R} = 3, \quad z = \frac{Z}{R} = 1$$

Dafs man hier 6 M. sparen kann, mufs Herr Diekmann wohl nicht gewufst haben; sonst hätte er es doch wohl erwähnt. Man hat oben eine Determinante zu viel berechnet; man braucht nur zwei zu berechnen. Berechnet man nach IV, 7

$$37 \cdot 8 - 36 \cdot 5 = 116 \quad 36 \cdot 3 - 16 \cdot 8 = -20$$
$$16 \cdot 5 - 37 \cdot 3 = -31,$$

so ist

$$\begin{aligned} Y &= -4 \cdot 116 + 6 \cdot 20 + 5 \cdot 31 = -189 \\ Z &= 2 \cdot 116 - 7 \cdot 20 - 5 \cdot 31 = -63. \end{aligned}$$

In Y stehen die Koeffizienten von z, in Z die von y. So sind nur 12 M. zur Berechnung von Y und Z nötig, giebt im ganzen 24 M. — Die AM. macht sich hier so:

$$\begin{array}{|rcl|r|r}
3x + 2y + 4z & = & 16 & -3 & -5 \\
5x + 7y + 6z & = & 37 & +2 & \\
8x + 5y + 5z & = & 36 & & +4 \\
\hline
x + 8y & = & 26 & 17 & \\
17x + 10y & = & 64 & -1 & \\
\hline
126y & = & 378, & \text{d. h. } y = 3 & \\
 & & & x = 2 & \\
 & & & z = 1. &
\end{array}$$

Die AM. reicht in dieser Aufgabe mit 17 M. aus, bedarf also, die bei derselben vorkommenden kleineren Zahlen und die Einfachheit der Rechnung in Anschlag gebracht, auch dann nur noch etwa der halben Arbeit, welche die DM. erfordert, wenn diese in wesentlich vereinfachter Weise angewendet wird.

VI.

Prüfen wir nun die DM. nach den in I. (S. 113 f.) aufgestellten Kriterien, so läfst sich über diese Methode Folgendes behaupten:

1. Die Allgemeinheit der Methode läfst sich nicht bestreiten; doch wird bei wachsender Zahl der Gleichungen der Ballast bald so grofs, dafs auch der Stärkste nicht mehr vorwärts kann. Auch ein Schüler wird nach der AM. noch ein

System von 6 und 7 Gleichungen bewältigen können; nach der DM. möchte ich keinem Schüler die Auflösung eines Systems von 4 Gleichungen zumuten.

2. Die Einfachheit mufs ich der DM. gänzlich absprechen. Sie ist, besonders wenn sie mit der AM. verglichen wird, weder einfach in ihren Grundlagen, noch einfach in ihren Mitteln, noch einfach in ihrer Theorie, noch einfach in ihrer Ausführung. Dies sollte schon füglich genügend sein, einen Lehrer zu hindern, den Schülern die Methode zu empfehlen.

3. Die Zweckmäfsigkeit der Methode läfst sich in keiner Weise darthun. Sie ist gerade das Gegenteil von dem, was man sonst zweckmäfsig nennt. Sie leistet mit möglichst verwickelten Mitteln lange das nicht, was die AM. mit ganz einfachen Mitteln leistet. Sie ist in hohem Grade unzweckmäfsig. Vielfach macht die Methode den Eindruck, als ob man das durchaus auf einer Schiebkarre transportieren will, was man bequem in die Westentasche stecken kann.

4. Die DM. ist höchst ungeschmeidig, ist starr, für den hier vorliegenden Zweck ein geistloser Mechanismus. Sie behandelt alle Unbekannten, wie auch ihr Vorkommen und ihre Koeffizienten sein mögen, in derselben Weise. Eine Benutzung der Eigentümlichkeiten der Koeffizienten der Unbekannten, um dadurch, wie es bei der AM. geschieht, die Rechnung wesentlich zu vereinfachen, kennt die DM. nicht.

5. Die DM. ist durchaus künstlich, ihre Mittel liegen gar nicht in der Natur der Sache, sie ist weit herangeholt, geriert sich vornehm, als ob die alten Methoden stümperhaft und primitiv wären, steht aber in der Praxis hinter den einfachen, natürlichen Methoden weit zurück. Schon aus diesem Grunde sollte man nicht vergessen, die Schüler auf die grofsen Mängel dieser Methode aufmerksam zu machen, damit sie auch hier lernen, dafs der Schein trügt.

6. Die Reinheit der Methode läfst sich nicht bestreiten. Um sie rein durchzuführen, ist sie auch verwickelt. Die Benutzung der Substitution würde sie ein wenig kürzer machen; gegen die AM. würde sie freilich auch dann noch weit im Rückstand bleiben.

Endurteil über die Determinantenmethode: Wer seinen Schülern die Determinantenmethode zur Auflösung der Gleichungen mit mehreren Unbekannten empfiehlt, macht sich wissenschaftlich und pädagogisch eines grofsen Mifsgriffs schuldig.

VII.

Sollen die Lehrer den Schülern etwas von den Determinanten mitteilen? Gewifs! — Die Determinanten sind so wunderbare arithmetische Gebilde, dafs ich den Unterricht in der Arithmetik nicht für vollständig halte, wenn die Schüler in einfachen Fällen nicht wissen, was solche Gebilde bedeuten, wo solche Gebilde vorkommen, welches ihre wesentlichsten Eigenschaften sind. Dabei kann man ihnen auseinandersetzen, dafs die Determinanten vorzugsweise bei der Auflösung der Gleichungen mit mehreren Unbekannten vorkommen. Dann sind sie aber auf die Vorzüge und die viel gröfseren Nachteile ihrer Anwendung bei der Auflösung der Gleichungen gewissenhaft aufmerksam zu machen. Es ist hier wohl zweckmäfsig, nicht über die Determinanten 3. Grades hinauszugehen. Schon aus diesem Grunde würde, da in den Aufgabensammlungen und Lehrbüchern auch Systeme von 4 und 5 Gleichungen vorkommen, die Anwendung der Determinanten auf die Auflösung der Gleichungen etwas Mangelhaftes haben.

Nach dem Obigen wird es denn wohl den Determinantenfreunden*) gerechtfertigt erscheinen, wenn ich, ungeachtet meiner abfälligen Kritik der Determinantenmethode, in meinen „Arithmetischen Aufgaben“ den Determinanten einige Seiten eingeräumt habe.

---

*) Vgl. in dieser Zeitschrift Scherling XII, Hft. 5. S. 368 und 69.

Kleinere Mitteilungen.

Über eine antike Auflösung des sogenannten Restproblems in moderner Darstellung.

Von Prof. Dr. Ludwig Matthiessen in Rostock.*)

II.**)

Das sogenannte Restproblem besteht bekanntlich in der Auflösung des Systems

$$N = m_1 x_1 + r_1 = m_2 x_2 + r_2 = m_3 x_3 + r_3 = \dots$$

in ganzen Zahlen für gegebene ganze Constanten m und r. Das System ist gleichbedeutend mit dem folgenden:

$$N \equiv r_1 \pmod{m_1},\ N \equiv r_2 \pmod{m_2},\ N \equiv r_3 \pmod{m_3},\ \text{u. s. f.}$$

Es sind für die Methode der Auflösung zwei Fälle zu sondern, nämlich entweder ist $m_1 \smile m_2 \smile m_3 \dots$ d. h. die Module sind relativ prim, oder sie sind es nicht. Die elegantesten und einfachsten Methoden sind in zwei altchinesischen Werken beschrieben worden und zwar die für relative Primmoduln von Sun Tsze, die für nicht teilfremde Moduln von Yih-hing.***)

Sun Tsze (um 250 n. Chr.) lebte gegen das Ende der Han-Dynastie und schrieb Swan-king (arithmetischer Classiker). In dem Kap. „Unbekannte Zahlgröfsen" wird die Regel Tayen (grofse Erweiterung) für relative Primmoduln mit vier Stanzen eingeleitet und durch Aufgaben erläutert.

Yih-hing († 717 n. Chr.) buddhistischer Priester und Astronom in China, unter der Tang-Dynastie lebend, schrieb Tayen lei schu, ein Buch über unbestimmte Analytik. Im 1. Kap. wird die Tayen für nicht teilfremde Moduln verallgemeinert und 8 Aufgaben werden als Anwendung hinzugefügt.

---

*) Der geehrte Hr. Verf. hat diesen Artikel bereits in IX, 369 und XII, 193 avisirt. D. Red.

**) Vgl. Jahrg. VII. S. 77; IX. S. 117, 194—197 besonders am Schlufse; X. S. 106 und XII. S. 193. Schlömilch's Zeitschr. für Math. u. Phys. XXVI. Hist.-litt. Abt. S. 36. Compt. Rend. und Les Mondes (Cah. de Fevr.) 1881. M.

***) Crelle, Journ. LII. S. 77—79; XCI. S. 254. M.

In meinem ersten Aufsatze (X, 106 u. f.) habe ich die Methode von Sun Tsze in moderner Darstellungsweise mittels Anwendung der Kongruenzen wieder zu geben gesucht. Damals war es mir noch nicht möglich, den Kern der verallgemeinerten Methode von Yih-hing aus der aphoristischen Darstellung des Autors und ihrer mehrfach corrumpierten Übersetzung von Alexander Wylie herauszuschälen. Dieselbe ist später von mir im Januarhefte der Compt. rend. 1881 publiziert worden. Es sollen im Folgenden in Kürze die beiden Methoden ihrem Inhalte nach angegeben und durch numerische Beispiele erläutert worden.

1. Die Methode von Sun Tsze für teilfremde Moduln. Es ist aufzulösen

$$N = m_1 x_1 + r_1 = m_2 x_2 + r_2 = m_3 x_3 + r_3 = \dots$$

und $m_1 m_2 m_3 \cdots = m$. Man bestimme die kleinsten positiven Wurzeln k der Kongruenzen

$$k_1 \frac{m}{m_1} \equiv 1 \pmod{m_1}, \quad k_2 \frac{m}{m_2} \equiv 1 \pmod{m_2}, \quad \text{u. s. w.}$$

Dann ist

$$N = r_1 k_1 \frac{m}{m_1} + r_2 k_2 \frac{m}{m_2} + r_3 k_3 \frac{m}{m_3} + \dots - mn.$$

Die Gröfsen k heifsen Multiplikatoren, die Produkte $k_1 \frac{m}{m_1}$ Hilfszahlen. Die Richtigkeit des Verfahrens leuchtet aus dem für N gefundenen Wert unmittelbar ein.

1. Beispiel*): $N = 3x_1 + 2 = 5x_2 + 3 = 7x_3 + 2$.

				Hilfszahlen
$m_1 = 3$	$r_1 = 2$	$5 \cdot 7 k_1 \equiv 1 \pmod 3$	$k_1 = 2$	$5 \cdot 7 k_1 = 70$
$m_2 = 5$	$r_2 = 3$	$3 \cdot 7 k_2 \equiv 1 \pmod 5$	$k_2 = 1$	$3 \cdot 7 k_2 = 21$
$m_3 = 7$	$r_3 = 2$	$3 \cdot 5 k_3 \equiv 1 \pmod 7$	$k_3 = 1$	$3 \cdot 5 k_3 = 15$

Die gesuchte Zahl ist

$$N = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 + 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 + 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 - 3 \cdot 5 \cdot 7 n = 233 - 105 n.$$

Die kleinste Lösung ist demnach $N = 23$.

2. Beispiel: $N = 3x_1 + 1 = 5x_2 + 4 = 7x_3 + 1 = 11x_4 + 9$.

				Hilfszahlen
$m_1 = 3$	$r_1 = 1$	$5 \cdot 7 \cdot 11\, k_1 \equiv 1 \pmod 3$	$k_1 = 1$	385
$m_2 = 5$	$r_2 = 4$	$3 \cdot 7 \cdot 11\, k_2 \equiv 1 \pmod 5$	$k_2 = 1$	231
$m_3 = 7$	$r_3 = 1$	$3 \cdot 5 \cdot 11\, k_3 \equiv 1 \pmod 7$	$k_3 = 2$	330
$m_4 = 11$	$r_4 = 9$	$3 \cdot 5 \cdot 7\, k_4 \equiv 1 \pmod{11}$	$k_4 = 2$	210

*) Die Übungsbeispiele sind mit einigen Änderungen entnommen aus meinem: Übungsbuche für den Unterricht in der Arithmetik und Algebra in höheren Bürgerschulen u. s. w. Köln 1882.

Die gesuchte Zahl ist

$$N = 1\cdot 385 + 4\cdot 231 + 1\cdot 330 + 9\cdot 210 - 3\cdot 5\cdot 7\cdot 11 n = 3529 - 1155 n.$$

Die kleinste Lösung ist demnach 64. Die Kongruenzen werden am einfachsten direkt gelöst, ohne Anwendung der Kettenbrüche, also

$$385 k_1 \equiv 1 \pmod 3 \quad 231 k_2 \equiv 1 \pmod 5 \quad 165 k_3 \equiv 1 \pmod 7$$
$$k_1 \equiv 1; \quad k_2 \equiv 1; \quad 4 k_3 \equiv 1 \equiv 8$$
$$k_3 \equiv 2;$$
$$105 k_4 \equiv 1 \pmod{11}$$
$$6 k_4 \equiv 1 \equiv 12$$
$$k_4 \equiv 2.$$

2. Die Methode von Yih-hing für nicht teilfremde Moduln. Es sei wiederum

$$N \equiv r_1 \pmod{m_1} \equiv r_2 \pmod{m_2} \equiv r_3 \pmod{m_3} \equiv \ldots.$$

und der kleinste gemeinschaftliche Dividuus der beliebigen Moduln

$$m = 1^p \cdot 1^q \ldots 2^r \cdot 3^s \cdot 5 \ldots = \mu_1 \mu_2 \mu_3 \ldots,$$

wo also $\mu_1, \mu_2, \ldots$ Potenzen von Primzahlen bedeuten und derart auf die vorgelegten Kongruenzen zu verteilen sind, daſs sie folgenden Kongruenzen genügen:

$$m_1 \equiv 0 \pmod{\mu_1},\ m_2 \equiv 0 \pmod{\mu_2},\ m_3 \equiv 0 \pmod{\mu_3},\ \text{u. s. f.}$$

Man bestimme die kleinsten (positiven und negativen) Wurzeln k der Kongruenzen

$$k_1 \frac{m}{\mu_1} \equiv 1 \pmod{\mu_1},\ k_2 \frac{m}{\mu_2} \equiv 1 \pmod{\mu_2},\ \text{u. s. f.}$$

Dann ist die gesuchte Zahl

$$N = r_1 k_1 \frac{m}{\mu_1} + r_2 k_2 \frac{m}{\mu_2} + r_3 k_3 \frac{m}{\mu_3} + \ldots - mn.$$

Noch allgemeiner ist nach Yih-hing

$$N = \Sigma r_1 k_1 \frac{m}{\mu_1}(1 + m_1 - \mu_1) - mn,$$

wo n eine beliebige ganze Zahl bedeutet.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens entbehrt noch eines strengen Beweises, dessen Auffindung ich den Herren Fachgenossen hiermit als Problem vorgelegt haben möchte. Es giebt Fälle, in denen ganzzahlige Werte für N nicht möglich sind. Die Methode führt auch dann noch zu einem ganzzahligem Werte, welcher jedoch den vorgelegten Kongruenzen nicht genügt. Ist aber die Auflösung möglich, so führt die Methode auch zur richtigen Auflösung. Um die Möglichkeit der Auflösung zu prüfen, kombiniere man die Kongruenzen zu je Zweien; immer muſs alsdann sein

$$r_p \equiv r_q \pmod{\delta\,[m_p, m_q]}$$

wo δ den gröfsten gemeinschaftlichen Teiler irgend zweier Moduln m_p und m_q bedeutet.

1. Beispiel: $N = 2x_1 + 1 = 4x_2 + 1 = 6x_3 + 3 = 12x_4 + 9.$

					Hilfszahlen
$m_1 = 2$	$\mu_1 = 1$	$r_1 = 1$	$1 \cdot 3 \cdot 4k_1 \equiv 1 \pmod 1$	$k_1 = 1$	12
$m_2 = 4$	$\mu_2 = 1$	$r_2 = 1$	$1 \cdot 3 \cdot 4k_2 \equiv 1 \pmod 1$	$k_2 = 1$	12
$m_3 = 6$	$\mu_3 = 3$	$r_3 = 3$	$1 \cdot 1 \cdot 4k_3 \equiv 1 \pmod 3$	$k_3 = 1$	4
$m_4 = 12$	$\mu_4 = 4$	$r_4 = 9$	$1 \cdot 1 \cdot 3k_4 \equiv 1 \pmod 4$	$k_4 = 3$	9

Die gesuchte Zahl ist

$$N = 1 \cdot 12 + 1 \cdot 12 + 3 \cdot 4 + 9 \cdot 9 - 12n = 117 - 12n$$

und die kleinste Lösung 21.

2. Beispiel (Yih-hing): Vier ursprünglich gleich grofse Kapitalien werden nach und nach durch Wechsel von verschiedenem Betrage, die wöchentlich darauf gezogen worden, vermindert. Die wöchentlich trassierten Beträge sind beziehlich 5, 6, 8 und 9 Kasch; die Reste der Kapitalien 3, 3, 5 und 0 Kasch. Welches war die anfängliche Gröfse derselben?

Auflösung: $N \equiv 3 \pmod 5 \equiv 3 \pmod 6 \equiv 5 \pmod 8 \equiv 0 \pmod 9$.

$m_1 = 5$	$\mu_1 = 5$	$r_1 = 3$	$1 \cdot 2^3 \cdot 3^2 k_1 \equiv 1 \pmod 5$	$k_1 = 3$
$m_2 = 6$	$\mu_2 = 1$	$r_2 = 3$	$5 \cdot 2^3 \cdot 3^2 k_2 \equiv 1 \pmod 1$	$k_2 = 1$
$m_3 = 8$	$\mu_3 = 2^3$	$r_3 = 5$	$5 \cdot 1 \cdot 3^2 k_3 \equiv 1 \pmod 8$	$k_3 = 5$
$m_4 = 9$	$\mu_4 = 3^2$	$r_4 = 0$	$5 \cdot 1 \cdot 2^3 k_4 \equiv 1 \pmod 9$	$k_4 = -2$

Die Hilfszahlen sind beziehungsweise 216, 360, 225 und — 80; also das Kapital $N = 2853 - 360n$ und die kleinste Lösung 333.

Die Auflösung der vier Hilfskongruenzen geschieht auf folgende Art:

$$72k_1 \equiv 1 \pmod 5 \qquad 360k_2 \equiv 1 \pmod 1 \qquad 45k_3 \equiv 1 \pmod 8$$
$$2k_1 \equiv 1 \equiv 6 \qquad k_2 \equiv 1; \qquad -3k_3 \equiv 1 \equiv 9$$
$$k_1 \equiv 3; \qquad\qquad k_3 \equiv -3 \equiv 5;$$
$$40k_4 \equiv 1 \pmod 9$$
$$4k_4 \equiv 1 \equiv -8$$
$$k_4 \equiv -2.$$

Aus der Sammelmappe eines Chemikers.

Von Dr. Vogel in Memmingen.

I.

Man kann häufig in den chemischen Lehrbüchern die Beobachtung machen, dafs die Experimente aus den älteren Werken kritiklos herübergenommen werden, ohne dafs den Fortschritten auf diesem Gebiete Rechnung getragen wird. Ich habe es mir nun zur

Aufgabe gemacht, an dieser Stelle über die in den verschiedenen Zeitschriften zerstreuten Angaben betreffs neuer oder verbesserter Apparate, Darstellungsmethoden u. s. w. regelmäfsig Bericht zu erstatten und sie so den Unterrichtszwecken nutzbarer zu machen.

1. Phosphornachweis nach Hager. (Fresen. Ztschft. f. an. Chem. **20.** 319. Pharm. Centralhalle **20.** 353.) Für Schulzwecke findet man meist die Mitscherlichsche Methode empfohlen, den Phosphor mit Wasser abzudestillieren, wobei das charakteristische Leuchten im Dunkeln beobachtet werden kann. Hagers Methode ist nun noch viel einfacher, selbst im bescheidensten Laboratorium auszuführen und deshalb wohl wert, allgemeiner bekannt zu werden. Sie beruht auf der Reduktion von $AgNO_3$. Um Täuschungen durch SH_2 oder andere gasförmige Fäulnisprodukte zu vermeiden, wird ein Teil der zu untersuchenden Substanz zuerst mit Bleiessig gemischt*) und mit Äther kräftig durchgeschüttelt. Das Gefäfs wird nun mit einem Pfropfen verschlossen, in welchem Uförmig ein schmaler Streifen Pergamentpapier eingeklemmt ist. An dessen tiefste Stelle bringt man zuvor noch einen Tropfen $AgNO_3$ Lösung. Die Flüchtigkeit des Äthers erleichtert das Verdampfen auch der geringsten Phosphorspuren, so dafs im Dunkeln schon nach wenigen Minuten eine Schwärzung durch Bildung von Phosphorsilber oder met. Silber bemerkbar ist. Ist nach 30 Minuten noch keine Reduktion bemerkbar, so ist bestimmt kein Phosphor vorhanden. An Empfindlichkeit übertrifft diese Reaktion jede andere, für gerichtliche Zwecke aber hat sie vorzugsweise negativen Wert. In primitiverer Form wurde diese Methode schon von Scherer (Dragendorff, Erm. d. Gifte) verwendet.

2. Darstellung von selbstentzündlichem Phosphorwasserstoffgas von Bröfsler. (D. chem. Ges. Ber. **14,** 1757 oder Chemikerzeitg. **5,** 773.) Die bisherige Methode der Darstellung hat entschiedene Mängel. Erstens ist sie umständlich, weil man, um Explosionen zu vermeiden, aus dem Apparate zuerst die Luft verdrängen mufs. Schülern wird aber durch solche Nebenapparate oft das Verständnifs der Hauptsache erschwert. Ich für meine Person habe deshalb immer ohne denselben gearbeitet, dafür die kleine Entwicklungsflasche thunlichst voll gemacht. Es tritt dann zwar häufig Detonation ein, aber so schwacher Natur, dafs absolut keine Gefahr entstehen kann. Ein anderer Fehler an dieser Darstellungsweise aber macht sich gerade in der Methodik des Unterichts bemerkbar. Ich setze dabei voraus, dafs ein Lehrer die Elemente in der Reihenfolge ihrer Verwandtschaft behandelt und soviel wie möglich die Darstellungsmethoden zu generalisieren sucht. Wenn ich nun von NH_3, PH_3, AsH_3, SbH_3 beim Unterrichte

*) Der andre kann zum Mitscherlichschen Leuchtversuch verwendet werden.

rede, so liegt doch deren Darstellung aus den Elementen entschieden am nächsten. Bei NH_3 lehrt man aber statt dessen, dafs man $2ClNH_4$ mit CaO erhitzen mufs, bei PH_3 läfst man auf P Kalilauge wirken, erst bei AsH_3 und SbH_3 läfst man naszierenden Wasserstoff auf As-resp. Sb-Verbindungen wirken.

Ist es unter solchen Umständen ein Wunder, wenn dem Schüler der rote Faden der Gesetzmäfsigkeit verloren geht? — Dem kann nun geholfen werden und zwar beim Phosphor in folgender Weise. Man bringt nach Bröfsler in einer Schale granuliertes Zink mit verdünnter Schwefelsäure zusammen und wirft, wenn die Wasserstoffentwicklung ordentlich — aber nicht stürmisch — im Gange ist, (die Temperatur von 40—50° soll nicht überschritten werden) gewöhnlichen Phosphor hinein. Nach kurzer Zeit tritt regelmäfsige Entwicklung von PH_3 ein, wobei die an die Oberfläche gelangenden Blasen mit glänzendem Lichte verbrennen. Die weitere Gasentwicklung geht nun auch bei sinkender Temperatur, selbst bei 20° C. noch von statten.

Damit ist nun die Analogie in der Herstellung mit AsA_3, SbH_3 hergestellt — aufserdem ist die Darstellung so einfach als nur möglich, so dafs sie wohl die alte ganz verdrängen sollte. — Da bekanntlich Zink auch durch conc. Kalilauge Wasserstoff sich entwickeln läfst, so kann bei einer Temperatur von 60° C. auch diese zur Gewinnung unter sonst gleichen Umständen verwendet werden. Für die Zwecke der Schule dürfte sich jedoch diese Methode weniger eignen.

3. Darstellung von Ammoniak aus seinen Elementen. Ist es nun jetzt leicht, die Gewinnung von PH_3 dem allgemeinen Gesetze unterzuordnen, so stofsen wir bei NH_3 immer noch auf Schwierigkeiten. „Stickstoff und Wasserstoff haben zu einander zu wenig Verwandtschaft“ sagt man zum Schüler, der Theoretiker aber erklärt uns mit „Kalorien“ und „Energieproduktion“, warum unter gewöhnlichen Umständen die Vereinigung der beiden Elemente so schwer ist. Es ist aber ein Irrtum zu behaupten, dafs eine solche Bildung unmöglich sei. Johnson erhielt NH_3, wenn er reinen Stickstoff mit Wasserstoff gemischt auf Platinschwamm leitete. (Arch. Ph. XVI. 310). Ebenso tritt NH_3 auf, wenn bei Gegenwart von Salzsäure der elektrische Funke durch ein Gemenge von Stickstoff und Wasserstoff schlägt.

Ist dieses Verfahren auch noch in den „Kinderschuhen“ und zur praktischen Verwendung nicht geeignet, so darf diese Thatsache im Unterrichte schon deshalb nicht übergangen werden, weil sie die „Übersichtlichkeit“ desselben im Zusammenhang mit dem Experiment Nr. 2 ungemein erleichtert.

(Wird fortgesetzt.)

Eine neue Form der Kettenrechnung.*)

Vorgeschlagen von Prof. Dr. MEUTZNER in Meifsen.

Das im Nachstehenden mitgeteilte Schema scheint mir den Vorteil der Zeit- und Raumersparnis darzubieten: der Gang der Rechnung ist durch römische Ziffern angedeutet.

$\frac{3874}{4703}$, ebenso $\frac{181}{504}$ in einen Kettenbruch zu verwandeln.

1) Gewöhnliche Form der Rechnung:

3874|4703 = 1	181|504 = 2
829|3874 = 4	142|181 = 1
|3316	39|142 = 3
558|829 = 1	25|39 = 1
271|558 = 2	14|25 = 1
16|271 = 16	11|14 = 1
15|16 = 1	3|11 = 3
1|15 = 15	2|3 = 1
(22 Zahlen!)	1|2 = 2
	(27 Zahlen!)

2) Mein Vorschlag:**)

	4703 : 3874	(I)	=	1,4		504 : 181	(I)	=	2,1
	3316				(II)	142 : 39	(III)	=	3,1
(II)	829 : 558	(III)	=	1,2	(IV)	25 : 14	(V)	=	1,1
(IV)	271 : 16	(V)	=	16,1	(VI)	11 : 3	(VII)	=	3,1
(VI)	15 : 1	(VII)	=	15	(VIII)	2 : 1	(IX)	=	2
	(16 Zahlen!)					(19 Zahlen!)			

Man mufs, für den Fall mehrmaliger Divisionen, zwischen Dividend und Divisor etwas mehr Raum lassen und der Über-

*) Wäre der Ausdruck Kettendivision (= Staffeldivision) nicht passender? Unter Kettenrechnung versteht man auch die sogenannte „Kettenregel" der bürgerlichen Rechnungsarten.

**) Diese Form ist gar nicht neu. Wir wenigstens haben schon seit vielen Jahren mit Anwendung der in Östreich üblichen sogen. kurzen Division nach folgendem Schema rechnen lassen (ähnlich auch Hr. Dir. Dr. Kober und ist dies irgendwo in d. Z. mitgeteilt):

4703 :	3874	1,4
829	558	1,2
271	16	16,1
15	1	15
0		

(15 Zahlen mit 31 Ziffern, während oben 16 Zahlen mit 35 Ziffern sind. Überdies werden vier Gleichheitszeichen und drei Divisionszeichen erspart).

Dabei liefsen wir immer den letzten Divisor (das gr. gem. Mafs beider Zahlen), hier = 1 unterstreichen. Für den Fall mehrmaliger Division (hier bei 16) leistet das grofse Einmaleins gute Dienste. D. Red.

sichtlichkeit halber immer so zu schreiben suchen, dafs der 2. und 3. Rest (II, III), ebenso IV und V u. s. f. auf derselben Höhe stehen, z. B. für $\frac{271}{5371}$; $\frac{1139}{1629}$

5371 : 271 (I) = 19,1	1629 : 1139 = 1,2
2661	490 : 159 = 3,12
2439	29
(II) 222 : 49 (III) = 4,1	13 : 3 = 4,3
26 : 23 = 1 u. s. f.	1
(19 Zahlen st. 26.)	(14 Zahlen!)

1139|1629 = 1
490|1139 = 2
159|490 = 3
13|159 = 12
29
3|13 = 4
1|3 = 3
(19 Zahlen!)

Sprech- und Diskussions-Saal.

Bardeysche Differenzen.

Entgegnungen, Bemerkungen etc. zu denselben.

Es war bei mir die Absicht vorhanden, mich nicht wieder in mathematische Streitigkeiten einzulassen; sie regen mich bei meinem schwächlichen und gebrechlichen Körper zu sehr auf. Deshalb ersuchte ich auch die geehrte Redaktion, meinen Namen auf dem Umschlage zu streichen. Jetzt regnet's förmlich Differenzen. Ich fühle mehr als je, dafs das Leben nichts als ein Kampf ist, den' wir kämpfen, so lange wir atmen, und, wo das Leben schon an Interesse verlor, da gewinnt es sofort wieder Interesse, wenn es zum Kampfe geht. Es ist wohl vielfach nicht so böse gemeint, als es auf dem Papiere scheint. Würden wir persönlich zusammenkommen, so würden wir uns wohl leichter verständigen. Aber die kleinen Reibungen schaden der Sache nicht, sind im Gegenteil förderlich und anregend. So lange die Wahrheit noch nicht erreicht oder offiziell festgestellt ist, so lange dürfen wir verschiedener Meinung sein, so lange darf es jeder dem andern in dem Streben nach der Wahrheit zuvorzuthun suchen. So wird das Interesse an der Sache rege gehalten, so wachsen unsere Kräfte. Die Redaktion der Zeitschrift vertritt gewissermafsen für die Mitarbeiter die Stelle, welche der Präsident für den Reichstag hat. Die Reibungen würden weniger stark sein, wenn unparlamentarische Äufserungen, welche in der ersten Zuschrift vorkommen, als solche gerügt oder gestrichen würden. Gehen sie in der ersten Zuschrift durch, so ist es leicht erklärlich und verzeihlich, wenn der Angegriffene sich schon etwas kräftiger ausdrückt als der Angreifende.

Es möge mir gestattet sein, den Herren, die sich in den letzten Heften über mich geäufsert haben, hier Einiges zu erwidern.

1. Scherling c. B. (XII, S. 366). Herr Prof. Scherling hat meine „Arithmetischen Aufgaben" einer Kritik unterzogen. Er spendet mir Lob, ist aber auch mit seinem Tadel nicht zurückhaltend. Bei letzterem fällt auch manch herbes Wort. Die Kritik ist sachlich gehalten. Ich fühle mich verpflichtet, dies hier anzuerkennen und dem H. Sch. meinen Dank für seine Mühe auszusprechen. Wie H. Sch. wird auch jeder, der mich auf die Mängel meiner Arbeiten aufmerksam macht, meines Dankes gewifs sein können, auch wenn ich nicht mit seinen Ansichten übereinstimmen sollte.

2. Meutzner c. B. (S. 115). Es befremdet den Herrn M., dafs ich ihm in einem gereizten Tone geantwortet, mich nicht vielmehr bei ihm bedankt habe. Wollte Herr M. mir wohl, so hätte er mir gewifs einige der Druckfehler genannt, deren das Buch nach seiner Ansicht so viele enthält; dann hätte er meines Dankes gewifs sein können. Wer mich aber des „alten Schlendrians" beschuldigt — ich würde Bedenken tragen, mich eines solchen Ausdrucks gegen einen erwachsenen Schüler zu bedienen — der will nichts als mir „gehörig einen versetzen". Da mufs er erwarten, dafs ich den Hieb pariere, und wenn dabei einer auf ihn zurückfliegt, so läfst sich das oft nicht vermeiden. Da der „sehr ehrenwerte" H. M. ferner seine Meinung als die allein richtige hinstellt, obgleich er die gangbarsten Lehrbücher nicht einmal dem Namen nach kennt, so verdient er, dafs man ihn auf das Mangelhafte seiner Ansicht in nicht zu zarter Weise aufmerksam macht. Ursprünglich war für den H. Prof. M. eine ganz andere Antwort bestimmt; ich habe ihn noch sehr schonend behandelt — das Unlogische in der Ausdrucksweise des H. M. noch eingehender darzuthun, wäre eine schlecht lohnende Arbeit. Es giebt ja Lehrbücher, die sich vielfach ähnlich ausdrücken, wie H. M. es wünscht. Mir ist das ein Beweis, dafs man in Volksschulen oft logischer verfährt als in höheren Schulen. — Wer ferner der Ansicht ist, dafs die Sätze der Arithmetik einer Vervollständigung bedürfen, der schreibe nur ein Lehrbuch der Arithmetik und er wird bald anderer Ansicht werden. Schüler, welche bei jedem Satze das hinzufügen sollen, was gewissermafsen selbstverständlich ist, kommen mir vor, wie Mädchen, welche mit Schleppkleidern an die Arbeit gehen. Die Schleppen sind überall im Wege.

3. Schlegel c. B. (S. 162). Auch Herr Schlegel erklärt sich im wesentlichen gegen mich. Das hätte ich nach Herrn Schlegels eigenem Lehrbuche kaum erwartet. Herr Schlegel hat

1) (S. 33 unten). Eine Potenz wird mit einer Zahl radiziert, indem man den Exponenten durch die Zahl dividiert.

2) (S. 34). Eine Wurzel wird mit einer Zahl potenziert, indem man den Exponenten durch die Zahl dividiert.

3) (S. 36). Eine Wurzel wird mit einer Zahl radiziert, indem man den Exponenten mit der Zahl multipliziert.

In diesen Fällen sind dem H. Schl. die manchen Mathematikern jetzt notwendig scheinenden Zusätze wohl zu lang geworden?

4. Kallius c. B. (S. 163). Herr K. schreibt, ich hätte nach seiner Meinung in der Sache Meutzner c. Bardey wohl besser gethan, wenn ich geschwiegen hätte. Herr K. spricht damit ganz die Ansicht aus, die ich über seinen Brief habe. Er sagt: „dafs viele andere sich dieselbe Ungenauigkeit erlauben, spricht nicht gerade für die Sache." Hier mufs doch wohl vorausgesetzt werden, dafs es eine Ungenauigkeit ist, natürlich eine solche, die zu Mifsverständnissen führen kann, und wenn viele anerkannt tüchtige Mathematiker eine solche Ungenauigkeit für erlaubt und zweckmäfsig halten, so mufs das doch wohl mehr für die Sache sprechen, als

wenn wenige Mathematiker, vielleicht Herr Kallius und ich die einzigen wären, die sich eine solche Ungenauigkeit erlaubten.

5. Schubring c. B. (S. 164). Herr Sch. billigt im allgemeinen die Form der Lehrsätze, nur müsse irgendwo gesagt werden, daſs die Sätze absichtlich nicht vollständig gegeben wären. Die Redaktion schlieſst sich dieser Ansicht an. Zunächst ist die Theorie in meinem Buche so kurz gehalten, als es sich thun lieſs. Der Lehrer muſs daher an vielen Stellen noch viel erklären und viel hinzufügen. Das Buch ist nicht für den Selbstunterricht geschrieben. Ich würde mich auch in jedem umfangreicheren Buche, das für die Hand der Schüler geschrieben ist, ebenso kurz ausdrücken. Nur in einem Buche, das für den Selbstunterricht bestimmt ist, würde ich die von H. Sch. sehr treffend gegebene Bemerkung: alle Glieder, die in einem Lehrsatze nicht erwähnt sind, behalten ihre Bedeutung unverändert, hinzuzufügen für nötig halten. Auch in dieser Zeitschrift, — wo, weiſs ich nicht mehr — ist schon behauptet worden, daſs solche einfache Darstellungen der Lehrsätze in der Arithmetik wohl gestattet und zweckmäſsig wären. Damals hat das keinen Widerspruch erfahren. — Stilisieren lassen sich die Sätze nicht besser; „indem" heiſst hier „dadurch daſs", lat. quum mit d. Ind.

6. Hoffmann c. B. (S. 112, Anmerk.). Daſs die geehrte Redaktion XII, S. 196 eine Bemerkung von mir über die Determinanten citiert hat, kann ich derselben nur als in meinem Interesse geschehen anrechnen und spreche derselben dafür hier gern meinen aufrichtigen Dank aus. Wenn ich gesagt habe, meine Bemerkungen würden auch ohne Zuthun von Redaktionen ans Licht kommen, so soll das nicht gegen die Red. gerichtet sein, wie sich ja aus dem Zusammenhange von selbst ergiebt, sondern nur gegen die Worte des Herrn Diekmann, er müsse es der Red. als Verdienst anrechnen, daſs sie solche Bemerkungen ans Licht ziehe, als ob ich ein Mensch wäre, der sein Wesen im Verborgenen triebe. Ich verfasse meine Bücher mit aller Sorgfalt in der Zurückgezogenheit, und bringe sie dann auf den Markt. Sie stehen ja jedem zur Einsicht frei und werden, wie ich hoffe, das Licht nicht zu scheuen brauchen.

7. Wohlrab c. B. Herr W. wohnt in Budapest. Das ist sehr weit entfernt. Aber in 7 Jahren sollte doch auch Herrn W. bekannt werden, was sich in Deutschland ereignet hat. Herr W. schreibt hier S. 135 unten: — — „freilich aber nicht so, wie es Dr. Bardey thut, bei dem der Gulden den längst beseitigten*) Wert von 60 Kreuzern hat." Herr W. hat von meiner Aufgabensammlung wohl noch immer ein Exemplar der Auflagen von a. 71, 72 oder 73 und wundert sich, daſs in seinem Exemplar noch immer steht: 1 fl. = 60 Xr., 1 fl. österr. = 100 Xr. Dies hat zum letzten Mal in der Auflage von 1873 (3. Aufl.) gestanden. Schon von der 4. Aufl. an, die 1875 erschien, steht in der ersten Anmerkung zum 22. Abschnitt ausdrücklich 1 G. = 100 Kr. Es ist von süddeutschen Gulden nicht mehr die Rede. Seit jener Zeit sind 6 neue Auflagen in zusammen 60 000 Exemplaren erschienen. Herr W. muſs keins dieser Exemplare anzusehen sich die Mühe genommen haben,**) bevor er diese Unwahrheit gegen mich hier vom Zaune brach. Dr. E. Bardey.

NB. Die Controverse Godt-Matthiessen s. unter den Litterarischen Berichten.

---

*) Hr. Dr. W. hatte ursprünglich geschrieben: den „antediluvianischen" Wert. Dieser Ausdruck schien uns als übertrieben und also unpassend. Wir strichen ihn daher als „unparlamentarisch" und setzten dafür den obigen. Red.

**) Man vergleiche unsern Briefkasten Heft 2, S. 169, sub 2 und dasselbe Heft S. 118, sowie auch Heft 1, Briefkasten S. 91, sub 3. Red.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaktion der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

175. (Gestellt von Fleischhauer XII_5, 362). Ein Pfandbrief-Institut verzinst seine Pfandbriefe mit $4\frac{1}{2}\%$ in halbjährigen nachzahlbaren Raten und läfst sich die aus dem Pari-Erlös begebenen Darlehne mittelst 50 voller Annuitäten von je $5\frac{1}{2}\%$ in vierteljährigen vorauszahlbaren Raten verzinsen und amortisieren. Wieviel Procente der ursprünglichen Pfandbriefschuld mufste danach, genau genommen, dieses Institut halbjährlich profitieren?

Auflösung. Bedeutet V den Betrag der vorauszahlbaren, N den der nachzahlbaren, und A_m den Anfangswert von m, A_n den von $m-1$ Annuitäten, und ist r der Zins für das Annuitätendarlehn während einer Rentenperiode, so ist $\frac{N}{A_n} = \frac{(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1}$. Setzt man

$$r_1 = \left(\frac{nN}{A_n}\right)^{\frac{2}{n+1}} - 1; \text{ ferner } r_2 = \frac{6}{n-1} - \sqrt{\frac{6}{n-1}\left(\frac{6}{n-1} - 2r_1\right)};$$

$$\varrho = \frac{1-(1+r_2)^{-n} - \frac{A_n}{N} r_2}{\frac{A_n}{N} - n(1+r_2)^{-n-1}}, \text{ so ist hinreichend genau } r = r_2 + \varrho.$$

Im Beispiele ist $V\% = \frac{5,5}{4} \cdot \frac{1}{100} = 0,01375$, wenn $A_n = 1$ ist; $m = 4 \,.\, 50 = 200$, also $n = 199$. $\frac{N}{A_n} = 0,0139417$; $\frac{A_n}{N} = 71,7273$; $r_1 = 0,010257$; $r_2 = 0,013080$; $\varrho = -0,00023739$; $r = 0,01284261$. Um für diesen vierteljährigen Zins die Procentzahl p_s des halbjährigen Wertes der einzunehmenden Zinsen zu finden, hat man $1 + \frac{p_s}{100} = (1+r)^2 = 1,02585$; $p_s = 2,585$. Nun betragen die halbjährlich auszugebenden Zinsen $p_\alpha\,\% = \frac{p}{2}\,\% = \frac{4,5}{2}\,\% = 2,25\,\%$; mithin beträgt der halbjährige Profit $(p_s - p_\alpha)\,\% = 0,335\,\%$ (sc. der Pfandbriefschuld). Fleischhauer (Gotha).

176. (Gestellt von Fleischhauer XII_5, 362). Mittelst welcher einfachen Regel kann die Frage, nach wieviel Jahren sich ein Kapital bei einem Zinsfufs von $p\%$ durch Zinsverzinsung nahezu verdoppelt, durch blofse Kopfrechnung gelöst werden?

Auflösung. Es ist $n = lg\,2 : lg\left(1 + \frac{p}{100}\right)$. Nimmt man die natürlichen Logarithmen, so ist bis auf die 2. Potenz von $\frac{p}{100}$

genau $n = 0{,}69315 : \left(\frac{p}{100} - \frac{1}{2}\frac{p^2}{100^2}\right) = 69{,}315 : p\left(1 - \frac{1}{2}\frac{p}{100}\right) = 69{,}315\left(1 + \frac{1}{2}\frac{p}{100}\right) : p = \frac{69{,}315}{p} + 0{,}347$. Diese Formel giebt für $p = 1$, $n = 69{,}662$, für $p = 100$, $n = 1{,}040$, während die genaue Rechnung im ersten Fall 69,660 im zweiten die Einheit liefert, sodafs selbst im letzten Fall die Abweichung von der Wahrheit erst die zweite Decimalstelle trifft. Will man nun die runde Zahl von Jahren, so genügt es vollkommen, wenigstens für $p = 1$ bis 10, wenn man die Zahl 70 durch den Zinsfufs dividiert.

Stoll (Bensheim).

178. (Gestellt von Cardinaal XII_5, 363). Gegeben ein windschiefes Sechsseit $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ und eine Gerade L. In L einen Punkt S so zu bestimmen, dafs, wenn man von ihm aus das Sechsseit auf eine beliebige Ebene projiciert, die Projektion ein Sechsseit bildet, in welches ein Kegelschnitt eingeschrieben werden kann.

1. Auflösung. Die durch S und die Seiten des Sechsseits gelegten Ebenen bilden eine sechsseitige körperliche Ecke, in welche sich ein Kegel zweiter Ordnung beschreiben läfst. Die drei Hauptdiagonalebenen SA_1A_4, SA_2A_5, SA_3A_6 schneiden sich daher in einer Geraden, welche die vier Geraden L, A_1A_4, A_2A_5, A_3A_6 schneiden mufs. Nun ist der geometrische Ort für sämtliche Geraden, welche die drei Geraden A_1A_4, A_2A_5, A_3A_6 schneiden, ein Hyperboloid. Die beiden Schnittpunkte desselben mit L genügen der Aufgabe.

Cardinaal (Tilburg). Weinmeister I (Leipzig).

2. Auflösung. Zunächst wie in der vorigen Auflösung. Die Durchschnittslinie der drei Hauptdiagonalebenen schneide A_3A_6 in X. Denkt man sich zunächst X auf A_3A_6 beweglich und konstruiert die Ebenenbüschel A_1A_4X und A_2A_5X, so sind dieselben projektivisch und schneiden daher L in zwei projektivischen Punktreihen, für welche man leicht drei Paare entsprechender Punkte konstruieren kann. Die beiden Doppelpunkte dieser Punktreihen genügen der Aufgabe.

Artzt (Recklinghausen). Bitterli (Zürich). Stoll.

179. (Gestellt von Cardinaal XII_5, 363). Gegeben sind dieselben Stücke wie in 178 und noch ein Punkt P. Durch P eine Ebene so zu konstruieren, dafs aus einem zu bestimmenden Punkte S von L die Projektion auf die Ebene ein Sechsseit sei, in welches ein Kreis beschrieben werden kann.

Auflösung. S wird wie in 178 bestimmt. Dann hat man von P durch den der sechsseitigen körperlichen Ecke eingeschriebenen Kegel die Kreisschnitte zu legen. Da es zwei Kegel giebt und für jeden zwei Kegelschnitte, so hat die Aufgabe im ganzen 4 Lösungen.

Bitterli. Cardinaal. Stoll. Weinmeister.

180. (Gestellt von Weinmeister XII_5, 363 und XII_6, 433). Gegeben $\triangle\, A\alpha B \sim B\beta C \sim C\gamma D \ldots$, sodafs $AB:BC = BC:CD = CD:DE = 1:v$. Legt man nun die Dreiecke so an einander, dafs sich $B\beta$ mit einem Teil von $B\alpha$, $C\gamma$ mit einem Teil von $C\beta$ u. s. w. deckt, so liegen die Punkte $A, B, C, \ldots$ auf einer Spirale, deren asymptotischer Punkt zu konstruieren ist; auch α, $\beta, \gamma, \ldots$ liegen auf einer Spirale.

1. Auflösung. O sei der zweite Schnittpunkt der Kreise um $\triangle\, A\alpha B$ und $B\beta C$. Dann ist $\triangle\, AOB \sim BOC$ (unter dem Längenverhältnis $1:v$). Man hätte daher C auch so finden können, dafs man auf dem Bogen AB den Punkt O durch $AO:OB = 1:v$ bestimmte und hierauf an $BO\ \triangle\, BOC$ ansetzte. Will man nun in gleicher Weise den Punkt D konstruieren, so hat man auf dem Bogen BC einen Punkt O' derart zu wählen, dafs $BO':O'C = 1:v$ und dann $\triangle\, DO'C \sim BO'C$ anzusetzen. Man erkennt sofort, dafs O' und damit alle weiteren Punkte O mit dem zuerst bestimmten zusammenfallen müssen. Nimmt man nun O zum Anfang und OA zur Achse eines Polar-Koordinatensystems (r, Θ), so läfst sich leicht eine logarithmische Spirale $r = p e^{\frac{\Theta}{m}}$ bestimmen, welche durch A und B geht; für dieselbe ist $p = OA$ und $m = \frac{\omega}{lv}$, wenn $\sphericalangle AOB$ mit ω bezeichnet wird. Diese Spirale geht durch $C, D, \ldots$, da bei dem Wachsen von Θ um ω zu r der Faktor $e^{\frac{\Theta}{m}} = v$ hinzutritt. — Die Spirale durch α, β, γ ist der ersteren kongruent und hat mit ihr den asymptotischen Punkt gemeinsam.

Stegemann (Prenzlau). Weinmeister.

2. Auflösung. Bezeichnungen wie vorher. Man nehme A als Anfangspunkt rechtwinkliger Koordinaten und $AB = c$ als Abscissenachse; ferner bezeichne man $\sphericalangle A\alpha B = B\beta C = \ldots$ mit α und versehe die Punkte $A, B, C, D, \ldots$ der Reihe nach mit den Indices $0, 1, 2, 3, \ldots$ Dann ist allgemein $x_n = c\,(1 + v\cos\alpha + v^2\cos 2\alpha + \ldots + v^{n-1}\cos(n-1)\alpha)$, $y_n = c\,(v\sin\alpha + v^2\sin 2\alpha + \ldots + v^{n-1}\sin(n-1)\alpha)$. Auch für $n = \infty$ haben diese Reihen eine endliche Summe, weil jedes Glied kleiner ist als das entsprechende einer geometrischen Reihe; folglich giebt es einen Asymptotenpunkt. Für die Entfernung desselben von irgend einem der Punkte $A, B, C, \ldots$ findet man $\varrho_n^2 = (x_\infty - x_n)^2 + (y_\infty - y_n)^2 = \xi^2 + \eta^2$, wenn man $\xi = c\,(v^n\cos n\alpha + v^{n+1}\cos(n+1)\alpha + \ldots$ in inf.) und $\eta = c\,(v^n\sin n\alpha + v^{n+1}\sin(n+1)\alpha + \ldots$ in inf.) setzt. Hieraus ergiebt sich $\sqrt{\xi^2 + \eta^2} = \varrho_n = \frac{cv^n}{\sqrt{v^2 - 2v\cos\alpha + 1}}$, woraus, wenn man $n-1$ statt n setzt, $\varrho_n = v\,\varrho_{n-1}$ folgt. Dies lehrt uns, dafs die ähnlichen Dreiecke AOB, BOC u. s. w. allein O denselben Winkel α haben, dafs ferner die Radienvektoren in

geometrischer Progression abnehmen, während die Winkel AOB, BOC u. s. w. arithmetisch zunehmen, dafs folglich die Punkte A, B, C u. s. w. auf einer logarithmischen Spirale liegen; u. s. w. wie vorher. STOLL.

181. (Gestellt von Kiehl XII_5, 181). Den geometrischen Ort der Brennpunkte sämtlicher Parabeln zu finden, welche durch drei gegebene Punkte gehen.

Auflösung. Die Koordinaten der drei gegebenen Punkte seien x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3; die veränderlichen Entfernungen des Brennpunktes von den gegebenen Punkten r_1, r_2, r_3; und es sei $x \cos \alpha + y \cos \alpha - \delta = o$ die Gleichung der Leitlinie. Dann gelten folgende Gleichungen: $r_1 = x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha - \delta$; $r_2 = x_2 \cos \alpha + y_2 \sin \alpha - \delta$ und $r_3 = x_3 \cos \alpha + y_3 \sin \alpha - \delta$. Durch Elimination von α und δ ergiebt sich $[r_1 (x_2 - x_3) + r_2 (x_3 - x_1) + r_3 (x_1 - x_2)]^2 + [r_1 (y_2 - y_3) + r_2 (y_3 - y_1) + r_3 (y_1 - y_2)]^2 = 4 \triangle^2$. Sind ω_1, ω_2, ω_3 die Dreieckswinkel und wird $r_1 \sin \omega_1 = \sin \omega_1 \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = \varrho_1$ u. s. w. gesetzt, so geht die Gleichung über in $\varrho_1^2 + \varrho_2^2 + \varrho_3^2 - 2 \varrho_1 \varrho_2 \cos \omega_3 - 2 \varrho_2 \varrho_3 \cos \omega_1 - 2 \varrho_3 \varrho_1 \cos \omega_2 = \left(\frac{2 \triangle}{\text{Durchm. d. umg. Kr.}}\right)^2$. Durch Beseitigung der Wurzeln erhält man als gesuchten Ort eine Kurve 8. Ordnung.

STOLL. WEINMEISTER.

Herr Dr. Weinmeister bemerkt, dafs die Aufgabe ein besonderer Fall der in Salmon-Fiedler's analytischer Geometrie Art. 310 Aufg. 8 (3. Aufl.) besprochenen ist.

182. (Gestellt von v. Lühmann XII_5, 363). Anzugeben, welche Schnitte eines beliebigen Kreiskegels gleichseitige Hyperbeln werden.

Für die ersten 5 Auflösungen gelten folgende Bezeichnungen: Der Mittelpunkt des Grundkreises sei M, die Spitze S, die Höhe $SS' = h$ und $MS' = d$, $MS = a$.

1. Auflösung. MS' sei Achse der x. Dann ist die Gleichung des Kreiskegels $(hx - dz)^2 + h^2 y^2 = r^2 (h - z)^2$. Die Gleichung eines Schnittes, der gegen die xy Ebene die Neigung δ hat und dessen Grundschnitt auf dieser Ebene mit der Achse der x den Winkel ψ bildet, wird, wenn M Anfang der Koordinaten ist, gewonnen durch die Substitutionen $x = x' \cos \psi + y' \cos \delta \sin \psi$, $y = x' \sin \psi - y' \cos \delta \cos \psi$, $z = y' \sin \delta$. Soll die Schnittkurve eine gleichseitige Hyperbel sein, so mufs die Summe der Koefficienten von x'^2 und y'^2 gleich o sein. Dadurch ergiebt sich die Bedingungsgleichung $2 h^2 - 2 dh \sin \delta \cos \delta \sin \psi = (r^2 + h^2 - d^2) \sin \delta^2$. STOLL.

Für die übrigen Lösungen ist Folgendes zu beachten: Da parallele Schnitte des Kegels ähnliche Durchschnittskurven ergeben,

so kommt es darauf an, den Kegel durch eine durch die Spitze S gelegte Ebene in zwei aufeinander senkrecht stehenden Seitenlinien SA und SB zu schneiden.

2. Auflösung. Fällt man $SC \perp AB$, so ist auch $S'C \perp AB$. Für $MD = \varrho_1$ und $S'C = \varrho_2$ ergiebt sich hieraus $h^2 + \varrho_2^2 = SC^2 = AC \cdot CB = r^2 - MC^2 = r^2 - (MC^2 + CD^2) = r^2 - [\varrho_1^2 + d^2 - (\varrho_1 \mp \varrho_2)^2]$, wobei minus zu wählen ist, wenn AB die Linie MS' in der Verlängerung schneidet, plus, wenn sie zwischen M und S' durchgeht. Aus der erhaltenen Gleichung folgt $\pm \varrho_1 \varrho_2 = \frac{r^2 - d^2 - h^2}{2} = \frac{r^2 - a^2}{2}$. AB hüllt sonach einen Kegelschnitt ein, der M und S' zu Brennpunkten hat; ferner ist das doppelte Quadrat seiner kleinen Halbachse der Potenz der Kegelspitze in Bezug auf die Kugel gleich, welche den Grundkreis zum Hauptkreis hat. Liegt S innerhalb der Kugel, so ist der Kegelschnitt eine Ellipse, welche ganz innerhalb des Grundkreises liegt. Liegt S auf der Kugel, so degeneriert der Kegelschnitt in das Punktepaar M und S'. Liegt S aufserhalb der Kugel, so ist der Kegelschnitt eine Hyperbel, deren Tangenten sämtlich den Grundkreis schneiden. Der Kegelschnitt ist nur dann reell, wenn $2(a^2 - r^2) < d^2$.

Weinmeister I.

3. Auflösung. AB schneide den durch S' gelegten Durchmesser unter dem Winkel φ, ferner sei $MD \perp AB$ und $MD = \varrho$ gesetzt. Da $\angle ASB = 90^0$, so mufs $DA = DS$ sein. Nun ist aber $DA^2 = r^2 - \varrho^2$ und $DS^2 = h^2 + DS'^2 = h^2 + d^2 + \varrho^2 - 2d\varrho \cos(90^0 + \varphi) = h^2 + d^2 + \varrho^2 + 2d\varrho \sin\varphi$, daher die Bedingungsgleichung $r^2 - \varrho^2 = h^2 + d^2 + \varrho^2 + 2d\varrho \sin\varphi$ oder $2\varrho^2 + 2d\varrho \sin\varphi = r^2 - (h^2 + d^2) = r^2 - a^2$.

Stegemann. Wehr (Laibach).

Herr Wehr weifst auch nach, dafs AB einen Kegelschnitt einhüllt.

4. Auflösung. Der schiefe Kreiskegel ist ein gerader elliptischer Kegel. Seine Gleichung sei $z^2 = p^2x^2 + q^2y^2$, und die einer durch S gehenden Ebene $cz = ax + by$. Als Gleichungen des Systems der aus den beiden Seitenlinien bestehenden Schnittfigur erhält man hieraus

$$\frac{y}{x} = \frac{-ab \pm c\sqrt{p^2(b^2 - c^2q^2) + a^2q^2}}{b^2 - c^2q^2}$$

und

$$\frac{z}{x} = \frac{-acq^2 \pm b\sqrt{p^2(b^2 - c^2q^2) + a^2q^2}}{b^2 - c^2q^2}$$

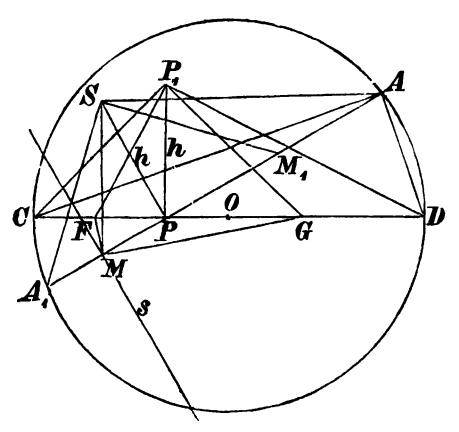
Als Bedingung dafür, dafs die durch diese Gleichungen charakterisierten Geraden auf einander senkrecht stehen, erhält man nach einigen Reduktionen $a^2(q^2 - 1) + b^2(p^2 - 1) + c^2(p^2 + q^2) = 0$.

Dr. Bermann (Liegnitz).

5. **Auflösung.** Um den Kreiskegel werde eine Kugel beschrieben. Der Mittelpunkt O derselben ist gleichzeitig der Mittelpunkt des dem Achsendreieck FGS umschriebenen Kreises (SF und SG die gröſste und die kleinste Seitenlinie). Die Ebene ASB schneidet die Kugel O in einem kleinen Kreise. Ist D die Mitte von AB, so ist, da $\angle ASB = 90^0$, D der Mittelpunkt des kleinen Kreises, daher $\angle SDO = 90^0$. Daher liegt D auf einer Kugel mit dem Durchmesser SO. Ihr Mittelpunkt sei K. Gleichzeitig liegt D auch in der Ebene des Grundkreises. D liegt also auf dem kleinen Kreise der Kugel K, in welchem dieselbe von der Ebene des Grundkreises geschnitten wird. Dieser kleine Kreis schneide FG in H und I, dann ist offenbar HI ein Durchmesser von ihm. H und I ergeben sich als Schnittpunkte von FG mit dem in der Ebene des Achsendreiecks FGS um K mit KS geschlagenen Kreises. D kann jeder Punkt des Kreises HI sein. AB ist jedesmal als Senkrechte zu MD zu konstruieren.

v. LÜHMANN.

6. **Auflösung** (siehe Fig.). Nimmt man eine Seitenlinie beliebig an, so erhält man die andern als Schnitt der Kegelfläche mit einer Ebene, die in deren Spitze senkrecht auf der angenommenen Seitenlinie steht. Die Konstruktion geschieht mit Hülfe der darstellenden Geometrie. O sei der Mittelpunkt des Grundkreises, P' die Projektion der Spitze P des Kegels, h seine Höhe. Ist $P'A$ die Projektion der angenommenen Seitenlinie, so errichtet man $P'S \perp P'A$, macht $P'S = h$ und $\angle ASM = 90^0$, und zieht durch M die s senkrecht zu $AP'M$; dann ist s die Spur der zu PA senkrechten Ebene. Um den Ort für M zu finden, bestimme man seine Schnittpunkte F und G mit dem durch P' gezogenen Durchmesser CD. Da $P'M \cdot P'A = h^2 = P'F \cdot P'D$, so ist $\triangle FP'M \sim AP'D$, also $\angle FMP' = P'DA$; ebenso $\angle P'MG = P'CA$, mithin $\angle FMG$ ein rechter. M beschreibt also einen Kreis, der FG zum Durchmesser hat.



STAMMER (Düsseldorf).

Ähnlich BITTERLI für den Fall eines geraden Kreiskegels.

Ist $a = r$, so ergeben diese Lösungen in Übereinstimmung mit 134 (XII_4, 264), daſs jeder senkrechte und jeder der Achse parallele Schnitt eine gleichseitige Hyperbel liefert.

183. (Gestellt von Kiehl XII_5, 363). Bezeichnungen wie XII_2, 107. 108 und XII_4, 263/4. — 1) Die Entfernungen des Punktes K von den Seiten des Dreiecks ABC verhalten sich wie die letzteren.

Beweis. Die Entfernungen des Punktes K von den Seiten sind gleich den Senkrechten von A', B', C' auf je eine Seite des Dreiecks; diese Senkrechten sind resp. gleich $\frac{1}{2} a \, tg \vartheta$, $\frac{1}{2} b \, tg \vartheta$, $\frac{1}{2} c \, tg \vartheta$.

Fuhrmann. Kiehl. Stoll.

Herr Fuhrmann (Königsberg in Pr.) bemerkt aufserdem, dafs, wenn von K auf die Seiten die Senkrechten KP, KQ, KR gefällt sind, K Schwerpunkt des Dreiecks PQR ist und dafs ferner die durch K gezogenen Ektransversalen die Gegenseiten nach dem Verhältnis der Quadrate der anliegenden Seiten teilen.

2) Die Verbindungslinien von K mit den Halbierungspunkten der Seiten gehen durch die Halbierungspunkte der zugehörigen Höhen.

1. Beweis. Man trage an AB in A nach aufsen $< \gamma$ an; CK treffe den freien Schenkel desselben in E und AB in D. Dann ist $A\ (CKDE)$ ein harmonisches Büschel, denn nach 1) ist $\sin CAK : \sin DAK = b : c$ und $\sin CAE : \sin DAE = \sin(\alpha + \gamma) : \sin \gamma = b : c$. Trägt man ferner $< \gamma$ an BA in B nach aufsen an, so wird ebenso sein freier Schenkel der vierte harmonische Strahl zu BC, BK, BD sein, also CKD ebenfalls in E treffen. Daher ist $\triangle AEB$ gleichschenklig und wenn $EF \perp AB$, so ist F die Mitte von AB. Fällt man nun von C auf AB die Höhe, so ist diese parallel dem Strahl FE und wird daher durch die drei anderen Strahlen FC, FK, FD halbiert.

Kiehl (Bromberg). Ähnlich Fuhrmann.

Hr. Kiehl giebt aufserdem noch einen Beweis dafür, dafs sich die Verbindungslinien der Seitenmitten mit den Höhenmitten in einem Punkte schneiden, ohne dafs dessen Identität mit K nachgewiesen wird. Es sei $CC_1 \perp AB$ und $BC_2 = AC_1$. Dann schneiden sich CC_2 und die ähnlich konstruierten AA_2, BB_2 nach dem umgekehrten Ceva in einem Punkte. Ist nun F die Mitte von AB, also auch von C_1C_2 und zieht man $FG \parallel C_2C$ (G auf CC_1) und ebenso ähnliche Parallelen zu den anderen Ecktransversalen, so schneiden sich auch diese in einem Punkte.

2. Beweis. Die Gleichung von K in trimetrischen Koordinaten ist: $\xi_1 \sin\alpha^2 + \xi_2 \sin\beta^2 + \xi_3 \sin\gamma^2 = 0$; die der Mitte von BC ist: $\xi_2 + \xi_3 = 0$ und die des Halbierungspunktes der Höhe auf BC: $\xi_1 \sin\alpha + \xi_2 \sin\beta \cos\gamma + \xi_3 \sin\gamma \cos\beta = 0$. Die Determinante dieser drei Gleichungen ist Null. Stoll.

3) CK' wird durch die Mittellinie CF halbiert.

1. Beweis. $F\ (DKCE)$ ist ein harmonisches Büschel nach 2);

$KC' \parallel FD$ und wird daher durch die drei übrigen FK, FC und FE oder FC' halbiert. Kiehl.

2. Beweis. Bezeichnet man die Winkel $A'AC$, $B'BA$, $C'CB$ resp. mit ω, ω_1, ω_2, so ist $\frac{\sin(\alpha-\omega)}{\sin\omega} = \frac{\sin(\beta-\vartheta)}{\sin(\gamma-\vartheta)}$, $\frac{\sin(\beta-\omega_1)}{\sin\omega_1} = \frac{\sin(\gamma-\vartheta)}{\sin(\alpha-\vartheta)}$, $\frac{\sin(\gamma-\omega_2)}{\sin\omega_2} = \frac{\sin(\alpha-\vartheta)}{\sin(\beta-\vartheta)}$. Durch Multiplikation dieser drei Gleichungen ergiebt sich die Behauptung. Fuhrmann.

3. Beweis. Die Entfernungen des Punktes A' von BC, CA, AB sind resp. $\frac{1}{2}a\,tg\vartheta$, $\frac{1}{2}a\,tg\vartheta\,\frac{\sin\gamma^2}{\sin\alpha\sin\beta}$, $\frac{1}{2}a\,tg\vartheta\,\frac{\sin\beta^2}{\sin\gamma\sin\alpha}$; daher ist die Gleichung des Punktes A' $\xi_1\sin\alpha^2 + \xi_2\sin\beta^2 + \xi_3\sin\gamma^2 = 0$, und die des Mittelpunktes von KA': $2\xi_1\sin\alpha^2 + (\xi_2+\xi_3)(\sin\beta^2 + \sin\gamma^2) = 0$. Die Form dieser Gleichung zeigt, daſs der Mittelpunkt von KA' auf der Verbindungslinie von A mit der Mitte von BC liegt. Stoll.

4) AA', BB', CC' schneiden sich in einem Punkte.

1. Beweis. Nach 3) wird $C'K$ durch CF halbiert; mithin haben die Schnittpunkte der von C durch C' und K gezogenen Transversalen mit AB von F, also auch von A und B gleichen Abstand. Dasselbe ist der Fall mit den Transversalen von A und B. Aus der Umkehrung des Satzes des Ceva ergiebt sich daraus die Behauptung. Fuhrmann. Kiehl.

2. Beweis. Da A die trimetrischen Koordinaten $x_1 = h_1$, $x_2 = x_3 = 0$ und A' die Koordinaten $\sin\vartheta$, $\sin(\gamma-\vartheta)$, $\sin(\beta-\vartheta)$ hat, so ist die Gleichung von AA': $x_2\sin(\beta-\vartheta) = x_3\sin(\gamma-\vartheta)$. Weil aber $\sin(\beta-\vartheta) = \frac{\sin\beta^2\sin\vartheta}{\sin\gamma\sin\alpha}$ und $\sin(\gamma-\vartheta) = \frac{\sin\gamma^2\sin\vartheta}{\sin\alpha\sin\beta}$ ist, so verwandelt sich diese Gleichung in $x_2\sin\beta^3 = x_3\sin\gamma^3$. Ebenso findet man die Gleichungen von BB' und CC': $x_3\sin\gamma^3 = x_1\sin\alpha^3$, $x_1\sin\alpha^3 = x_2\sin\beta^3$, woraus hervorgeht, daſs sich diese drei Geraden in einem Punkte schneiden, der die Koordinaten $\frac{1}{\sin\alpha^3}$, $\frac{1}{\sin\beta^3}$, $\frac{1}{\sin\gamma^3}$, also die Gleichung $\frac{\xi_1}{\sin\alpha^2} + \frac{\xi_2}{\sin\beta^2} + \frac{\xi_3}{\sin\gamma^2} = 0$ hat. Stoll.

Zusatz des Herrn Fuhrmann. Punkt K hat folgende Eigenschaften: 1) K ist der Punkt, für welchen die Summe der Quadrate der auf die Seiten gefällten Lote ein Minimum ist.*) 2) Legt man

*) In einem Aufsatze des Herrn J. Neuberg in Lüttich (Mathesis t. I pp. 153—154, 173—176, 185—190), welcher uns durch die Güte des Herrn Brocard in Algier zugegangen ist, ist dieser Satz an die Spitze gestellt und dabei noch von Herrn Neuberg bemerkt worden, daſs diese Eigenschaft zuerst von Gauſs gefunden zu sein scheint; und daſs sich auſserdem noch ein Beweis dafür in Catalan, Théorèmes et problèmes, 6[me] édition, p. 231 findet.

durch ihn irgend eine Transversale, welche die Seiten des Dreiecks resp. in P, Q, R schneiden möge, bestimmt die harmonisch konjugierten P', Q', R' in Bezug auf die Ecken des Dreiecks und verbindet dann die resp. Ecken des Dreiecks ABC mit diesen Punkten, so schneiden sich diese Linien in einem Punkte, der auf der Peripherie des umgeschriebenen Kreises liegt.

Nachträglich sind noch Lösungen eingegangen von Herrn P. Stein (Genthin) zu 168 und 169 und von Herrn Fuhrmann zu 167, 168, 169, 170, 171 und 172.

Zu **169** (XIII_2, 121) macht Herr Fuhrmann folgenden Zusatz:

Die Mittellinie AM eines Dreiecks ABC teile $< \alpha$ in α_1 und α_2, so ist $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c}{b}$; legt man die Winkel um, so schneide der gemeinschaftliche Schenkel BC in N, so ist nach 169) $\frac{BN}{NC} = \frac{c^2}{b^2}$. Legt man nun BN und NC um, so dafs $BN_1 = NC$ ist und bezeichnet die durch AN_1 erzeugten Winkelteile mit $\alpha_1{}^{I}$ und $\alpha_2{}^{I}$, so ist $\frac{\sin \alpha_1{}^{I}}{\sin \alpha_2{}^{I}} = \frac{c^3}{b^3}$. Trägt man diese Winkel wieder um, so erhält man $\frac{BN_2}{N_2C} = \frac{c^4}{b^4}$ u. s. w. Auf der Seite a erhält man so Teile, die sich wie die geraden Potenzen der anliegenden Seiten verhalten; die Winkel werden so geteilt, dafs sich die Sinus der Teile wie die ungeraden Potenzen verhalten. — Geht man dagegen von der Halbierungslinie des Winkels α aus und verfährt wie vorher, so werden die Winkel so geteilt, dafs sich die Sinus der Teile wie die geraden Potenzen der Seiten verhalten, die Stücke der Gegenseite wie die ungeraden Potenzen.

B. Neue Aufgaben.

222. (Elementar-synthetisch.) Gegebene Ebene E und auf der einen Seite derselben die Punkte A und B. Eine veränderliche Kugel gehe durch A und B und berühre E in X. 1) Welches ist der Ort des Berührungspunktes X? 2) Welches ist der Ort des Mittelpunktes M? 3) Wie kann man das gefundene Resultat verwerten, um die Schnittfigur eines Rotationsparaboloides mit einer zur Achse geneigten Ebene zu untersuchen?

Dr. Weinmeister I (Leipzig).

223. Es soll der Satz: „Jeder Parabelsector zwischen zwei Brennstrahlen hat halb so grofsen Flächeninhalt, als das ihm zugehörige gemischtlinige Trapez, welches den Bogen jenes Sectors, die aus den Endpunkten desselben auf die Leitlinie gefällten Perpendikel und das zwischen diesen liegende Stück der Leitlinie zu Seiten hat“ (Steiner I, Kap. 5. Schlufs) mittelst Affinität erweitert werden.

Dr. Weinmeister I (Leipzig).

224. Ein Dreieck (Tetraeder) zu konstruieren aus 3 (4) Punkten, die auf den oberen Abschnitten der Schwerpunkts-Transversalen liegen und dieselben nach gegebenen Verhältnissen teilen. (Für nichteuklidische Geometrie.)

Dr. Böklen (Reutlingen).

225. Ein Dreieck trigonometrisch zu berechnen, wenn gegeben sind eine Seite, der Gegenwinkel und der Winkel, den die von den Endpunkten der Seiten ausgehenden Mittellinien bilden.

W. Fuhrmann (Königsberg i. Ostpr.).

226. Ein Dreieck trigonometrisch zu berechnen, wenn gegeben sind eine Seite, der Gegenwinkel und das Verhältnis der von den Endpunkten der Seite ausgehenden Mittellinien.

W. Fuhrmann (Königsberg i. Ostpr.).

Zu beweisende Lehrsätze über die Segmentärpunkte.

Bezeichnungen wie XII_2, 107; XII_4, 263 u. XIII_1, 33.

227. Die Verbindungslinien der Mittelpunkte der Seiten BC und $B'C'$, CA und $C'A'$, AB und $A'B'$ schneiden sich im Punkte S (dem Mittelpunkte der Strecke OO').

Stoll (Bensheim).

228. Die Verbindungslinien der Mittelpunkte von BC, CA, AB mit den Eckpunkten A', B', C' schneiden sich im Punkte H (dem Mittelpunkte des um das Dreieck ABC beschriebenen Kreises).

Stoll.

229. Die Verbindungslinien der Mittelpunkte von $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$ mit den Eckpunkten A, B, C schneiden sich in einem Punkte S', dessen trimetrische Koordinaten die reciproken Werte der Koordinaten von S sind. Stoll.

230. Die Segmentärpunkte O und O' sind Brennpunkte einer in das Dreieck ABC beschriebenen Ellipse, deren Berührungspunkte die Schnittpunkte der Seiten mit den Linien sind, welche die Ecken mit dem Punkt K verbinden.

J. Neuberg (Lüttich).

231. $\sphericalangle KAB = EAC$ u. s. w.
H. Brocard, chef du Génie (Dellis en Algérie).

232. Die Projektionen der Segmentärpunkte O und O' auf die Seiten des Dreiecks geben 6 Punkte, welche auf einem Kreise liegen. Neuberg.

233. Bezeichnet man mit r den Radius des um ABC beschriebenen Kreises, so erhält man für die Halbachsen der Ellipse $a_1 = r \sin \vartheta$, $b_1 = 2r \sin \vartheta^2$.

Brocard und Neuberg.

234. Es sei D der Situationspunkt der Dreiecke ABC und $A'B'C'$; Punkt D' sei so bestimmt, dafs $< DBA = D'BC$, $< DCB = D'CA$ und $< DAC = D'AB$ ist, so ist D' Pol der Sehne OO' des Kreises der 7 Punkte (von Herrn Neuberg der Brocard'sche Kreis genannt). BROCARD.

235. Ist H' der Durchschnittspunkt der Höhen des Dreiecks ABC, so ist $HD' \parallel H'D$. BROCARD.

Bemerkung der Redaktion über die Winkelbezeichnung im Aufgaben-Rep.: Man sollte, wenn man das alte Winkelzeichen beibehalten will, wenigstens einen Bogen hindurch machen (∢), um es nicht mit dem Zeichen < („kleiner als") zu verwechseln, oder das andre auch vielfach gebrauchte Zeichen ∠ (z. B. $\angle A$) mit dem horizontalen Striche unter der Linienzeile wählen. Noch besser aber würde es sein, wenn man ganz mit diesem Zeichen bräche und dafür das Dachzeichen wählte z. B. $A\hat{O}B$ oder $\widehat{ab}$.*) Dies hätte dann noch den Vorteil, dafs man auch den gestreckten und die convexen Winkel (jenen durch —, diesen durch ∨) bezeichnen könnte, z. B. $A\bar{O}B$ und $A\check{O}B$. Man vergleiche unsere Vorschule der Geometrie (Halle, Nebert. 1874) S. 37. Wir haben der Gleichmäfsigkeit halber in dem Aufgaben-Rep. die alte Bezeichnung noch gelassen, behalten uns aber vor, vom nächsten Jahrgange an, eine neue (bessere) einzuführen.

---

*) Dieses Zeichen ist auch schon von manchen Mathematikern gebraucht worden, z. B. von dem bekannten Traugott Müller in seiner Trigonometrie.

Litterarische Berichte.

A) Recensionen.

Reidt, Prof. Dr. F. (Oberlehrer am Gymnasium zu Hamm), Planimetrische Aufgaben für den Gebrauch im Schul-, Privat- und Selbstunterricht. 1. Teil: Aufgaben, geordnet nach den Lehrsätzen des Systems; 2. Teil: Aufgaben, geordnet nach Auflösungsmethoden und mit Anleitung zur Behandlung versehen. Breslau 1882, Verlag von E. Trewendt. Preis jedes Hefts ℳ 1.50.

Bereits im Jahre 1873 hat der Verfasser im Programm des Gymnasiums zu Hamm eine Anleitung zur methodischen Lösung planimetrischer Konstruktionsaufgaben gegeben, und im Handbuch der Mathematik, herausgegeben von Schlömilch, Breslau 1880, in welchem der Verfasser die elementare Mathematik behandelt, begegnen wir S. 309 ff. einer Auseinandersetzung gleiches Inhalts. Der zweite Teil des überschriftlich genannten Buches beschäftigt sich mit demselben Gegenstande, und da Methoden für die Lösung von Konstruktionsaufgaben das besondere Interesse jedes Lehrers der Mathematik in Anspruch nehmen müssen, so gestatte man uns, mit der Besprechung dieses zweiten Teils den Anfang zu machen. Unser allgemeines Urteil wollen wir gleich dahin aussprechen, dafs wir es hier mit einem Buche zu thun haben, welches offenbar aus der Schulpraxis und aus der Hand eines umsichtigen und denkenden Lehrers hervorgegangen ist. Die Aufgaben desselben sind nach Auflösungsmethoden geordnet, und dies mufs gegenüber so manchen anderen Aufgabensammlungen als ein entschiedener Fortschritt betont werden. Durch diese recht eigentlich methodische Ordnung ergeben sich einzelne, gewissermafsen natürliche Hauptgruppen von Aufgaben; auch ist es dadurch überflüssig geworden, den Leser immer wieder auf vorangegangene Lehrsätze oder Aufgaben zu verweisen. Dieses Zurückweisen hat stets etwas Ermüdendes, für den Schüler ist es aber geradezu schädlich, denn es macht ihn unsicher und raubt ihm das Vertrauen zu sich selber.

Der Verfasser unterscheidet vier Methoden: Methode der geometrischen Örter, der Hilfsfiguren, der ähnlichen Figuren und der

algebraischen Analysis. Nach einer kurzen Einleitung über den Gebrauch von Zirkel und Lineal, über Analysis, Konstruktion, Beweis und Determination, wird zunächst im ersten Kursus (Tertia) in § 1 der geometrische Ort erläutert, und zwar durch Betrachtung der unbestimmten Aufgabe: einen Punkt zu bestimmen, der von zwei gegebenen Punkten A, B gleichweit entfernt ist. Es will uns pädagogisch richtiger vorkommen, die Kreislinie für die erste Demonstration eines geometrischen Ortes zu verwenden, denn in dem hier gewählten Beispiel wird schon das vorweggenommen, was der Schüler erst erlernen soll, nämlich die Bestimmung eines Punktes durch zwei Örter. Auch wäre hier die Bemerkung nicht überflüssig gewesen, dafs für die Konstruktion eines Punktes eine Bedingung nicht genügt, und dafs einer in Worten gegebenen Bedingung planimetrisch (graphisch) eine gerade oder krumme Linie oder ein System von solchen Linien entspricht. Nach Aufzählung mehrerer Örter folgt dann die Konstruktion von Punkten mittels zweier Örter. Der Verfasser will, dafs für die Analysis erst von der einen, dann von der anderen Bedingung, die der Punkt erfüllen soll, abgesehen werde. Dies Verfahren ist sicher richtig, aber ist es ganz zweckmäfsig? Ist es nicht natürlicher, nachdem man die Erfahrung gemacht hat, dafs eine Bedingung für die Bestimmung eines Punktes nicht genügt, sich die Frage vorzulegen, ob eine zweite fernere Bedingung hierzu ausreichend sei? Man kommt dann leichter dazu dem Schüler begreiflich zu machen, dafs für die Konstruktion eines jeden Punktes notwendig zwei Bedingungen gegeben sein müssen, und dafs also jeder zu konstruierende Punkt durch zwei Örter bestimmt werden mufs.*) Es wäre deshalb auch zweckmäfsiger gewesen, gleich hier die Bemerkung hinzuzufügen, die S. 10 Anmerkung gegeben ist, dafs nämlich jede gegebene gerade oder krumme Linie, auf welcher der Aufgabe zufolge ein gesuchter Punkt liegen soll, als geometrischer Ort des Punktes aufzufassen ist. Der Schüler ist dann besser orientiert und geht mit gröfserer Sicherheit an die gestellten Aufgaben, und diese Sicherheit läfst sich noch vermehren, wenn man ihn anhält, sich für die Analysis solcher Aufgaben, bei denen es nur auf Konstruktion eines Punktes ankommt, die Fragen vorzulegen: Welche Bedingungen soll der gesuchte Punkt erfüllen? Welche Örter entsprechen diesen Bedingungen?

Auf Seite 8 werden dann geometrische Örter angewendet, um

---

*) Die einzige, aber auch nur scheinbare Ausnahme hiervon findet statt, wenn man eine Senkrechte mittels eines rechtwinkligen (hölzernen) Dreiecks und eine Parallele durch Abschieben konstruirt. Die alten würden dieses Verfahren ein mechanisches genannt haben. In den beiden genannten Fällen wird eine Gerade durch einen Punkt und durch ihre Richtung bestimmt. Benutzt man aber nur Zirkel und Lineal, so hat man jedesmal von der gesuchten Geraden noch einen Punkt zu bestimmen, und diesen findet man wie immer durch zwei Örter.

über einer gegebenen*) Strecke als Hypotenuse ein rechtwinkliges Dreieck zu konstruiren, wenn außerdem die Länge der zur Hypotenuse senkrechten Höhe gegeben ist. Die Schwierigkeiten, die dem Schüler entgegentreten, wenn er zum ersten Male vor die Aufgabe gestellt ist, eine geschlossene Figur zu konstruieren, sind hier dadurch umgangen, daſs die Hypotenuse als der Länge und Lage nach gegeben angenommen ist. Abgekürzt würde dieselbe Aufgabe aber lauten: Ein rechtwinkliges Dreieck zu konstruieren aus c und h, und dabei ist von der Lage der Hypotenuse nicht die Rede. Hier kann man dem Schüler für eine groſse Zahl von Aufgaben dadurch helfen, daſs man ihn anhält, sich die Fragen vorzulegen: Wie viele Eckpunkte der gesuchten Figur sind durch eins der gegebenen Stücke unmittelbar bestimmt? Welche geometrischen Örter giebt es für die auſserdem zu bestimmenden Punkte? Bei der vorliegenden Aufgabe sind durch die gegebene Hypotenuse zwei Eckpunkte bestimmt, und man würde also mit der Konstruktion der Hypotenuse, einer Strecke, beginnen. Wir halten es nicht für überflüssig, daſs der Schüler sich darüber klar wird, daſs er einen Endpunkt und die Richtung der Hypotenuse beliebig wählen kann, und daſs die von dem gewählten Punkt in der gewählten Richtung gezogene Gerade ein geometrischer Ort für den zweiten Endpunkt der Hypotenuse ist. Das Fernere ergiebt sich dann leicht. Vielleicht wird man uns hier zu groſse Pedanterie vorwerfen. Aber man möge bedenken, daſs der Verfasser sein Buch auch für den Selbstunterricht geschrieben hat, daſs dasselbe also die leitende Hand eines Lehrers allenfalls entbehrlich machen soll, und daſs man endlich bei der Einführung in das Gebiet der planimetrischen Konstruktionen, das wohl mit Recht schwierig genannt wird, nicht gründlich genug verfahren kann.

Wenn nun aber, wie wir oben angedeutet haben, für die Bestimmung eines Punktes jedesmal zwei Örter notwendig sind, so sollte man eigentlich von einer besonderen Methode der geometrischen Örter überhaupt nicht reden. Die geometrischen Örter sind eben die notwendige und unentbehrliche Grundlage und Voraussetzung für alles planimetrische Konstruieren. Von Methoden kann nur insofern die Rede sein, als diese Methoden angeben, wie man die für die Konstruktion gegebenen Stücke zweckmäſsig verwendet und auf welche Weise man zur Anwendung geometrischer Örter gelangt. Dabei ist es natürlich gleichgültig, ob man stets den Namen „Örter“ gebraucht, die Sache bleibt eben immer dieselbe.**) Statt Methode der geometrischen Örter würde

*) Streng genommen müſste es hier, ebenso wie nachher bei der Konstruktion, heiſsen: Über einer der Lage nach gegebenen etc.

**) Ebene Örter des Apollonius von Perga, wiederhergestellt von R. Simson, deutsch von J. W. Camerer, Leipzig 1796, S. 389.

nach unserer Meinung die Überschrift des Abschnitts richtiger lauten müssen: Aufgaben zur Einführung oder dergleichen.

Die in § 2—8 gegebenen Aufgaben, die sämtlich in Worte gefaſst sind, zeichnen sich durch ihre zweckmäſsige Auswahl aus. Besonders hübsch sind die Aufgaben des § 6. Bei § 3, 2, wo der Bogen über einer Sehne AB angeführt wird, der einen Winkel γ faſst, wäre die Bemerkung nicht überflüssig gewesen, daſs das Centrum des Bogens über der Sehne AB, welcher den Winkel $\frac{1}{2}\gamma$ faſst, auf der Mitte des ersten Bogens liegt. Hiervon wird z. B. S. 21, Aufgabe 18 mit Vorteil Gebrauch gemacht. Die Aufgabe 17 in § 8 scheint uns hier nicht recht am Platze zu sein.

Sehr gerne hätten wir gesehen, wenn diesem Abschnitt mehr Aufgaben über Konstruktion geschlossener Figuren beigegeben wären, da dieselben doch eine so vorteilhafte Vorübung für die Aufgaben des folgenden Abschnittes bilden. Namentlich würden hier die Fundamental-Aufgaben am Platze sein, die auf S. 25 unter 1 aufgezählt sind. Die Fundamental-Aufgaben*) spielen überhaupt eine etwas eigentümliche Rolle in den meisten Lehrbüchern der Planimetrie. Durchweg wird bei diesen Aufgaben, die doch Konstruktionsaufgaben sind, von einer Analysis abgesehen,**) und dafür eine, wenn man so sagen darf, apodiktische Konstruktion gegeben. Gerade die Lösung dieser Fundamental-Aufgaben sollte eine der ersten Früchte der Theorie der geometrischen Örter sein, und das läſst sich ohne Schwierigkeiten, namentlich durch Zuhilfenahme der axialen Symmetrie, erreichen.

Noch eine Frage möchten wir am Schlusse der Besprechung dieses ersten Abschnittes aufwerfen. Ist bei so einfachen Aufgaben, wie dieser Abschnitt sie enthält, ein Beweis wirklich erforderlich, oder liegt derselbe nicht vielmehr in dem bei der Konstruktion befolgten Verfahren? Man wird doch einen geometrischen Ort nicht früher anwenden, als bis man sich von der Richtigkeit desselben überzeugt hat. Hat man das aber gethan, und will man für die Richtigkeit der mittels solcher Örter ausgeführten Konstruktionen den Beweis führen, so beweist man eben doch nur, daſs die angewendeten Örter richtig seien. Wir wollen durch diese Bemerkung den strengen geometrischen Beweis keineswegs aus der Welt schaffen, denn bei allen Aufgaben, die nicht die Konstruktion eines einzelnen Punktes verlangen, oder bei denen nicht ausschlieſslich Seiten, Winkel und Diagonalen der verlangten Figur vorkommen, ist ein Beweis unerläſslich.

---

*) Unter Fundamental-Aufgaben verstehen wir die in der Planimetrie des Verfassers nummerierten Aufgaben: Konstruktion von Senkrechten, Parallelen etc.

**) Henrici und Treutlein, Elementar-Geometrie, Leipzig 1881, Teubner, Kap. VIII, behandeln die Fundamental-Aufgaben als Konstruktionsaufgaben mittels geometrischer Örter, was wir hiermit rühmend hervorheben wollen.

Wir wenden uns nunmehr zu der Methode der Hilfsfiguren, S. 25, die an zwei Beispielen erläutert wird. Kurz gefaſst läſst dieselbe sich folgendermaſsen darstellen: Kommen unter den für die Konstruktion einer Figur gegebenen Stücken auſser Winkeln und Seiten, den unmittelbaren Bestimmungsstücken, auch andere Stücke vor, wie Höhen, Medianen u. s. w., Radien von um- und einbeschriebenen Kreisen, oder Summen und Differenzen von Strecken und Winkeln, mittelbare Bestimmungsstücke, so bringe man diese in der für die Analysis gezeichneten Figur an (führe sie in dieselbe ein, Petersen). Dadurch zerlegt man die Figur entweder in Dreiecke, Teildreiecke, die man nunmehr auf ihre Konstruierbarkeit untersuchen muſs, oder man ist, wie in den beiden angeführten Beispielen, genötigt, eine Hilfslinie zu ziehen, um ein Hilfsdreieck (eine Hilfsfigur) zu erhalten. Für das Ziehen der Hilfslinien ist keine Regel gegeben, und eine solche läſst sich allgemein auch schwer geben. Bei Summen oder Differenzen von Strecken wird es aber im ganzen richtig sein, wenn man den Endpunkt der eingeführten Summe oder Differenz, der nicht schon mit einem Eckpunkt der Figur zusammenfällt, mit einem naheliegenden Eckpunkt der Figur verbindet. Nach einigen Bemerkungen über „Data“ folgen dann in § 10 die für die Folge gebrauchten zweckmäſsigen Bezeichnungen, darauf in § 11—17 eine sehr reichhaltige Auswahl von Aufgaben. Ob der Verfasser richtig daran thut, so einfache Aufgaben, wie beispielweise § 11 Nr. 36, 38, 39—42, 44—46, 70, 76 hier aufzunehmen, scheint uns zweifelhaft. Man kann hier das verlangte Dreieck zwar aus Teildreiecken konstruieren, aber bei den genannten Aufgaben ist jedesmal eine Seite gegeben, und die beiden anderen Stücke bestimmen zwei geometrische Örter für den dritten Eckpunkt des Dreiecks; deshalb würden derartige Aufgaben nach unserer Meinung zweckmäſsiger im ersten Abschnitt stehen.

In § 18—20 folgen dann vermischte Aufgaben zum ersten Kursus. Die Überschrift von § 19 müssen wir nach dem früher gesagten beanstanden. § 20 liefert Aufgaben ohne allgemeine Anleitung und ohne Bezugnahme auf eine bestimmte Methode, behufs selbständiger Auffindung des Verfahrens. Dieser Paragraph enthält sehr hübsche Aufgaben, aber auch recht schwierige; das Prinzip der Parallelverschiebung*) leistet für die Auflösung mancher derselben vortreffliche Dienste.

Damit wäre der erste Kursus abgeschlossen; der zweite Kursus für Sekunda berechnet (auch für Prima noch ausreichend), beginnt mit der Methode der ähnlichen Figuren. Dieselbe wird an drei Beispielen erläutert und läſst sich kurz folgendermaſsen darstellen: Nimmt man von den für die Konstruktion einer Figur gegebenen Stücken eine Strecke fort, und bestimmen die nachbleibenden Stücke

*) Petersen, Methoden und Theorien, Kopenhagen 1879, S. 55.

eine der gesuchten ähnliche Figur, so zeichne man eine solche zuerst, und bringe dieselbe mit Hilfe der anfangs fortgenommenen Strecke auf die richtige Gröfse. Der Verfasser verweist hierfür auf die Konstruktion vierter Proportionalen, bemerkt aber doch (S. 62): „Auch die Theorie der Ähnlichkeitspunkte kann zuweilen zu diesem Zweck benutzt werden.“ Aber was sind denn in den Figuren des Textes die Punkte C anders als Ähnlichkeitspunkte? Nach unserer Meinung bestehen die Vorteile, welche die Anwendung der Methode der ähnlichen Figuren (Ähnlichkeitsmethode) bietet, darin, dafs man durch die von einem zweckmäfsig gewählten Ähnlichkeitspunkte gezogenen Ähnlichkeitsstrahlen geometrische Örter für die Eckpunkte der gesuchten Figuren erhält. Hat man einen passenden Punkt als Ähnlichkeitspunkt gewählt, der freilich in vielen Fällen, namentlich auch aus Gründen der Ökonomie,*) ein Eckpunkt der Figur sein wird, so bestimme man mit Hilfe der anfangs weggelassenen Strecke je nach Umständen einen oder zwei Eckpunkte (Punkte) der gesuchten Figur; dann hat man nur noch Parallelen zu ziehen.**)

Bei der Determination auf S. 63 ist dem Verfasser übrigens ein Versehen passiert, denn die Konstruktion liefert zwei Dreiecke (B' wird durch den Durchschnitt von einem Kreise und einer Geraden bestimmt); nur wenn $CB' \gtrless CA'$ ist, erhält man ein Dreieck.

Die Auswahl der Aufgaben ist hier wie in den früheren Abschnitten nur zu loben, doch vermissen wir nur ungern solche Aufgaben über einbeschriebene Figuren, die sich mit Hilfe ähnlicher und ähnlich liegender Figuren lösen lafsen.

Mit grofser Sorgfalt hat der Verfasser den Abschnitt über algebraische Analysis behandelt. Derselbe enthält 324 Aufgaben, die nach Grad und Form der dafür zu lösenden Gleichung geordnet sind. Man geht aber kaum fehl, wenn man annimmt, dafs 100 von diesen Aufgaben sich rein planimetrisch lösen lassen. So sehr wir dafür sind, die Konstruktion algebraischer Ausdrücke in der Schule durchzunehmen, so wenig sind wir imstande, die algebraische Analysis als besonders wertvoll für die Lösung von Konstruktionsaufgaben anzuerkennen. Die Konstruktion algebraischer Ausdrücke erledigt sich leicht bei Gelegenheit der Lehre von der Ähnlichkeit und vom Flächeninhalt. Ist der Schüler einmal damit vertraut, so bietet die algebraische Analysis ihm eigentlich nur Übung im Ansetzen und Auflösen von Gleichungen, und dafür müfsten doch wohl die für die Algebra angesetzten Stunden die Zeit hergeben.

Auf die Methode der algebraischen Analysis folgt ein Abschnitt, welcher der Wiederholung und Erweiterung der Methoden gewidmet ist. Wir möchten hier die Frage anregen, ob es nicht zeitgemäfs

*) Da man von Ökonomie der Rede spricht, so ist es vielleicht auch erlaubt von Ökonomie der Konstruktion zu sprechen.

**) Man vergleiche auch: Erler, Kleinigkeiten aus der Schulstube, 1. d. Z. IV, S. 325.

sei, die Örter in § 32 von einem einheitlichen Gesichtspunkte aus zu betrachten. Parallele Strecken und ebenso parallele Gerade lassen sich doch auch als ähnliche und ähnlich liegende Figuren betrachten. Hat man aber zwei ähnliche und ähnlich liegende Figuren, ganz gleichgültig welche, so ist der Umfang der einen der geometrische Ort für alle Punkte, welche die vom Ähnlichkeitspunkt an den Umfang der anderen Figur gezogenen Ähnlichkeitsstrahlen nach einem bestimmten konstanten Verhältnis teilen. Ist der Ähnlichkeitspunkt und die eine Figur gegeben, so läfst sich die andere Figur zeichnen, sobald das Verhältnis homologer Strecken gegeben ist. Die Aufgabe, die oben erwähnte zweite Figur zu zeichnen, (Petersen's Multiplikation*), bietet, wie sich jeder leicht überzeugen kann, dem Schüler keine besonderen Schwierigkeiten, bewahrt ihn aber davor, sich mit so und so viel Örtern bekannt zu machen, die im Grunde doch nichts verschiedenes enthalten.

Die Aufgabe 17 auf S. 104 scheint einen Druckfehler zu enthalten.

In einem Anhang werden endlich zum Schlufs vermischte Aufgaben gegeben, auch wird das apollonische Berührungsproblem behandelt.

Bei der Besprechung des ersten Teiles können wir uns kürzer fassen. Nach dem, was oben gesagt ist, würden wir dem Verfasser Dank wissen, wenn er aus diesem Teile die Konstruktionsaufgaben aussondern wollte; denn streng genommen verlangen diese Aufgaben vom Schüler etwas, das er erst im zweiten Teile lernt. Auch ohne die Konstruktionsaufgaben bleibt noch ein reiches Material von Lehrsätzen und Aufgaben zum Beweisen und Berechnen übrig. Unter diesen Aufgaben sind sehr viele, die sich als ganz besonders nützlich und brauchbar, und zwar nicht nur für die erste Stufe des Unterrichts, erweisen. Dahin gehören diejenigen, die gewissermafsen eine Vorbereitung auf einen bestimmten geometrischen Ort enthalten; denn es ist nicht ganz leicht, die Schüler der unteren Stufe mit dem Begriff des geometrischen Orts gründlich vertraut zu machen. Sehr hübsch sind die Aufgaben auf S. 16, ebenso diejenigen, die für die Übung im praktischen Gebrauch des Lineals und des rechtwinkligen Dreiecks bestimmt sind. Ferner die Aufgaben des § 22. Aber wollten wir Alles namhaft machen, was sich durch seine Brauchbarkeit auszeichnet, so müfsten wir fast jeden Paragraphen anführen.

Wir können uns selber den Vorwurf nicht ersparen, dafs unsere Besprechung des zweiten Teils etwas lang geworden ist. Aber es lag uns daran, einmal nachdrücklich auf die konsequente und fruchtbringende Anwendung der geometrischen Örter hinzuweisen, um so mehr, da die geometrischen Örter ebenso wie der Ähnlichkeitspunkt in den Lehrbüchern und Aufgabensammlungen vielfach, und zwar

---

*) Petersen, a. a. O., S. 22.

zum Schaden der Sache der Konstruktionen, nicht die Berücksichtigung finden, welche sie verdienen. Nach dem Vorgange von Petersen liefse sich noch mancherlei für methodische Behandlung von Konstruktionsaufgaben thun, aber schliefslich kommt es nicht so sehr auf die Mannigfaltigkeit der Methoden an, als vielmehr darauf, eine Methode mit Sicherheit anwenden zu lehren, und hierfür hat der Verfasser in dem vorliegenden Buche viel gethan. Unseren Kollegen aber, namentlich den jüngeren, empfehlen wir den Gebrauch und das Studium des Buches; dasselbe wird ihnen über manche Schwierigkeiten des Unterrichts hinweghelfen. Wir bitten aber auch um eine strenge, vorurteilsfreie Prüfung der von uns geäufserten Ansichten. Was uns zum Sprechen bewogen hat, war einzig und allein das Interesse für die Schule. Liefert man uns den Nachweis, dafs unsere Ansichten falsch sind, so werden wir keinen Anstand nehmen, unseren Irrtum öffentlich zu bekennen.

Kiel. R. v. Fischer-Benzon.

Bardey, Dr. E. I. Methodisch geordnete Aufgabensammlung. 10. revid. und verb. Auflage. Leipzig, bei Teubner, 1882. gr. 8. XIV u. 324 S. Preis ℳ 2.70. — Resultate hierzu ℳ 1.

— II. Arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik, vorzugsweise für Realschulen zweiter Ord., Gewerbe- und höhere Bürgerschulen. 2. verb. Aufl. Ebd. 1882. gr. 8. X u. 268 S. Pr. ℳ 2. — Resultate mit Kommentar ℳ 1. Ebd.

I. Von den vorstehenden Büchern wurde Nr. I. seit seinem Erscheinen in dieser Zeitschrift schon mehrfach angezeigt und besprochen, zuerst (II, 525) von Heussi und dann sehr anerkennend von dem verstorbenen berühmten Mathematiker Clebsch (III, 171).*) Seit seinem Erscheinen ist es in vielen tausend Exemplaren verbreitet worden, erfreut sich eines ausgedehnten Gebrauchs an höheren Schulen und gehört also ohne Zweifel zu den „meistgebrauchten“ Schulbüchern.**) Diese neue (10.) Auflage ist nun als eine durchgängig revidierte zu bezeichnen; die aufgefundenen Druckfehler sind berichtigt, manche Aufgaben sind geändert und manche Erklärungen bestimmter ausgedrückt worden. Auch eine Partie der Gleichungen 2. Gr. (die Trigonometrische Lösung, S. 186) hat eine Verbesserung erfahren. Endlich sind die Anhänge 3. und 4. (Berechnung der Logarithmen) gänzlich umgearbeitet worden. Eine interessante Zugabe ist die S. XI—XII gegebene „Nachricht für

---

*) Die späteren Auflagen wurden angezeigt in VIII, 503; IX, 300; XI, 36.

**) Nach XI, 185 dieser Z. war es schon i. J. 1880 in 82 Lehranstalten Preufsens eingeführt.

Mathematiker", in welcher der Verfasser mit Rücksicht auf seinen bekannten Conflikt (vgl. Heft 2, S. 166) mit Hrn. Sinram-Hamburg an Beispielen nachweist, dafs der genannte Hr. S. seine (Bardeys) Aufgabensammlung in einer Weise benutzt habe, welche „unter Mathematikern ohne Beispiel" sei.

Wir dürfen uns wohl bei diesem so bekannten und anerkannten Buche mit dieser kurzen Anzeige begnügen, und fügen nur noch hinzu, dafs der Hr. Verfasser gegründete Ausstellungen an einzelnen Partieen oder auch nur an einzelnen Aufgaben, verbunden mit Vorschlägen zu Abänderungen, welche das Buch noch brauchbarer für den Schulunterricht zu machen geeignet wären — mit Dank hinnehmen wird. Ganz besonders seien die Herren Collegen ersucht, verborgene Druckfehler, die etwa noch den sechs Augen des Setzers, Korrektors und Verfassers entgangen sein sollten, anher zu liefern. — Bemerkt sei noch, dafs auch die Resultate zu dieser Sammlung, welche bekanntlich nur an Lehrer abgegeben werden und welche für viele Aufgaben auch einen Kommentar bieten, ebenfalls revidiert worden sind.

II. Das zweite obgenannte Schulbuch, welches seine Entstehung dem Bedürfnisse niederer Schulen (s. o.) verdankt, erscheint hier bereits in 2. verb. Auflage. Auch dieses hat sich schon einer weiten Verbreitung zu erfreuen und ist bereits von Hrn. Scherling (XII, 366 u. f.) gebührend gewürdigt worden. Diese neue Auflage ist ebenfalls eine sorgfältig revidierte und verbesserte, was sich auch darin zeigt, dafs die Unterschiede, resp. Vorzüge, welche dieses Buch vor der Aufgabensammlung hat, in der Vorrede vom Verfasser ausführlich auseinandergesetzt werden, worauf wir die Leser ganz besonders verweisen. Die Unterschiede beider Bücher bestehen im Wesentlichen darin, dafs das letztere zugleich ein gedrängtes Lehrbuch ist, resp. ein solches ersetzt. Denn jedem Aufgabenabschnitt (B) geht immer ein Abschnitt (A) voran, welcher die „Theorie" enthält, weshalb sich auch dieses Buch weit mehr zum „Selbststudium" eignet, als die „Aufgabensammlung", welche viel mehr die Unterstützung durch den Lehrer erfordert. Auch hat der Verfasser den einzelnen Abschnitten „historische Anmerkungen" beigegeben. Jenen Abschnitt über die Determinanten, welcher in dieser Zeitschrift eine abfällige Kritik erfuhr (vgl. XII, 368/9 u. 425) hat der Hr. Verf. nur wenig geändert, und er hat seine Gründe und seine Ansichten hierüber in Heft 2 d. l. Jahrg. d. Z. S. 111 sowie in dem Hauptartikel dieses Heftes klar und entschieden dargelegt. Auch für dieses Buch ersucht der Verf. um Mitteilung aufgefundener Unrichtigkeiten. Endlich sei noch bemerkt, dafs auch zu diesem Buche ein Kommentar mit Resultaten existiert, welche ebenfalls revidiert worden sind und von der Verlagshandlung nur an Lehrer abgegeben werden.

Wir wünschen, dafs der Hr. Verfasser, der durch seine Bücher

schon so viel zur Hebung des mathematischen Unterrichts beigetragen hat, auch an diesen neuen Auflagen Freude erleben möge und dafs die Lehrer d. M. an der Vervollkommnung derselben mitarbeiten und helfen möchten. H.

HOFFMANN, J. C. V. (früher Professor und Institutsvorsteher in Wien, Gründer und Redakteur dieser Zeitschrift), Vorschule der Geometrie, ein methodischer Leitfaden beim Unterricht in der geometrischen Anschauungslehre für die unteren Klassen der Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminare, sowie zum Selbstunterricht, besonders für Volksschullehrer. 2. (Schlufs-)Lfg. Zweite Hälfte der Planimetrie nebst Kurvenlehre (Seite 159—241), mit in den Text eingedruckten Holzschnitten. Halle 1881, Louis Nebert. Preis der zweiten Lieferung ℳ 2.

Referent hat bereits in dem 5. Jahrgange dieser Zeitschrift, S. 237—243, die erste Lieferung der „Vorschule der Geometrie" ausführlich besprochen und freut sich, mit der Schlufslieferung die Vollendung dieses für den Unterricht höchst verdienstlichen Werkes anzeigen zu dürfen.

Dieselben Vorzüge, welche die erste Lieferung zu einer bemerkenswerten Erscheinung im Gebiete der Unterrichtslitteratur machten, treten auch in der zweiten Lieferung hervor. Die geometrischen Bewegungen, welche bei der Entstehung von Flächen in Betracht kommen, werden anschaulich beschrieben, die geometrischen Grundwahrheiten durch die einfachsten Mittel dem Verständnisse näher geführt und durch zahlreiche Messungen und Zeichnungen, für welche die genauesten Vorschriften beigebracht sind, fest eingeprägt, der mathematische Sprachgebrauch in einer Menge von Punkten richtig gestellt, der Ausblick auf technische und gewerbliche Anwendungen beständig festgehalten.

Das Inhaltsverzeichnis bekundet am besten, wieviel im einzelnen gegeben wird.

Flächenerzeugung, Fl.-Gleichheit und Fl.-Verwandlung: § 46 Erzeugung der Flächen (durch Verschiebungen, Drehungen, gemischte Bewegungen), § 47 Flächengleichheit und Fl.-Verwandlung von Parallelogrammen, § 48 Verwandlung der Dreiecke, § 49 Verwandlung der Vielecke von n Seiten in Vielecke von $(n-1)$ Seiten, Zurückführung der Vielecksfläche auf eine Dreiecksfläche, § 50 Verwandlung der Dreiecke in Parallelogramme, § 51 Verwandlung der Parallelogramme in Dreiecke, § 52 Verwandlung der Trapezoide in Parallelogramme und Dreiecke.

Ausmessen der Figuren und ihrer Elemente: § 53 Streckenausmessen, § 54 Flächenausmessen.

Proportionalität der Figuren und ihrer Elemente: § 55 Proportionalität von Strecken, § 56 Längenverhältnisse der Seiten und Strecken in geschlossenen Figuren, der Pythagoreer, § 57 Anwendungen des Pythagoreers.

Die Ähnlichkeit der Figuren: § 58 Parallelogramme, § 59 Dreiecke, § 60 Anwendungen, § 61 Ähnlichkeit der Vielecke, § 62 Ergänzung der Kreislehre (Rektifikation und Quadratur).

Krummlinige Figuren: § 63 offene Kurven (Wellenlinie, Spirale), § 64 geschlossene Kurven (Oval, Korblinie), § 65 die Ellipse.

Dazu kommen vier Anhänge. Der erste enthält ein sorgfältig ausgeführtes Verzeichnis von Druckfehlern und Irrungen, sowie von mehrfachen Zusätzen zum Texte, der zweite das Verzeichnis der wichtigsten Konstruktionen, der dritte das Verzeichnis inkorrekter Ausdrücke, der vierte endlich ein recht zweckmäſsig eingerichtetes alphabetisches Inhaltsregister. Überhaupt ist — eine Höflichkeit gegen die Leser — im ganzen Buche die Orientierung sehr erleichtert, z. B. auch durch Angabe der §§ am Kopfe der Seiten.

Der reiche Stoff ist in mustergültiger Weise behandelt und ist dem Referenten auch nicht ein einziger Punkt aufgestoſsen, gegen welchen eine Einwendung zu erheben wäre, doch sei es demselben verstattet, auf mehrere Einzelheiten noch besonders aufmerksam zu machen. In § 47 wird das gröſste gleichseitige und das gröſste ungleichseitige Parallelogramm bei gleicher Basis und gleichen Nebenseiten aufgezeigt — eine Maximalaufgabe, welche für den Anschauungsunterricht ganz vorzüglich paſst. Der allgemeine Pythagoreer wird durch bloſse Betrachtung zweier zusammengehöriger Figuren ohne eigentliche Beweisargumente dem Bewuſstsein erschlossen; die verjüngte Ausführung von Figuren wird S. 173 und an anderen Orten, der Nonius und Verwandtes S. 174—176 erschöpfend erörtert; die Aufsuchung des gröſsten gemeinsamen Maſses, die Anwendung gebrochener Maſszahlen bei Linien und Flächen werden anschaulich klar gelegt und überhaupt findet sich in dieser ganzen Partie eine Fülle zutreffender Einzelheiten und feiner Bemerkungen, welche im Unterrichte die gröſste Beachtung verdienen.

Ein eigentümliches Interesse beansprucht die Behandlung der Ähnlichkeit, indem die Betrachtung ähnlicher Parallelogramme den Ausgangspunkt bildet.

Schon die Lehre von der Flächengleichheit beginnt überall mit dem Parallelogramm und in der That ist dasselbe mit dem Dreiecke verglichen die überschaulichere Figur. Insbesondere wenn es sich um Gleichheit der Figuren handelt, treten die beiden erforderlichen Momente, Winkelgleichheit und Proportionalität der Seiten, im Parallelogramme auseinander und nebeneinander, indem jedes für sich besteht, ohne daſs sie sich gegenseitig bedingen. Bei Dreiecken hin-

gegen folgt jedes der beiden Momente aus dem anderen, und eins allein, als welches gewöhnlich die Winkelgleichheit genommen wird, reicht schon aus, um den Schlufs auf die Ähnlichkeit von Dreiecken zu begründen. In geometrischen Beweisführungen kommt hauptsächlich auch nur dieser eine Satz zur Verwendung und infolge dessen haftet der Herleitung der drei anderen Hauptsätze der ähnlichen Dreiecke etwas Erkünsteltes an, wodurch sie im Zusammenhange mit der selteneren Anwendung, welche sie finden, zum Schaden der Theorie in den Hintergrund gedrängt werden. Um diesem Mangel abzuhelfen und im Hinblick auf die Anwendungen, für welche die Seitenverhältnisse ähnlicher Figuren ebenso wichtig sind, wie das Moment der Winkelgleichheit, sind ja auch schon andere mit Ähnlichkeitsdefinitionen vorgegangen, welche an perspektivische Figuren anknüpfen. So sehr diese Anlehnung der Logik entspricht, so zeigen die bisherigen Versuche doch eine gewisse Unbeholfenheit an der Stelle, wo es sich um den Übergang zu den Sätzen über ähnliche Dreiecke handelt. Hier zum erstenmal ist eine Theorie aufgestellt, in welcher dieser Übergang sich ganz ungezwungen vollzieht. Die eine Bemerkung, dafs bei ähnlichen und ähnlich liegenden Parallelogrammen die Verhältnisse der gleichliegenden Seiten einerlei sind mit dem Verhältnisse der Diagonalen, führt sofort auf die Ähnlichkeit von Dreiecken, welche als gleichliegende Hälften solcher Parallelogramme sich darstellen. Alles weitere schliefst sich hieran in einfacher Weise und ohne irgend welchen Zwang; aufserdem ist für mannigfaltigen und sehr zweckmäfsig gewählten Übungsstoff reichlich gesorgt, zu welchem auch die ganz elementar gehaltene Quadratur und Rektifikation von Kreisen und Kreisteilen gehört.

Eine besonders dankenswerte Zugabe sind die Abschnitte aus der krummlinigen Geometrie, welche dem Bedürfnisse des ersten Unterrichtes mit sicherem Takte angepafst dennoch Anregendes und Interessantes in Fülle enthalten. Nicht minder wertvoll dürften die für spätere Auflagen in Aussicht gestellten Anhänge über Freihandzeichnen und praktische Geometrie sein.

Bereits in der früheren Rezension ist das ganze Werk als die geeignetste Grundlage für den vorbereitenden Unterricht auf Gymnasien und Realschulen dringend empfohlen worden; auch wo dieser unter dem Zwange gegebener Verhältnisse, wie an vielen Gymnasien, ausfallen mufs, bietet es für junge Lehrer eine vortreffliche Anleitung, wie der wissenschaftliche Unterricht, namentlich im Anfange gröfserer Abschnitte durch eine anschauliche und anregende Einführung in den wesentlichen Inhalt belebt und fruchtbar gemacht werden könne. Recht eigentlich aber erscheint es für Gewerbe- und Handelsschulen, für Handwerker- und Fortbildungsschulen, für gehobene Volks- und Stadtschulen geschrieben: für diese enthält es allen erforderlichen Lehrstoff und bedarf es nicht der Ergänzung durch strikte Demonstrationen. Die darin niedergelegte Methode ver-

mittelt Zeichenfertigkeit, stärkt und belebt das Anschauungsvermögen — beides wesentliche Bedingungen für allen gewerblichen Fortschritt. Die Lehrer, welche an den zuletzt bezeichneten Schulen wirken, erhalten fast durchweg eine seminaristische Vorbildung, die gerade nach der mathematischen Seite bisher viel zu wünschen übrig liefs. In diesem Sinne erscheint es angezeigt, die „Vorschule der Geomètrie" insbesondere auf allen Seminaren einzuführen: den Zöglingen würde dadurch zugleich mit dem Wissensstoffe, den sie später zu lehren haben, die Methode des Unterrichtes erschlossen, in Pestalozzis Geiste gedacht und durchgeführt.

Gumbinnen, am 31. März 1882. Dr. H. Schwarz.

Henrici, J. (Prof. am Gymnasium zu Heidelberg), und Treutlein, P. (Prof. am Gymnasium zu Karlsruhe). Lehrbuch der Elementar-Geometrie. Erster Teil. Gleichheit der planimetrischen Gröfsen. Kongruente Abbildung in der Ebene. Pensum der Tertia. Mit 188 Figuren in Holzschnitt. Leipzig, Druck u. Verlag von B. G. Teubner. 1881. Preis ℳ 2.

Die Verfasser dieses vorzüglichen Lehrbuches beabsichtigen derjenigen Richtung in der Behandlung der Elementargeometrie, „welche die Euklidische Anordnung und deren Abarten nach französischen Mustern aufgeben will", zu entsprechen, was ihnen nach unserm Dafürhalten in hohem Grade gelungen ist. Die Anhänger dieser Richtung werden das Buch mit Freuden begrüfsen und mit uns wünschen, dafs der zweite Teil bald nachfolgen möge. Was die Herren Verfasser in ihrer Vorrede hinsichtlich der gröfseren Anschaulichkeit und natürlicheren Beweisführung sagen, zu welchen in der modernen Betrachtungsweise die Entstehung der geometrischen Gebilde durch Bewegung und Änderung ihrer Lage „gegenüber der Starrheit und Unbeweglichkeit bei Euklid" führt, kann Referent nach längerem Gebrauch des Hubert-Müller'schen Buchs, welches die Geometrie in ähnlicher Weise behandelt,*) vollkommen bestätigen. Damit Hand in Hand geht das gröfsere Interesse, welches selbst weniger begabte Schüler der Geometrie zuwenden. Die wirkliche Ausführung der Veränderungen der Lage einer Figur mit handlichen Modellen führt gar bald dazu, dafs sich die Schüler dieselben richtig ausgeführt denken lernen.

Was das vorliegende Buch ganz besonders auszeichnet, ist die vollständig durchgeführte genetische Methode; am Ende jeder Einzelbetrachtung steht in Cursivschrift in klaren verständlichen Worten dasjenige, was der Schüler aus dieser Betrachtung dem Gedächtnis einzuprägen hat.

---

*) Diese Zeitschrift: Jahrgang IX, S. 447—452.

Auf eine detaillirte Inhaltsangabe verzichten wir und geben nur die Haupttitel:

I. Abschnitt: Entstehung der geometrischen Gebilde. Grundgebilde der Geometrie. Strecke und Winkel.

II. Abschnitt: Vergleichung von Strecken und Winkeln durch Veränderung ihrer Lage. Die Umwendung und symmetrische Lage. Die halbe Umdrehung und diametrale Lage. Die Drehung und Verschiebung. Perspektivische Kongruenz.

III. Abschnitt. Die Kreislinie: ihre Anwendung zur Übertragung und Vergleichung von Strecken und Winkeln. (Zirkelkonstruktionen.)

IV. Abschnitt. Dreieck und Dreiseit. Viereck und Vierseit. Vieleck und Vielseit.

V. Abschnitt. Vergleichung der Flächen geschlossener Figuren. Verwandlung und Teilung von Flächen. Anhang: Berechnung der Flächen.

Hinzugefügt sind dann noch Übungsaufgaben zu jedem Kapitel vom zweiten an in nicht geringer Anzahl; gröſstenteils sind dieselben bei jedem Kapitel in zwei Paragraphen geteilt, von denen der erste zu beweisende Lehrsätze, der zweite Konstruktionen resp. Berechnungen enthält. Die Auswahl ist eine vorzügliche.

Wir gestatten uns nun noch einige kleine Bemerkungen zur Sache. Es ist verwunderlich, daſs die Herren Verfasser an der veralteten Benennung Gegenwinkel für Winkel der beiden Halbstrahlen auf einerlei Seite mit einerlei Richtung der Transversalen festgehalten haben, da man doch bei dem Ausdruck Gegenwinkel zunächst an einen Gegensatz oder eine Gegenlage denkt; correspondierende Winkel ist doch wohl das richtigere, insofern diese Winkel in Lage und Richtung vollständig correspondieren, während bei Wechselwinkeln Lage und Drehungsrichtung (von den Transversalen aus) wechseln.

Die Entwickelung für die Summe der Dreieckswinkel (§. 17, 2) gestaltet sich nach unserer Erfahrung für Anfänger verständlicher, wenn zunächst durch Drehung einer Seite nach und nach um die 3 Ecken bewiesen wird, daſs die Summe der drei Auſsenwinkel 4 R. betragen muſs, was hier unmittelbar aus 1. gefolgert werden konnte. Eine etwas gröſsere Klarheit möchten wir dem §. 20, A, 1 wünschen, wo von perspektivisch-kongruenten Punkt- und Geradenpaaren die Rede ist. Gebührend anerkennen wollen wir, daſs die Verfasser die vier Kongruenzsätze nicht, wie Hubert Müller gleichsam als etwas Nebensächliches unter die Übungen versetzt, sondern ihnen einen eigenen Paragraphen gewidmet haben wegen der bequemen häufigen Anwendung derselben, um die Gleichheit zweier Strecken oder Winkel nachzuweisen.

Den allerdings von den meisten Verfassern von Lehrbüchern gebrauchten Namen „Berührungswinkel“ halten wir nicht nur für

überflüssig, sondern sogar für verwerflich: er ist einfach ein Peripheriewinkel, weil sein Scheitel auf der Peripherie und ein Kreisbogen zwischen seinen Schenkeln liegt, und jener Name erweckt leicht falsche Vorstellungen, auch wohl Verwechslung mit dem Tangentenwinkel.

In §. 41, 2 erwartet man, nachdem soeben der Begriff „antiparallel" definiert ist, dafs die Umkehrung des Satzes vom Sehnenviereck folgendermafsen ausgesprochen werde: „Um ein Viereck, in welchem 2 Gegenseiten antiparallel sind, kann ein Kreis beschrieben werden." Auch hätte können darauf hingewiesen werden, in wiefern jener Begriff für das Antiparallelogramm zutreffend ist.

Diese wenigen Bemerkungen sind keine Ausstellungen, sondern blos Wünsche zur event. Berücksichtigung bei der Bearbeitung einer neuen Auflage. Fügen wir noch hinzu, dafs die Ausstattung in Text und Figuren eine vorzügliche ist, so glauben wir genug gesagt zu haben, um das Buch unsern Kollegen angelegentlichst zur Beachtung zu empfehlen.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

JACOB STEINERS gesammelte Werke, herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preufsischen Akademie der Wissenschaften. 1. Bd., mit dem Bildnis Steiners und 44 Figurentafeln. Herausgegeben von K. Weierstrafs. Berlin, Druck und Verlag von G. Reimer 1881. VIII u. 527 S. Pr. 18 ℳ.

Mit der Herausgabe dieser Werke hat die preufsische Akademie jedenfalls dem berühmten Verfasser und zugleich sich selbst ein Denkmal gesetzt. Die Steinerschen Hauptschriften, längst vergriffen, wurden vielfach begehrt und ihr Fehlen im Buchhandel (sie waren ziemlich selten und dann sehr teuer) haben jedenfalls, wie auch das Fehlen des Ponceletschen Hauptwerkes und des Möbiusschen barycentrischen Calcüls*), dem Originalstudium der neuern Geometrie grofsen Abbruch gethan. Der 1. Band dieser Gesamtausgabe (mit Steiners Bildnis) enthält die in den Jahren 1826—1833 veröffentlichten Arbeiten des berühmten Geometers in chronologischer Reihenfolge, im Ganzen 20 Nummern. Die ersten 18 enthalten zerstreute Aufsätze aus verschiedenen mathem. Zeitschriften, besonders aus Crelles Journal, die 2 letzten sind die bekannten wichtigen Werke „Systematische Entwickelung etc." und „Die geom. Con-

*) Das Werk von Poncelet fanden wir früher z. B. nicht auf der Leipziger Universitätsbibliothek und das von Möbius nicht auf der sonst im mathem. Fache reichhaltigen Bibliothek des Wiener Polytechnikums. Die erstgenannte Bibliothek besitzt jetzt noch nicht die Werke von De la Hire, sectiones conicae und Brianchon lignes du 2. ordre. Das Werk von Poncelet z. B. mufste sich der Herausgeber ds. Z. in Hamburg, dessen grofse Stadtbibliothek (300 000 Bde.) für Mathematik „wertlos" war, von Göttingen leihen.

structionen mittelst der geraden Linie und eines festen Kreises etc." (s. u.). Da es vielen Lesern, welche die Steinerschen Werke nicht oder nur teilweise besitzen, interessant sein dürfte, diese chronologische Folge zu erfahren, so lassen wir den Inhalt des 1. Bandes hier folgen:

1. (S. 1—16) Einige geometrische Sätze. Crelles Journal I, 38—52. (2 Taf. mit 6 Fig.). November 1825 erschienen.

2. (S. 17—76) Einige geometrische Betrachtungen. ib. I, 161—184 u. 252—288. Mit 43 Fig. auf Taf. III—XII. Berlin, März 1826.

3. (S. 77—94) Einige Gesetze über die Theilung der Ebene und des Raumes. Cr. J. I, 349—364.

4. (S. 95—100) Leichter Beweis eines stereometr. Satzes von Euler $E + F = K + 2$ nebst einem Zusatze (zu Satz X auf S. 12). Cr. J. I, 364—367 mit einer Taf. (XIII) und 1 Fig.

5. (S. 101—120) Verwandlung und Theilung sphärischer Figuren durch Construction. Mit Taf. XIII—XVI, Fig. 1—17. Cr. J. II, 45—63.

6. (S. 121—124) Auflösung einer geometrischen Aufgabe aus Gergonnes Annales de Mathém. t. XVII, p. 284. Cr. J. II, 64—65. (Die Ellipse, die sich am meisten einem Kreise, den man einem Viereck umschreiben kann, nähert).

7. (S. 125—130) Aufgaben und Lehrsätze, erstere aufzulösen, letztere zu beweisen. Cr. J. II, 96—98.

8. (S. 131—136) Geometrische Lehrsätze. Cr. J. II, 190—193 mit 6 Fig. auf Taf. XVII.

9. (S. 137—143) Zwei polygonometrische Sätze. Cr. J. II, 263—267. Mit 1 Fig. auf Taf. XVIII.

10. (S. 145—154) Auflösung einer Aufgabe aus den Annalen der Mathematik von Herrn Gergonne. Cr. J. II, 268—275. Mit 1 Fig. auf Taf. XVIII.[b].

11. (S. 155—162) Vorgelegte Lehrsätze. Cr. J. II, 287—292. Mit Fig. 1—2 auf Taf. XIX.

12. (S. 163—168) Bemerkungen zu einer Aufgabe in Crells Journal Bd. III, S. 197—198. Mit 1 Fig. auf Taf. XX. Cr. J. S. 201—204.

13. (S. 169—172) Bemerkung zu einem Aufsatze in Crelles Journal. Bd. III, S. 199—200. Cr. J. S. 201—204. Mit 1 Fig. auf Taf. XX. Cr. J. 205—206.

14. (S. 173—180) Vorgelegte Aufgaben und Lehrsätze. Mit 7 Fig. auf Taf. XX—XXI. Cr. J. III, 207—212.

15. (S. 181—188) Démonstration de quelques théorèmes de géometrie. Gerg. Ann. d. Math. t. XIX, p. 1—8.

16. (S. 189—210) Developpement d'une série de théorèmes relatifs aux sections coniques. Gerg. Ann. d. Math. t. XIX, p. 37—64. Avec 7 Fig. Tab. XXII—XXV.

17. (S. 211—219) Recherche des relations entre les rayons des cercles, qui touchent trois droites données sur un plan et entre les rayons des sphères qui touchent quatre plans donnés dans l'espace. Gerg. Ann. de Math. t. XIX, p. 85—96.

18. (S. 221—228) Théorèmes à démontrer et problèmes à résoudre. Gerg. Ann. de Math. t. XVIII, 302—304, 339—340, 378—380 u. XIX, 36. 96. 128.

Nach diesen Aufsätzen folgt das berühmte 1832 erschienene aber leider unvollendet gebliebene (dem damaligen Staatsminister Freih. v. Humboldt gewidmete) Werk:

19. (S. 229—460) Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander etc. 1. Tl. Mit 57 Fig. auf Taf. XXVI—XXXVII.

Den Schlufs dieses Bandes bildet das nicht minder geschätzte und längst vergriffene, 1833 erschienene Buch:

20. (S. 461—522) Die geometrischen Construktionen ausgeführt mittelst der geraden Linie und eines festen Kreises als Lehrgegenstand auf höheren Unterrichtsanstalten und zur praktischen Benutzung. Mit 25 Fig. a. Taf. XXXVIII—XLIV. (Ein Seitenstück zu Mascheronis Gebrauch des Zirkels.)

Hinter diesen Arbeiten Steiners folgen nun noch Anmerkungen der Redaktion (Weierstrafs), der Zahl nach 27, in denen teils Irrtümer St.s berichtigt, teils Zusätze gegeben werden, welche zum Verständnis notwendig sind. Für die korrekte Wiedergabe des Steinerschen Vermächtnisses bürgen die Namen des hochberühmten Berliner Mathematikers (Weierstrafs) und der Herren Professoren Schröter und Kiepert. Die Ausstattung, eine vorzügliche, macht der Verlagshandlung alle Ehre. Insbesondere ist hieher auch die stattliche Reihe der (44) schönen Figurentafeln zu rechnen. Nach einer Anzeige der Verlagshandlung ist der 2. Band soeben erschienen und werden wir seinen Inhalt im nächsten Hefte mitteilen. Wir schliefsen diese Anzeige mit dem Wunsche, dafs dieses Sammelwerk bald alle Bibliotheken der höheren Schulen zum Segen des mathem. Studiums der Lehrer und des mathem. Unterrichts zieren möge und dafs ähnliche Pietätsausgaben der Werke von Poncelet und Möbius nicht lange auf sich warten lassen möchten.

H.

Baltzer, Theorie und Anwendung der Determinanten. 5. verb. und verm. Aufl. Leipzig, b. Hirzel 1881. VI u. 278 S. Pr.?

Von diesem ausgezeichneten Buche des Verfassers der berühmten „Elemente d. M.“ erhalten wir hier wieder eine neue vermehrte und verbesserte Auflage (die 1. Aufl. erschien 1857). Die Verbesserung bezieht sich auf viele Paragraphen, worüber man die Vorrede nachlesen

möge, da die Angabe derselben hier zu weit führen würde. Zur besondern Zierde gereichen dem Buche in seiner neuen Gestalt die Beiträge, welche der Verf., der Vorrede nach, seinem Freunde Kronecker in Berlin verdankt. Studierende der Mathematik der höheren Semester, sowie Lehrer, welche außer den Elementarwerken noch das Buch von Günther studiert haben, werden mit Gewinn auch das Baltzersche Werk lesen. Denn daß dieses Buch nicht für das erste, ja kaum für das zweite Stadium des Determinantenstudiums sich eignet, das dürfte hinreichend bekannt sein. Schon die eine Eigenart desselben, welche darin sich zeigt, daß es die Theorie (§ 1—7) von den Anwendungen (§ 8—17) trennt und nicht vielmehr beides verschmilzt, weisen es einem gereifteren Studium zu; nicht minder aber auch seine ganze akademisch-wissenschaftliche Anlage und — fast möchten wir sagen elegant-aristokratische — Haltung, die einen Stolz darein setzt, die größte wissenschaftliche Strenge zu bewahren und dabei immer auf die Quellen zurückzugehen. Die korrekte Herstellung des Drucks ist von Dr. Weinmeister-Leipzig überwacht worden und die Ausstattung des Werkes macht der Verlagshandlung alle Ehre.

H.

Ule, Dr. Otto (†), Warum und Weil. Für Lehrer und Lernende in Schule und Haus. Physikalischer Teil, 5. Aufl., sorgfältig durchgesehen und wesentlich vermehrt von Langhoff, Direktor der k. Gewerbeschule in Potsdam. Mit 115 Holzschnitten i. T. — Berlin bei Klemann 1881. VIII und 198 S. Pr. ?

Als der um Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse im Volke hochverdiente und zu frühe heimgegangene Verfasser dieses Buch zugleich für „Lehrer" mit verfaßte, hatte er wohl nicht gerade unsere Fachgenossen im Sinne, sondern nur die auf Seminaren ausgebildeten Volksschul- und Elementarlehrer, die auf ihren Bildungsanstalten wohl nur selten einen zureichenden physikalischen Unterricht genießen und denen daher in naturwissenschaftlichen Dingen häufiger ein „warum", das ein „weil" erfordert, sich aufdrängen mag. Ihnen vor Allen, neben den Lernenden „im Haus", hätte das vorliegende Buch empfohlen sein können und gewiß gehört auch von den zahlreichen Lesern, auf welche die wiederholten Auflagen schließen lassen, eine erhebliche Zahl dieser Lehrergattung an. Das Buch in unserer Zeitschrift zu besprechen hatten wir bis jetzt keine Veranlassung, da sie von jener Lehrergattung nur wenig gelesen und — verstanden wird, unsere Fachgenossen aber kräftigere Kost gewohnt sind. Nicht fruchtlos aber halten wir eine Empfehlung dieses Buchs für Schülerbibliotheken, wo es für Sekundaner und Primaner eine Grundlage und Anregung zur Wiederholung und Auffrischung des in den physikalischen Lehrstunden Gehörten bieten

mag. Für Lehrer an höhern Schulen aber könnte es ein Objekt zur Übung des kritischen Urteils abgeben, wenn wir es auch dem hochgeschätzten Herrn Bearbeiter dieser Auflage gern glauben, daſs er seine bessernde Hand mit Liebe und Sorgfalt an das Buch gelegt hat; so z. B. dürfte mancher Versuch, der hier beschrieben oder auch nur angedeutet ist, zumal von Autodidakten, nicht so leicht auszuführen sein, wie er auf dem Papiere sich liest. Ob die Form des Vortrags, wo Frage und Antwort sich wie Schlag auf Schlag folgen, für jeden Lernenden die richtige sei, darüber läſst sich streiten. Denn während sie ihm die auf die Frage passende Antwort gleichsam auf dem Präsentierteller bringt, liegt die Gefahr nahe, daſs sie, weil sie ihm die Mühe des Nachdenkens erspart, ihn denkfaul mache. Daher wird ein verständig Lernender das Buch so gebrauchen, daſs er die Fragen selbständig zu beantworten sucht, und dann erst die Antworten prüfend und vergleichend durchliest, so daſs unter seinen Händen das Buch zu einem Lehr- und Übungsbuche wird. Vollständigkeit wird man selbstverständlich hier nicht erwarten, denn es werden sich ja dem Lernenden noch viele andere „warum" aufdrängen; aber die Übung an dem gebotenen Stoffe wird ihn auch zur Bewältigung schwierigerer Aufgaben befähigen. Mit welchem Rechte diese Auflage als eine vom Bearbeiter „wesentlich vermehrte" und „sorgfältig durchgesehene" (verbesserte) bezeichnet werden darf, vermögen wir bei der Unkenntnis der früheren Auflagen nicht zu beurteilen. Nach der Vorrede des Hrn. Herausgebers besteht die Vermehrung in der Hinzufügung der Induktions- und Dynamo-Elektrizität, sowie in der Zugabe eines Personen- und Sachregisters. Da gewiſs viele unserer Fachgenossen in kleineren Städten Gewerbevereinen angehören oder solche leiten, so haben sie Gelegenheit, das Buch auch in die Lesezirkel und Bibliotheken dieser Vereine einzuführen und somit sei diese neue Auflage der Aufmerksamkeit und Prüfung unserer Fachgenossen bestens empfohlen. Daſs das Rezensions-Exemplar der Redaktion von der Verlagshandlung wenigstens beschnitten zugesandt wurde, wollen wir als eine seltene Höflichkeit hiermit noch hervorgehoben haben.

H.

Wagner, Rud., Handbuch der chemischen Technologie. 11. Auflage mit 371 Holzschnitten. Leipzig, Otto Wigand. 1880. 16 ℳ.

Wagners Handbuch gehört zu denjenigen litterarischen Erscheinungen, welche sicher in ihrer Bedeutung ihren Autor lange überleben werden. Es ist nun meiner Ansicht nach, in Anbetracht der endlosen Verdienste, welche sich der verstorbene Würzburger Professor um die deutsche Industrie gesammelt hat, eine Ehrenaufgabe unserseits, dieses Werk wie ein Kleinod zu bewahren und rastlos

an seiner Verbesserung zu arbeiten. Es klingt wie Ironie, in der Vorrede zur 11. Auflage zu lesen, wie freudig Wagner es empfunden hat, daſs sein Handbuch ein internationales Werk geworden, dessen Verbreitung durch Übersetzung in fremde Sprachen täglich zunehme; ich sage es klingt wie Ironie, solches zu lesen und daneben deutsche Kollegen zu wissen, die zwar Technologie zu lehren haben aber vielleicht in den ersten sechziger Jahren zum letzten Male ihren Wagner wirklich studiert haben.

Soviel wollte ich über den Wert und die Bedeutung dieses Buches vorausschicken, um zu keinem Miſsverständnis Veranlassung zu geben, wenn ich es im Nachfolgenden wage, auch einige Vorschläge für die nächste Auflage dem neuen Herausgeber zu unterbreiten, welcher kein geringerer sein wird als Ferd. Fischer, der ja auch von der Verlagsbuchhandlung mit richtigem Blick zur Fortführung der ebenso berühmten Wagner'schen Jahresberichte berufen wurde.

Bekanntlich ist die Nomenklatur der Eisensorten durch eine groſse Anzahl von Synonymen derart verwirrt worden, daſs bereits im Jahre 1876 von einer internationalen Kommission zu Philadelphia eine Regulierung dieser Verhältnisse angebahnt wurde, welche im deutschen Zolltarif, in der deutschen Statistik und vom kaiserl. deutschen Patentamte auch berücksichtigt wird. Auch Wagner hat dieselbe in seinem Handbuche schon durchgeführt, wenn gleich Unterschiede zwischen Feineisen und gefeintem Eisen dort noch nicht scharf präzisiert sind. Ich hielte es nun für sehr wünschenswert, wenn in der nächsten Auflage der Nomenklatur des Eisens ein eigenes Kapitel gewidmet würde, in welchem vielleicht eine tabellarische Übersicht der Namen gegeben werden könnte. Den Unterrichtszwecken würde eine Verbreitung derselben gewiſs sehr dienlich sein.

Seite 802 ist auch das neue chromgare Leder, wie es von Heinzerling erfunden wurde, besprochen und Wagner bemerkt dazu, daſs man nach diesem Verfahren sowohl Sohl- als Oberleder herstellen könne. Dieser Bemerkung gegenüber fehlt mir zwar jede persönliche Erfahrung, doch glaube ich auf das Gutachten eines Mannes hinweisen zu dürfen, der seit 2 Jahren praktische Versuche damit angestellt hat. H. Fabrikant J. Reuſs in Aschaffenburg sagt nämlich in einem Aufsatze: Nach vielen Opfern an Zeit und Geld sei er zur Ansicht gekommen, daſs dieses Leder das Niveau der Konkurrenzfähigkeit mit dem lohgaren Leder niemals erreichen werde. Nur in einem Punkte sei das Verfahren anwendbar zur Herstellung sogenannter Industrieleder: Treibriemen u. s. w. Für Schuhmacher hat sich das Leder noch keinen Markt verschaffen können. Das Oberleder schütze nicht im Winter vor dem Naſswerden und störe im Sommer die Transpiration; das Sohlleder sei bei trockenem Wetter haltbar und dauerhaft, bei feuchtem Wetter wasche es gerne aus, werde blasig und schlüpfrig und laufe sich bald weg.

Zu korrigieren dürfte dann noch eine Angabe sein, welche

Wagner über Laterna magica oder Skioption giebt und welche den thatsächlichen Verhältnissen nicht entspricht, wohl deshalb, weil Wagner diesen Kreisen nicht mehr so nahe stand wie früher. Er schreibt nämlich: „Nach meinen eigenen Wahrnehmungen und denen von H. W. Vogel spielt das Kalklicht in den Vereinigten Staaten bei der Laterna magica eine grofse Rolle. Dieses Instrument, welches in Deutschland höchstens als eine optische Spielerei angesehen wird, ist in Amerika ein wichtiges Mittel für den Unterricht.“ Ich glaube dem gegenüber konstatieren zu können, dafs das Skioptikon schon in sehr vielen bayrischen und wohl auch in andern deutschen Schulen eingeführt ist.

Theoretische Betrachtungen über Entstehung und Bildung von mineralischen Stoffen spielen in einem Handbuche der Technologie keine hervorragende Rolle, doch glaube ich versichern zu dürfen, dafs gerade wir Lehrer eine zusammenfassende Darstellung der Hypothesen über die Bildung des Petroleums, wie sie Wagner gegeben hat, sehr dankbar begrüfsen dürfen. Ich sehe nur *nicht* ein, warum bei der Steinkohle die Mohr'sche Theorie immer und immer ignoriert wird. Sie eröffnet doch eine so grofse Zahl neuer Gesichtspunkte und ist so geistvoll durchdacht, dafs sie meiner Ansicht nach mindestens mehr Beachtung verdient als manche der beim Petroleum aufgeführten Entstehungsthesen.

Soll ich zum Schlufs es noch wagen, vorliegendes Handbuch der besonderen Beachtung zu empfehlen? Es wäre Vermessenheit meinerseits; was von R. Wagner gekommen ist, war genug empfohlen durch seinen Namen und durch die Erfolge, welche sein Werk in den 30 Jahren seines Bestehens errungen hat. Dafs uns aber sein Erbe auch in Zukunft erhalten bleibt, dafür bürgt zur Genüge die Verlagshandlung.

Memmingen. Vogel.

Beilstein, Handbuch der organischen Chemie. Leipzig, Leop. Vofs 1881. 1—7. Lieferung. Preis à 3 ℳ.

Die auf dem Gebiete der reinen Chemie zur Zeit hervorragendste litterarische Erscheinung ist wohl unbestritten die Herausgabe des in ungefähr 16 Lieferungen erscheinenden Handbuches der organischen Chemie von Prof. Beilstein in Petersburg. Die früheren Meisterwerke ähnlicher Art: Gmelin etc. sind jetzt veraltet und unbrauchbar, das chemische Handwörterbuch von Fehling aber, das allein diesen Mangel auszufüllen im Stande wäre, erscheint derart langsam, dafs es zur raschen Orientierung noch lange nicht brauchbar sein wird. Dieser gegenwärtigen Kalamität zu steuern, hat nun Beilstein thatkräftig abzuhelfen beschlossen und niemand wird läugnen, dafs seine Arbeit ebenso energisch und rasch fortgeführt wird, als sie tüchtig begonnen wurde. Der leitende Grund-

satz war, jede organische Verbindung, die bis jetzt analysiert wurde, kurz in ihren Eigenschaften, Darstellung etc. zu beschreiben. Dabei finden wir noch wertvolle Angaben über den analytischen Nachweis der betreffenden Verbindung, wenn überhaupt schon solche in der chemischen Litteratur zu finden sind. Das aber, worauf ich meine Fachkollegen besonders aufmerksam machen möchte, weil es am meisten nutzbringend für die Schule wirkt, ist die Einleitung, die Beilstein gegeben hat. Die allgemeinen Reaktionen der organischen Verbindungen sind zwar schon von verschiedenen Autoritäten bearbeitet worden, aber ich habe sie noch nirgends in so vollkommener Darstellung gefunden. Wer überhaupt von der leitenden Idee der heutigen Forschungsweise auf dem Gebiete der organischen Chemie eine richtige Anschauung bekommen will, der mufs diese Einleitung von Anfang bis zum Ende durchstudieren. Bei jeder einzelnen Körpergruppe finden wir dann wieder eine generalisierende Betrachtung ihrer Eigenschaften, so dafs dem Leser immer klarer das Bewufstsein der Gesetzmäfsigkeit werden mufs, nach welcher die Eigenschaften einer Verbindung nicht vom blinden Zufall sondern von ihrer Konstitution abhängig sind.

Da ich bei Vollendung des Werkes mir jedenfalls gestatten werde, nochmals auf dasselbe zurückzukommen, so darf ich wohl diesmal auf eine Angabe des reichen Inhalts der bisherigen Lieferungen verzichten, nur möchte ich noch der Vofs'schen Verlagsbuchhandlung meine vollste Anerkennung aussprechen für die gute Ausstattung und den (gegenüber Werken, wie Gmelin, Fehling u. A. verhältnismäfsig) billigen Preis, der jedem Lehrer die Anschaffung dieses epochemachenden Werkes gestattet.

Memmingen. VOGEL.

Kleiner Litteratursaal.

(Vgl. XI_6, 476 bes. die Anm., dann XII_3, 221 u. XII_6, 468.)

THOMAS MUIR (Prof. d. Mathem. i. Glasgow), A Treatise on the theory of Determinants with graduated sets of exercises for use in colleges and schools (240 S.). Pr. ?

Dieses englische Determinantenwerk wurde uns als Rezensions-Exemplar zugesandt und soll demnächst von einem unserer Referenten bezügl. seines wissenschaftlichen und didaktischen Gehalts besprochen werden. Das Buch, (welches übrigens der Redaktion in einem fein gebundenen Exemplar zugesandt wurde) zeichnet sich durch elegante Ausstattung aus. Für den Anfänger scheint es, wie ein flüchtiger Blick schon ausweist, freilich nicht geschrieben zu sein. Es zerfällt in vier Abschnitte: Einleitung, die Determinanten im Allgemeinen, die speziellen Determinanten-Formen und eine historisch-bibliographische Übersicht. Für das Übungsmaterial sind am Schlusse die Resultate beigegeben. Aus dem dem Buche beigegebenen englischen Bücherverzeichnisse ersieht man übrigens, mit welchem Eifer englische Gelehrte und Buchhändler für die Bedürfnisse ihrer lernenden

Jugend sorgen, wobei auch die Berücksichtigung manches deutschen (übersetzten) Werkes (z. B. Clausius, Reuleaux, Kiepert) den deutschen Leser angenehm berührt. H.

Weber, Dr. Georg. Die Weltgeschichte in übersichtlicher Darstellung. 18. Aufl. durchgängig revidiert, verbessert und vervollständigt. Mit einem Namen- und Sachregister. Verlag von W. Engelmann. Leipzig 1882. XXX und 610 S. Pr. ?.

Von diesem Buche ist eine neue (die 18.) Auflage erschienen, welche sich u. A. auch dadurch auszeichnet, dafs es ein alphabetisches Register, als ein Orientierungsmittel, erhalten hat, das die Verlagshandlung, z. T. auf Anregung des Herausgebers ds. Z., anfertigen liefs, wodurch das Buch, als übersichtliches Compendium, noch brauchbarer geworden ist. Es sei daher unsern Fachgenossen zur Anschaffung in ihre Privatbibliotheken, in denen doch jeder für andere Wissensgebiete übersichtliche Nachschlagebücher braucht, bestens empfohlen. Wir kommen auf dasselbe später ausführlicher zurück, um zu sehen, ob und wie es die Anforderungen resp. Wünsche unserer Fachleute erfüllt. H.

Bemerkungen über ein in d. Z. ($X,_{27}$) besprochenes mathematisches Werk.

(Zum Kapitel der Ungenauigkeiten und Irrtümer).

Von Dr. Godt in Lübeck.

Um für die in diesen Blättern so unbarmherzig verfolgten*) mathematischen Seminarschriftsteller und jeden anderen, dem einmal ein Fehler oder eine Inkorrektheit entschlüpft ist, ein milderes Urteil von den Lesern dieser Zeitschrift zu erwirken, kann es vielleicht dienlich sein, darauf hinzuweisen, was selbst einem ordentlichen deutschen Professor der Mathematik**) in einem Werke über seine spezielle Disziplin passieren kann.

---

*) Ist nicht so schlimm! Freilich, wenn man einen faulen Baum mit der Wurzel ausroden will, so darf man nicht mit einem Taschenmesser, sondern man mufs mit einer tüchtigen Axt kommen. Wir haben übrigens nichts dagegen, wenn die scharfe Kritik, die notgedrungen an Volksschul- und Seminar-Schriften geübt werden mufs, sich auch auf Erzeugnisse aus dem Gebiete der höhern und Hoch-Schulen erstreckt nach dem Grundsatze: „Kehre erst vor deiner Thür, dann hilf deinem Nachbar!“ Das ist aber auch bereits geschehen; (siehe z. B. Valentiner astronom. Bilder und die Controverse Meutzner-Bardey). In dieser Beziehung darf der Herausgeber d. Z. mit gutem Gewissen sich selbst das Zeugnis ausstellen, dafs er in den zwölf nun vollendeten Jahrgängen d. Z. immer die gröfstmögliche Unparteilichkeit zu bewahren gesucht hat, was auch wiederholt von verschiedenen Seiten rückhaltslos anerkannt wurde. Nur mufs die Kritik leidenschaftslos, objektiv und der Würde der Wissenschaft angemessen sein.

Was nun die vorliegende Kritik an dem geschätzten Werke Matthiessens von einem auch in den mathem. Annalen (s. Bd. XX, S. 11 u. 39) gewürdigten Mitarbeiter betrifft, so scheint uns dieselbe zwar scharf zu sein, aber doch nicht die Grenzen des litterarischen Anstandes zu überschreiten, zumal da ihr Verfasser sowohl in der schlüfslichen „Nutzanwendung“, als auch in einer besonderen Zuschrift an die Redaktion die ihm untergeschobene Absicht, „in den Irrtümern Anderer eine Quelle von Ergötzlichkeiten zu suchen,“ ernstlich zurückweifst und nur die Aufspürung von Irrtümern „zum Zwecke ihrer Beseitigung“ als Zielpunkt zu verfolgen behauptet. Wir trugen daher auch kein Bedenken, diese Kritik aufzunehmen, besonders auch, weil die Punkte 1—10 für die nicht wenigen mathem. Collegen, welche der höheren Mathematik trotz des Schulstaubes sich noch nicht entfremdet haben, gewifs recht interessant und lehrreich sind. Obschon diese Controverse in den „Diskussions-Saal“ zu gehören scheint, so glaubten wir sie doch, da sie ein auch in d. Z. (X, 27/28) gewürdigtes, doch nur kurz besprochenes, Buch zum Gegenstande hat, unter die „Rezensionen“ setzen zu sollen. Die Redaktion.

**) Der Verf. des nachbenannten Werkes ist nicht Prof. der „Mathematik“, sondern der „Physik“. D. Red.

Die meisten Leser werden die „Grundzüge der antiken und modernen Algebra der litteralen Gleichungen von Ludwig Matthiessen, ord. Professor an der Universität zu Rostock", kennen. Die mir bekannt gewordenen Rezensionen dieses Werkes sind sämtlich sehr anerkennend und doch lassen sich an einem einzigen Paragraphen die folgenden gewichtigen Ausstellungen machen.

1. Der § 8 trägt die Überschrift: „Von den Kennzeichen reeller Wurzeln", 'enthält aber nicht etwa den Harriot'schen oder den Sturmschen Satz und dergleichen, sondern als Hauptinhalt das grofse Fundamentaltheorem der ganzen Algebra, dafs jede algebraische Gleichung eine reelle oder komplexe Wurzel hat. Dieser Satz durfte nicht so gewissermafsen nur beiläufig an einer Stelle gebracht werden, wo ihn niemand suchen wird, sondern hätte wohl einen eigenen Paragraphen und gebührende Hervorhebung verdient.

2. Bekanntlich haben d'Alembert, Euler, Foncenex, Lagrange sich vergeblich bemüht, das Fundamentaltheorem zu beweisen und Gaufs war der erste, der es streng begründete und damit und mit der Kritik der Versuche seiner Vorläufer vor der Welt die erste glänzende Probe seines Scharfsinnes und seiner Tiefe ablegte. Die ersten Mathematiker haben später noch verschiedene Beweise des Satzes geliefert, Gaufs selbst scheint ihn sein Leben lang nicht aus dem Auge gelassen zu haben. In den Jahren 1815 und 1816 gab er einen zweiten und dritten auf völlig andersartigen Prinzipien beruhenden Beweis und noch im Jahre seines 50jährigen Doktorjubiläums 1849 als unbestrittener Princeps der Mathematik hielt er es für seiner würdig, den ersten Beweis neu zu bearbeiten und zu vervollkommnen.

Von diesem allem findet man aber in § 8 nicht einmal eine Andeutung. Von all den berühmten Beweisen der hervorragendsten Analysten erfährt der Leser nicht einmal ihr Vorhandensein, sondern wird mit zwei sehr unberühmten Beweisen eines sonst wohl wenig genannten Mathematikers „A. Burg"*), bekannt gemacht. Spüren wir nun den besonderen Eigenschaften nach, denen dieselben diese Bevorzugung vor den bekannteren Konkurrenten zu verdanken haben.

3. In dem ersten Beweise wird gezeigt, dafs eine gewisse ganze Funktion $Y = A + B\sqrt{-1}$ der komplexen Variabeln $y = u + v\sqrt{-1}$, deren Koeffizienten auch komplex sein dürfen, für $y = o$ negativ und für $y = u + v\sqrt{-1}$, wo u und v spezielle positive Werte haben, positiv ausfällt. Es wird fortgefahren: „Nun ist Y eine kontinuierliche Funktion, weil A und B es sind; also liegt zwischen $y = o$ und $y = u + v\sqrt{-1}$ wenigstens eine Wurzel von der Form $u_1 + v_1\sqrt{-1}$, wobei $u_1 < u$ und $v_1 < v$ ist." Welch unvergleichlich einfachen Beweis haben die Euler, Lagrange, Gaufs, Cauchy mit all ihrem Geist und ihrer Gelehrsamkeit da übersehen! Denn was kein Verstand u. s. w. hat Herr. Burg — und Herr M. mit — vielleicht so gedacht? — Welch unvergleichlich einfacher Täuschung hätten sie sich dann hingegeben? Denn hier wird zwar eine sehr wichtige Behauptung hingestellt, aber bewiesen wird gar nichts. Aus der Stetigkeit von A und B folgt nur, dafs, wenn man y kontinuierlich aus 0 in $u + v\sqrt{-1}$ übergehen läfst, sowohl A wie B jedes für sich wenigstens einmal Null werden müssen und weiter nichts. Es handelt sich aber lediglich um den Nachweis, dafs A und B gleichzeitig für denselben Wert von y verschwinden müssen und dafür giebt die blofse Stetigkeit von A und B nicht den leisesten Grund.

---

*) Dieser Mann, sehr geachteter (und ohnlängst verstorbener) Mathematiker in Wien, hat ein schätzbares (3bändiges) „Lehrbuch der höhern Mathematik" geschrieben, das ein didaktisches Muster, nun aber wissenschaftlich ziemlich veraltet ist. D. Red.

4. Indefs die aufgestellte Behauptung ermangelt nicht nur völlig des Beweises, sie ist auch gradezu falsch. Richtig ist nämlich zwar, dafs es immer einen Wert $y = u_1 + v_1 \sqrt{-1}$ giebt, für den Y verschwindet, durchaus falsch dagegen, dafs es immer einen solchen gäbe, für den $u_1 < u$ und $v_1 < v$ wäre.

5. Im zweiten Beweise bedeutet $X = A + B\sqrt{-1}$ eine ganze Function der komplexen Variabeln $\alpha + \beta\sqrt{-1}$. Die Funktion $Z = A^2 + B^2$ mufs dann ein Minimum besitzen und in demselben ist entweder

I. $$A = 0 \text{ und } B = 0$$

oder

II. $$\frac{dA}{d\alpha}\frac{dB}{d\beta} - \frac{dA}{d\beta}\frac{dB}{d\alpha} = 0$$

wofür man auch setzen kann:

III. $$F(\alpha, \beta) = 0.$$

Zur Bequemlichkeit des Lesers folge der weitere Gang des Beweises nun wörtlich: „Die Gleichung II enthält zwei Gröfsen α und β, von denen die eine willkürlich ist; mithin kann sie kein Minimum für Z liefern. Setzt man nämlich für α unendlich viele kontinuierlich auf einander folgende Werte α_1, $\alpha_1 + w$, $\alpha_1 + 2w$ u. s. w. ein, wo w eine unendlich kleine Gröfse bezeichnet, so findet man aus II, falls sie nach β lösbar ist, eben so viele kontinuierlich auf einander folgende zugehörige Werte β_1, $\beta_1 + \omega_1$, $\beta_1 + \omega_2$ u. s. w., welches andeuten würde, dafs Z unendlich viele kontinuierlich auf einander folgende Minima besäfse. Es müfste demnach Z eine konstante Gröfse für alle möglichen Werte von α und β sein, was absurd ist, da A und B Funktionen von α und β sind. Ebenso wenig würde die Gleichung II ein Minimum von Z liefern, wenn sie keine zu α_1, $\alpha_1 + w$ u. s. w. zugehörigen Werte von β besäfse. Dagegen nun entsprechen die Gleichungen I allen Bedingungen eines Minimums von Z; also da Z notwendig ein Minimum haben mufs und die entsprechenden Werte α und β die Gleichungen I zur Folge haben, so folgt aus der Gleichung $X = A + B\sqrt{-1} = 0$, dafs es einen Werth $\alpha + \beta\sqrt{-1}$ für x giebt, welcher der Gleichung $X = 0$ Genüge leistet oder eine Wurzel derselben ist."

Hiergegen ist zunächst folgendes einzuwenden: Bei dem jedenfalls vorhandenen Minimum von Z gilt entweder I oder II oder vielleicht auch I und II zugleich. Sollte gefolgert werden, dafs bei dem Minimum notwendig I gelte, so mufste bewiesen werden, dafs daselbst II nicht gelten könne oder etwa, dafs für kein einziges Wertsystem $\alpha\beta$, welches der Gleichung II genügt, Z ein Minimum sein könne. Nur dann kann ich sicher sein, dafs das Minimum die Relation I erfüllt, wenn ich weifs, dafs es mit der Relation II unverträglich ist. Statt dessen wird aber sogleich ein wesentlich andrer Gedanke untergeschoben und nur zu beweisen versucht, dafs man nicht annehmen dürfe, dafs jedes Wertepaar $\alpha\beta$, welches $F = 0$ macht, ein Minimum von F nach sich ziehen müsse; da doch zu zeigen wäre, dafs kein einziges solches Wertepaar mit einem Minimum zugleich bestehen könne.

6. Trotz reiflicher Erwägung kann ich den Satz „Ebenso wenig ... besäfse" nicht verstehen. Denn sollte er heifsen: diejenigen Wertepaare $\alpha\beta$, die die Gleichung $F = 0$ nicht erfüllen, liefern auch kein Minimum von Z, so behauptete er gerade das Gegenteil von dem, was erhärtet werden soll, dafs nämlich nur ein Wertepaar, welches F nicht gleich Null macht, das Minimum liefern kann. Ich weifs wohl, was ich nicht verstehe, ist das Subjekt des Satzes: die Gleichung, wenn sie oder wo sie keine zu α zugehörigen Werte besitzt, die Gleichung, wenn sie

oder wo sie eben keine Gleichung, sondern nur eine unerfüllte Forderung oder eine falsche Behauptung ist.

7. Gehen wir nun über zu denjenigen Wertepaaren $\alpha\beta$, für welche die Gleichung $F = 0$ erfüllt oder richtig ist, so wird behauptet, dafs dieselben eine kontinuierliche Reihe bilden, welches andeuten würde, dafs Z unendlich viele kontinuierlich auf einander folgende Minima besäfse. Hieraus soll dann folgen, dafs Z eine konstante Gröfse sein müfste für alle möglichen Werte von α und β. Soll dies heifsen für alle vermöge der Gleichung $F = 0$ noch zulässigen Werte von α und β, so ist es für dieselbe kontinuierliche Wertreihe von Lösungen zuzugeben und nützt uns nichts; soll es aber heifsen für alle beliebigen Werte von α und β, so haben wir wieder eine falsche Behauptung mehr. Oder hätte etwa die Funktion Z für den höchst einfachen Fall $A = B = (\alpha + \beta)^2 + 1$ nicht unendlich viele Minima, ohne darum doch konstant zu sein?

8. Es sind diejenigen Wertepaare in Betracht gezogen, die nicht $F = 0$ machen, und diejenigen kontinuierlichen Wertereihen, die $F = 0$ machen. Denkbar ist ja offenbar noch ein dritter Fall, dafs nämlich einzelne isolierte Wertepaare existieren, für welche $F = 0$ ist. So gewifs es überhaupt ein Fehler wäre, in einer ähnlichen Betrachtung diese dritte Möglichkeit zu übersehen, so gewifs ist es hier ein doppelter Fehler, da man leicht nachweisen kann, dafs der ausgelassene Fall hier der einzig mögliche ist. Zufolge einer der allerelementarsten Bemerkungen aus der Theorie der komplexen Funktionen weifs man nämlich, dafs $\frac{\partial A}{\partial \alpha} = \frac{\partial B}{\partial \beta}$ und $\frac{\partial A}{\partial \beta} = -\frac{\partial B}{\partial \alpha}$. Die Funktion F ist mithin die Summe zweier Quadrate und kann nicht verschwinden, ohne dafs die Quadrate beide verschwinden. Dies aber kann, allgemein zu reden, nur für einzelne Wertepaare von α und β geschehen. Es steckt also schon in den unscheinbaren Bemerkungen, dafs von den Gröfsen α und β in der Gleichung $F = 0$ die eine willkürlich sei, ein grofser Irrtum.

9. Dafs die beiden kritisierten Beweise durchaus verfehlt sein müfsten, hätten wir übrigens schon aus einem viel allgemeineren Grunde, als den angeführten, abnehmen können. Es findet sich nämlich in beiden Beweisen gar keine Spur von dem einen Moment, auf dem jeder Beweis des fraglichen Theorems wesentlich beruhen mufs, von den Eigenschaften, die den Funktionen A und Bi zukommen, weil sie der reelle und der imaginäre Teil derselben komplexen Funktion sind. In meinen Augen ist dies von allen ihren Gebrechen das gröfste und fast unverzeihlich.

10. Um mit den wichtigsten Bedenken gegen den § 8 fertig zu werden, habe ich nun noch die Anmerkung unter dem Texte zu dem ersten Beweise zu bemängeln. Dieselbe sagt, dafs ein scharfsinniger Beweis des Satzes von Laplace in § 48 werde mitgeteilt werden. Hierdurch wird der Irrtum erregt, als enthielte § 48 einen selbständigen Beweis des Fundamentaltheorems. Will der Paragraph so angesehen sein, so ist er eine petitio principii und speciosa illusio, wie Gaufs in der Demonstratio nova altera sagt, welche subtile Untersuchung freilich nicht für jedermann geschrieben zu sein scheint. Setzt der § 48 aber das Fundamentaltheorem voraus, so beweist er nur scharfsinnig, und höchst kompliziert, was ebenso gut und besser sich in zwei Zeilen abmachen liefs.

Nutzanwendung. Wenn solche Dinge einem ordentlichen Professor, einem gelehrten Forscher, einem gewissenhaften Schriftsteller, auf dem Felde seiner eigensten Studien durchschlüpfen können, was mufs man da nicht den Geistern niederen Ranges nachsehen, die ihr Bedürfnifs nach Lehrbüchern durch eignen Hausfleifs befriedigen! Was mufs man nicht mir selbst nachsehen, wenn ich mich in dem einen oder anderen Punkte irren sollte! Der Weg zur Wahrheit führt durch Irrtümer auch in der

Mathematik, aber der Weg durch Irrtümer wird nur dann ein Weg zur Wahrheit werden, wenn jeder nach seinen Kräften an der Aufspürung der Irrtümer zum Zwecke ihrer Beseitigung Teil nimmt. Dies war, wie ich für Leser, die sich früherer kritischer Bemerkungen*) von mir noch erinnern, persönlich bemerke, und ist auch jetzt das einzige Ziel, welches ich im Auge habe.

Nachschrift der Redaktion. Aus dem diesem Artikel beigegebenen Briefe an die Redaktion, in welchem der Hr. Verfasser sich sehr anerkennend über Hr. Prof. M. ausspricht, aber sich verwahrt gegen die Annahme, dafs er „Häkeleien liebe oder in den Irrtümern Anderer Ergötzlichkeiten" suche, theilen wir nur folgende Stelle mit:

„Hr. M. ist ein tüchtiger Mathematiker, ich ein einfacher Schulmeister; ich erkenne gewifs seine unbedingte Präponderanz über mich an, aber darum nenne ich bei ihm ebenso schwarz — schwarz und weifs — weifs, wie ich es einem meiner Schüler gegenüber thun könnte. Wollte ich mit Hr. M. häkeln, so würde ich noch andre Dinge vorbringen können." (Hier führt Dr. G. noch einige Schriften an, die seiner Meinung nach von M. hätten zitiert werden müfsen. Wir lassen diese Stelle, als nicht zur Veröffentlichung bestimmt, weg. D. Red.) — „Was ich an dem Werke schätze und weshalb ich es nicht entbehren möchte, das sind nicht die Grundzüge der Algebra, sondern die fast zahllosen, zum Teil aber auch wenig wertvollen, kleinen Einzelbeiträge der verschiedensten Autoren zweiten und dritten Ranges, die hier aufgehäuft sind."

Entgegnung des Herrn Prof. Dr. Matthiessen.

(In Briefform.)

Geehrter Herr Redakteur! Von dem Aufsatze des Herrn Dr. Godt, betitelt „Zum Kapitel der Ungenauigkeiten und Irrtümer", sowie von dem Begleitschreiben an die Redaktion, habe ich Kenntnis genommen. Obwohl es im allgemeinen nicht üblich ist, in eine Polemik einzutreten, welche gegen einzelne Theoreme oder Abschnitte eines gröfseren Werkes gerichtet ist, so würde ich mich dennoch in meinem Streben die Leser meiner Schriften nicht mit Inkorrektheiten zu hintergehen, gerne dazu verstanden haben, auf eine Diskussion der fraglichen Thesen einzugehen. Allein sowohl die Tendenz, als auch die Art und Weise des Angriffes, die Herr Dr. Godt beliebt, veranlassen mich von vornherein, davon Abstand zu nehmen. Die Tendenz des vorliegenden Aufsatzes wird in bündigen Worten vorangeschickt und in einer sonderbaren „Nutzanwendung" rekapituliert. Obgleich es mir nie in den Sinn gekommen ist, die Seminaristen des Herrn. Dr. Godt anzugreifen**), so lautet doch der Sinn der Einleitung kurz: „Haut ihr meine Leute, hau' ich Eure Leute!" Die „Nutzanwendung" schliefst in dürren Worten mit der charakterisierenden Wendung: „Die Aufspürung von Irrtümern Anderer auf mathem. Gebiete***) ist jetzt das einzige Ziel, welches ich im Auge habe."

Vollends veranlafst mich nun der Tenor des diesem Artikel beigegebenen Schreibens an die Redaktion, von einer sachlichen Erwiederung Abstand zu nehmen. Der unbefangene Leser wird aus den darin enthaltenen wegwerfenden Äufserungen schliefsen müssen, dafs meine Grundzüge überhaupt der Anschaffung nicht wert sind. Unter anderem bemäkelt Herr. Dr. Godt hier namentlich die Grundsätze, wonach die Gesammtlitteratur bearbeitet sei. Von Cauchy und Jacobi finde man nicht einmal die Namen; das seien Dinge, die ihm nur so beim ersten Anblick (!) aufgestofsen seien.

---

*) Man vergleiche Jahrg. XII_2, 100 u. f. und die Nachschrift des Dr. Pick ib. S. 104. D. Red.

**) Um den Irrtum, in welchem hier der Herr Verf. zu sein scheint, nicht weiter verbreiten zu lassen, sei bemerkt, dafs Herr Dr. Godt nicht Seminarlehrer, sondern Gymnasial-, resp. Realschul-Lehrer (am Catharineum in Lübeck) ist. Er nimmt sich nur der Seminarlehrer an. D. Red.

***) Aber wohlgemerkt, „zum Zwecke ihrer Beseitigung", sagt Herr Dr. Godt. D. Red.

Wie flüchtig dieser erste Anblick des litteraturkundigen Mannes, wie leichtfertig diese Äufserung ist, geht daraus hervor, dafs in der That z. B. Cauchy auf S. 993 mit vier Aufsätzen aufgeführt steht. In Betreff des Handbuches von Serret scheint Herr Dr. Godt der Inhalt des Prospektes in den „Mitteilungen von B. G. Teubner“ unbekannt geblieben zu sein. Die mathematische Litteraturgeschichte würde aber Herrn Dr. Godt zu grofsem Danke verpflichtet gewesen sein, wenn er Vermisse in der von mir S. 964—974 zusammengestellten antiken Litteratur ebenfalls eingehend erörtert hätte. Moderne Erzeugnisse lassen sich leicht ergänzen und darauf zielt ja auch ganz offenbar mein ebenso unbeachtet gebliebenes Eingeständnis in dem Vorworte zu meinen „Grundzügen“ hin, dafs nämlich das Verzeichnis der Gesamtlitteratur ohne Zweifel mancher Ergänzungen bedürfe, obwohl es 37 Druckseiten in Grofsoktav umfafst.

Nun, für Leute, welche die „Grundzüge“ mit ähnlichen Augen ansehen, wie Herr Dr. Godt, sind sie überhaupt nicht geschrieben und es würde sich auch der darauf verwandten Mühe und Zeit nicht verlohnen. Ich kann ihm keinen anderen Rath geben, als dafs er sich den Einkaufspreis vom Verleger zurückerstatten läfst. Übrigens besieht man in der Regel doch erst eine Ware genau, ehe man sie kauft.

Zu den unberechtigten Expektorationen des Herrn Dr. Godt kommt die Manie hinzu, mehrfach meinen Amtstitel zu urgieren. Entweder steckt dahinter Mifsgunst*) und eine gewisse daraus entspriefsende Intoleranz gegen meinen Stand, oder die Absicht zu Gunsten seiner cheers zu operieren; sein altes Gelüste, in den Irrtümern Andrer eine Quelle von Ergötzlichkeiten (s. Jahrg. XII, Heft 2, S. 104) zu suchen, hat Herr Dr. Godt nicht überwunden und kann auch den Lesern dieser Zeitschrift nichts überraschendes bieten. Nur gegen eines mufs ich mich nachdrücklich verwahren, nämlich gegen die falsche Meinung, welche Herr Dr. Godt absichtlich oder unabsichtlich bei seinen Lesern zu erwecken sucht, als sei ich ordentlicher Professor der Mathematik — ich habe weder je die Ehre gehabt, es zu sein, noch habe ich mir jemals diese Eigenschaft angemafst.**)

Prof. Dr. Ludwig Matthiessen.

B. Programmschau.

Mathematische und physikalische Programme des Königreichs Bayern (1880/81).

Referent: Prof. Dr. S. Günther in Ansbach.

1. **Ansbach**, Gymnasium. *Beiträge zur Geschichte der neueren Mathematik.* Von Prof. Dr. Siegmund Günther. 40 S.

Dieses Programm setzt sich zusammen aus folgenden drei getrennten Bestandteilen: I. William Wallace, ein Vorläufer der Lehre von den Hyperbelfunktionen; II. das Alignementsproblem der sphärischen Trigonometrie; III. ein vergessenes Grundgesetz der Mechanik.***)

---

*) Der geehrte Herr Verf. ist hier sicher im Irrtum. Herr Dr. Godt hat — wie früher auch der Redakteur d. Bl. selbst — nach den zahlreichen und tüchtigen mathematischen Schriften des Herrn Verf. annehmen zu müssen geglaubt, Herr Prof. M. lehre an der Universität in Rostock Mathematik. D. Red.

**) Für Uneingeweihete sei nochmals bemerkt, dafs Herr Prof. Dr. Matthiessen ordentl. Prof. der Physik an der Universität Rostock ist. Cf. Deutsch. Univ.-Kalender von Dr. Ascherson 16. Aufl. 1879/80. S. 112. D. Red.

***) Vergl. XII, 468—469. D. Red.

2. Bayreuth, Gymnasium. *Vorübergang der Venus vor der Sonnenscheibe am 6. Dezember 1882.* Von Prof. Friedrich Hofmann. 40. S.

Die Abhandlung schliefst sich aufs Engste an an das Bayreuther Programm von 1872, in welchem Prof. Hofmann, den Kollegen wohl bekannt durch seine treffliche Aufgabensammlung, die allgemeinen Formeln für die Berechnung der Hauptmomente eines Planeten-Vorbeiganges vor der Sonnenscheibe entwickelt hatte. Dieselben werden nunmehr speziell auf das in der Überschrift genannte Phänomen angewendet, und zwar sind die zu Grunde gelegten Zahlenwerte den astronomischen Jahrbüchern von Greenwich, Berlin und Paris entnommen. Berechnet werden successive folgende räumliche und zeitliche Daten: Die kürzeste Entfernung des Planetenzentrums vom Sonnenzentrum und deren Epoche, die Zeit der ersten, zweiten, dritten und vierten Berührung. Es ergab sich dabei eine irrige Angabe des englischen „nautical almanac". Hierauf bestimmt der Verf. durch Integralrechnung die Länge eines Meridianbogens zwischen o^0 lat. und β^0 lat. in Mercatorscher Projektion und findet selbe gleich

$$y = \frac{180\,a}{\pi}\int_0^\beta \sec\beta\, d\beta.$$

Die Auswertung dieses Integrales würde sich auf einem weit kürzeren, als auf dem hier verfolgten trigonometrischen, Wege mit Hülfe der Hyperbelfunktionen bewerkstelligen lassen; setzt man nämlich $\sec\beta = \mathfrak{Cos}\, u$, $u = \log \operatorname{nat} \operatorname{tang}(45^0 + \frac{1}{2}\beta)$, $d\beta = \mathfrak{Sec}\, u du$, so wird unverzüglich

$$y = \frac{180\,a}{\pi}\int_0^u \mathfrak{Cos}\, u\, \mathfrak{Sec}\, u du = \frac{180\,a}{\pi}\cdot u,$$

wie bekannt. Mit Hülfe der so gewonnenen Relation wird nun weiter die Darstellung irgend eines Hauptkreises der Erdkugel in der obigen Projektion gelehrt; daran schliefst sich die Aufstellung der Gleichungen für die sogenannten „Grenzkurven", durch welche jene Erdgegenden von einander geschieden werden, in denen man die Erscheinung ganz, teilweise oder gar nicht erblickt. Für München, Bayreuth und Berlin werden die charakteristischen numerischen Werte vollständig ermittelt. Des Ferneren wird auf trigonometrischem Wege die Lage derjenigen Orte gesucht, für welche die Dauer des Vorüberganges ein Maximum oder Minimum ist, sowie auch derjenigen, für welche die Venus gleichlang in der Sonnenscheibe verbleibt. Den Schlufs bildet die Bestimmung jener Orte, für welche zu einer gegebenen Zeit des Hauptmeridianes eine Berührung der Ränder von Venus und Sonne stattfindet. — Da in der ganzen Schrift aufser einer tüchtigen Vertrautheit mit trigonometrischer Rechnung nichts weiter als die Differentiierung der Funktionen Sinus und Cosinus, sowie die Lösung der erwähnten Integrationsaufgabe vorausgesetzt wird, so mag dieselbe vortreflich dazu sich eignen, jungen Leuten eine klare Vorstellung von dem Wesen des astronomischen Calculs zu verschaffen.

3. Dillingen, Lyceum und Gymnasium. *Harmonische Beziehungen zwischen Scholastik und moderner Naturwissenschaft mit spezieller Rücksicht auf Albertus Magnus, St. Thomas von Aquin und die Worte der Encyclica „Aeterni Patris": St. Thomas, B. Albertus Magnus aliique Scholasticorum principes non ita se contemplationi philosophiae dederunt, ut non etiam multum operae in naturalium rerum cognitione collocarint.* Von Professor Dr Franz Xaver Pfeifer. IV. 100 S.

Bereits im Vorjahre hatten wir über eine Programmabhandlung des nämlichen Verfassers zu berichten, welche der geschichtlichen Ent-

wickelung einer sehr intrikaten Frage der scholastischen Naturphilosophie gewidmet war. Die vorliegende Arbeit war nach der Vorrede bereits in Angriff genommen, als jene bekannte Encyklika erschien, durch welcher der ganzen katholischen Welt das Studium der Werke des Thomas Aquinas zur vornehmsten Aufgabe gemacht ward. Der Verf. glaubt, für die in die Überschrift aufgenommene Anspielung des Papstes auf scholastische Naturerkenntnis zahlreiche Belege bieten zu können. Zu dem Ende stellt er acht Thesen auf und bemüht sich, dieselben mit eingehender Begründung zu versehen. Wesentlich aus den Schriften von Albert und Thomas führt er den Nachweis, daſs die Scholastiker die Möglichkeit einer wissenschaftlichen Naturerforschung gegen Heraklit und Platon vertheidigten, daſs ferner gerade durch die scholastische Erkenntnistheorie das Erkenntnisobjekt der Naturwissenschaften dem menschlichen Erkennungsvermögen wieder näher gerückt wurde. Die Ausführungen enthalten jedenfalls viel Richtiges und Beachtenswertes. Die dritte These lautet: „Scholastik und Naturwissenschaft sind darin einverstanden, daſs sinnliche Anschauung und Vorstellung unentbehrliche Vorbedingungen und Hülfsmittel aller wissenschaftlichen Erkenntnis des Menschen im gegenwärtigen Leben sind, aber die Scholastik vermeidet bei dieser Geltendmachung des sinnlichen Fundamentes der Erkenntnis den Sensualismus und Materialismus.“ Wenn man dem auch beistimmen kann, so muſs man doch auf der anderen Seite auch hervorheben, daſs die scholastische Lehre eine so abstrakte und vage war, daſs der, welcher es unternahm, sie auf konkrete Fälle anzuwenden, durchaus noch nicht in Sicherheit vor den genannten Fallstricken war. Daſs, wie die vierte These aussagt, die mittelalterlichen Philosophen zur Erläuterung nichtsinnlicher Vorgänge im Erkenntnisprozeſs sinnliche Analogieen, besonders aus der Lehre von den Lichterscheinungen, herbeigezogen, ist gewiss von Interesse. Die Farbentheorie des Albertus, der überhaupt als Naturforscher weit höher stand, als sein im reinen Denken vielleicht überlegener Nachfolger Thomas. nähert sich mehr als die des letzteren den Anschauungen der Neuzeit. These V zieht eine sehr lesenswerte Parallele zwischen den von den Scholastikern angenommenen sinnlich-intelektuellen Wechselbeziehungen und demjenigen, was man in der modernen Kunstsprache unter „Auslösung eines Vorganges“ versteht. In der sechsten These wird daran erinnert, daſs die scholastische Frkenntnislehre an der natürlichen Entwickelung der menschlichen Erkenntnis festgehalten habe, in der siebenten, daſs die der Scholastik eigentümliche Unterscheidung verschiedener Arten von Abstraktion heutzutage wirklich von der Wissenschaft zur Anwendung gebracht werde, in der achten endlich, daſs der berühmte „Formbegriff“, welchen unserer Ansicht nach die Alten freilich gar zu stereotyp gebrauchten, den Punkt bezeichne, von dem aus mittelalterliche und neuere Erkenntnistheorie getrennte Wege einschlügen. — Man sieht, daſs Herr Pfeifer den Boden der Naturphilosophie nicht verlassen hat, ein Gebiet also, in welchem blos die allgemeinen, hodegetischen Principien für naturwissenschaftliche Forschung festgestellt wurden, während es der praktischen Verwendung dieser Grundsätze gar sehr an erfahrungsmäſsigen Grundlagen gebrach. So Unrecht man thäte, den Scholastikern exakte Denkweise ganz abzusprechen — wir verweisen z. B. auf unseren Aufsatz über Thomas Aquinas im 1. Bande des „Kosmos“ —, so ist diese Seite ihrer Thätigkeit doch immer geringfügig ihrer konstruktiven Spekulation gegenüber. Zu deren besserer Kenntnis liefert das Dillinger Programm aber unstreitig einen gediegenen Beitrag.

4. **Erlangen**, Gymnasium. *Zu Julius Firmicus Maternus, dem Astrologen.* Von Studienlehrer Chr. Kelber. 43 S.

Der Inhalt dieser Schrift ist wesentlich kritisch-philologisch; der Autor will Vorarbeiten zu einer den Anforderungen der Neuzeit ent-

sprechenden Herausgabe der „libri matheseos“ von Julius Firmicus liefern. Die vorgeschlagenen Verbesserungen gründen sich auf einen Papiercodex der Münchener Hof- und Staatsbibliothek aus dem elften Jahrhundert; außerdem wurde auch noch eine Nürnberger Handschrift von 1468 beigezogen, sowie eine Anzahl gedruckter Ausgaben, welche sich jedoch als unter einander fast gar nicht verschieden herausstellten. Die massenhaften Conjekturen und Textesänderungen sachlich zu würdigen, ist Referent selbstverständlich nicht in der Lage. Nur gelegentlich wollen wir des paläographischen Nachweises gedenken, daß und wie aus Julius Firmicus die Verketzerung Villius Firmicus entstanden sein könne; diese letztere war nämlich von Bursian in einem sehr alten Manuskript bemerkt worden.

5. Nürnberg, Gymnasium. *Auflösungen von Aufgaben aus der Trigonometrie.* Von Professor Theodor Schröder. 36 S.

Im 7. und 8. Jahrgang dieser Zeitschrift findet man Aufsätze von Reidt und Hauck, in denen über die zweckmäßigste Lösung trigonometrischer Fragen diskutiert wurde. Die daselbst besprochenen Gesichtspunkte sind für jeden Lehrer der Mathematik so wichtig, daß derselbe auch von diesem Programm, welches gewissermaßen Musterauflösungen enthält, mit Vergnügen Einsicht nehmen wird. Man wird sich erinnern, daß besonders Hauck eine zweckmäßige Verbindung von Zeichnung und Calcul dringend anempfahl; ganz in demselben Sinne handelt Herr Schröder. Er bietet uns zwölf Dreiecksaufgaben, und zwar — mit Anwendung der jetzt wohl durchgängig üblichen Bezeichnungsweise — die nachstehenden. Gegeben sind: **1.** $c, \gamma, a+b$; **2.** $c, \beta, a+b$; **3.** $\frac{a}{b}, \gamma, c$; **4.** $a+b+c, \gamma, h_c$; **5.** F, h_c, γ; **6.** $a+b, c, h_c$; **7.** $a+b+c, h_c, a$; **8.** h_a, h_b, h_c; **9.** a, b, w_c; **10.** c, γ, w_c; **11.** c, h_c, w_c; **12.** $\varrho, \varrho_c, \frac{c}{w_c}$. Die Behandlung dieses letzteren Problems, wo also der Radius des Inkreises, der Radius des zur Seite c gehörigen Ankreises (Nagelsche Terminologie) und das Verhältnis der Seite c zu der ihr zugehörigen Winkelhalbierenden gegeben sind, stützt sich in besonders eleganter Weise auf die geometrische Construktion. Ein Gleiches läßt sich auch von Aufgabe 9 behaupten, indes erscheint uns hier die constructive Vorbereitung minder erforderlich. Bezeichnen wir nämlich mit x und y die Segmente, in welche c durch w_c zerteilt wird, so haben wir unverzüglich die Gleichungen

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}, \quad xy = ab - w_c^2.$$

Durch Multiplikation folgt sofort

$$x^2 = \frac{a}{b}(ab - w_c^2)$$

und weiterhin

$$\cos\frac{\gamma}{2} = \frac{a^2 + w_c^2 - a^2 + \frac{a}{b} w_c^2}{2aw_c},$$

$$\cos\frac{\gamma}{2} = \frac{(a+b)\,w_c}{2ab}.$$

Ganz denselben Wert zieht aber auch der Verf. aus seiner Hülfskonstruktion, bestehend in einer Geraden, welche durch den einen Endpunkt c parallel mit w_c bis zum Durchschnitt mit a, resp. b, gezogen worden war, wogegen wir einer Hülfslinie nicht bedürfen.

6. Aschaffenburg, Realschule. *Einige Konstruktionen des regulären Siebenecks.* Vom Reallehrer Engelbert Sailer. 14 S.

Es wird gezeigt, weshalb die Verzeichnung eines Winkels $= \frac{2\pi}{7}$ von der Auflösung einer Gleichung des dritten Grades abhängt; dieselbe ist

$$x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8} = 0,$$

und ihre drei Wurzeln sind die Cosinus der Winkel

$$\frac{2\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}, \frac{6\pi}{7}.$$

Die einfachste geometrische Darstellung dieser Wurzelwerte erhält man, indem man eine Parabel und eine gleichseitige Hyperbel von gewissen Eigenschaften zum Durchschnitt bringt, so zwar, daſs drei der Durchschnittspunkte reell und endlich werden. Dabei sind noch verschiedene Möglichkeiten denkbar, deren vier vom Verfasser eingehender behandelt werden. Geht man, statt von der Gleichung $u^7 - 1 = 0$, von der Gleichung $u^7 + 1 = 0$ aus, so kann man die Lösung der kubischen Resolvente auch mittelst einer Parabel und einer Ellipse bewerkstelligen, welch' letztere mitunter in einen Kreis übergehen kann. Die Konstruktion des regelmäſsigen Siebenecks ist mithin zurückführbar auf die für die Winkeltrisektion maſsgebende Aufgabe: Die Schnittpunkte eines Kreises mit einer Hyperbel zu suchen, deren Asymptotenwinkel entweder gleich 90° oder gleich 120° ist. Eventuell kann eine Kombination von Kreis und Parabel an die Stelle treten. Wir machen den Verf. übrigens auf die im 6. Bande der „Mathem. Annalen" (S. 592 ff.) enthaltene Note von Affolter aufmerksam, wo sich gleichfalls eine auf der Dreitheilung des Winkels basirende Auflösung der von Herrn Sailer abgehandelten Frage vorfindet.

7. Erlangen, Realschule. *Über Schnittpunktsysteme algebraischer Kurven.* Vom Reallehrer Dr. J. Bacharach. 34 S.

Die Abhandlung ist einer weiteren Ausführung jener Betrachtungen gewidmet, welche in der bekannten wichtigen Monographie von Brill und Nöther „Über die algebraischen Funktionen und ihre Anwendung in der Geometrie" enthalten sind (Mathem. Annalen, 7. Band, S. 269 ff.), Das Charakteristische dieser letzteren bestand in der Aufdeckung eines innigen Zusammenhanges zwischen gewissen Wahrheiten der Funktionentheorie und jenen geometrischen Sätzen, welche sich auf die Anzahl der Durchschnittspunkte von algebraischen Kurven beziehen. Als Grundlage gilt das bekannte Cramer-Eulersche Paradoxon, daſs eine Kurve $n$ter Ordnung durch $\frac{1}{2}n(n+3)$ Punkte vollständig bestimmt ist, während man doch erwarten sollte, da zwei Kurven $n$ter Ordnung sich in $n \cdot n = n^2$ Punkten schneiden, daſs diese Anzahl eine andere wäre. Diesem Fundamentalsatze reihen sich dann vier weitere Theoreme an, deren Beweise jedoch nicht durchweg genügen, da nach Angabe des Verf. (S. 5) die übliche Methode der Konstantenabzählung nicht alle Zweifel beseitigen kann. Die Untersuchung stützt sich zunächst auf den Nötherschen Lehrsatz: „Wenn eine ganze Funktion f von x und y für alle gemeinsamen Wertsysteme (x, y) zweier ganzen verschwindenden Funktionen φ und ψ verschwindet, so ist f von der Form:

$$f \equiv A\varphi + B\psi,$$

wo A und B ebenfalls ganze Funktionen von x und y sind." Unser Verf. beweist diesen Satz in einer Form, deren Fassung wir ebenfalls wörtlich wiedergeben, indem aus derselben am deutlichsten erhellt, inwiefern damit auch für die Kurvenlehre eine bedeutungsvolle Thatsache ausgesprochen wird. Jetzt ist die Formulierung nämlich diese geworden: „Wenn eine

Kurve $f = 0$ durch sämtliche Schnittpunkte zweier Kurven $\varphi = 0$ und $\psi = 0$ hindurchgeht, so läfst sich ihre Gleichung in die Form setzen

$$f \equiv A\varphi + B\psi = 0,$$

wo $A = 0$, $B = 0$ ebenfalls Kurven bedeuten, vorausgesetzt jedoch, dafs die gemeinsamen Punkte der Kurven $\varphi = 0$ und $\psi = 0$ keine vielfachen Punkte sind." Der Verf. wendet sich dann dem sogenannten „Restsatz" zu, durch welchen Beziehungen zwischen jenen Punktgruppen ausgemittelt werden, welche zwei durch eine gegebene Anzahl von Punkten einer Kurve I hindurchgehende Kurven II und III noch überdies mit I gemein haben. Gewisse anderweit bekannte Fakta, so u. A. ein ziemlich allgemeiner Satz von Chasles, erscheinen als Unterfälle des Restsatzes. Gleicherweise läfst sich mit Hilfe desselben ein Beweis erbringen für das Cayleysche Theorem: „Jede Kurve von der Ordnung r (für $r > m$ oder $r > n$, $r \leq m + n - 3$), welche durch alle bis auf $\frac{1}{2}(m + n - r - 1)(m + n - r - 2)$ von den Durchschnittspunkten zweier Kurven von den Ordnungen m und n hindurchgeht, enthält auch alle diese übrigen Schnittpunkte." Hiervon werden dann zahlreiche Anwendungen gemacht, als deren wichtigstes Ergebnis wohl das zu betrachten ist, dafs eine von Lindemann versuchte Erweiterung des Olivierschen Lehrsatzes über die Schnittpunkte dreier Kurven $n$ter Ordnung sich nicht aufrecht erhalten läfst. Im zweiten Teile des Programmes fällt die einschränkende Bedingung weg, dafs die Schnittpunktsysteme keine mehrfachen Punkte enthalten dürfen. Hier erhalten wir zunächst eine Generalisierung des Cayleyschen Lehrsatzes und endlich einen ganz neuen und allgemeinen Satz, den wir wegen der Tragweite, welche ihm unzweifelhaft für diese feinen Fragen der Analysis situs zukommt, ebenfalls textuell wiedergeben wollen: „Gegeben seien die Linien C_m, C_n, C_r von den resp. Ordnungen m, n und $r = m + n - \gamma$ $(\gamma \leq m \leq n)$, welche die Punkte $a_1, a_2, a_3 \ldots$ zu vielfachen Punkten besitzen sollen, und zwar habe in a_i C_m einen μ_i fachen, C_n einen ν_i fachen, C_r einen ϱ_i fachen, wo $\mu_i > \varrho_i \geqq \nu_i$. Wenn nun die C_r durch

$$mn - \delta - \frac{1}{2}\sum_i \nu_i(\nu_i + 1) - \sum_i \nu_i(\varrho_i - \nu_i) \quad \left[\delta = \frac{1}{2}(\gamma - 1)(\gamma - 2)\right]$$

Schnittpunkte der C_m und C_n hindurchgeht, so enthält sie im Allgemeinen auch die übrigen

$$R = \delta - \sum_i \nu_i(\mu_i - \varrho_i - 1) - \frac{1}{2}\sum_i \nu_i(\nu_i + 1)$$

Schnittpunkte der letzteren."

8. **Freising**, Realschule. *Das Princip der Erhaltung der Kraft und die Planetenbahnen als involutorische Punktreihen.* Vom Rektor Wilhelm Friedrich Schüler. 24 S.

Der erste Teil dieser Schrift ist populär gehalten. Der Verf. erörtert den Begriff der mechanischen Arbeit, citirt eine Anzahl Beispiele und untersucht speciell die „Arbeitsfähigkeit" der Atmosphäre. Es zeigt sich, dafs eine solche vorhanden ist, dafs sie aber eine gewisse Grenze besitzt; diese letztere wird experimentell festgestellt. Alsdann wird die Gesamtarbeit eines in einem Manometer eingeschlossenen Luftvolums berechnet und an diesem Einzelfalle gezeigt, dafs bei der geleisteten Arbeit ein gewisses Quantum Wärme verloren gegangen sei. Zur Messung der Arbeit wird das Meterkilogramm eingeführt und zur Bestimmung der von der Erdschwere geleisteten Arbeit verwendet. Ein anderes Mittel, die Gesamtwirkung der Erdschwere aufzufinden, wird durch den freien Fall der Körper

dargeboten. Man kann darthun, dafs der Kraftvorrat eines gegen die Erde fallenden Körpers sich aus zwei Bestandteilen, einer Summe von latenter und lebendiger Kraft*), zusammensetzt, welche Summe dem mit dem Erdhalbmesser multiplicierten Gewichte des Körpers gleich ist. Hiermit ist das Princip von der Erhaltung der Kraft ausgesprochen. Dabei hat sich als besonders wichtig der Ausdruck $\frac{Mm}{r}$ (Erdmasse mal Körpermasse, dividiert durch den Erdradius) erwiesen. Im zweiten, mathematischen, Teile wird die Wichtigkeit dieses Ausdruckes, des Potentiales, hervorgehoben. Mit seiner Hilfe läfst sich zeigen, dafs das Potential eines Kraftpunktes gleich dem Arbeitsvorrat seines Bildes ist und umgekehrt. Zum Schlusse wird noch das Wesen der Planetenbewegung erläutert und mit dem freien Falle in Parallele gestellt. Dabei ergiebt sich folgender Satz: „Der freie Fall und die Centralbewegung lassen sich aus ein und demselben Gesichtspunkte betrachten. Die Bahnen bei beiden Bewegungen sind involutorische Punktreihen erster, beziehungsweise zweiter Ordnung. Lebendige Kraft und Arbeitsfähigkeit in conjugirten Punkten entsprechen sich wechselseitig. Beide Bewegungen lassen sich in einander projiciren.“

9. München, Kreis-Realschule. *Das Rollen einer Fläche zweiten Grades auf einer invariabeln Ebene.* Vom Reallehrer Dr. Wilhelm Hefs. 60 S. 1 Figurentafel.

Diese treffliche Arbeit kann geradezu als Muster für die umsichtige Erörterung aller der Punkte betrachtet werden, welche beim Studium geometrisch-mechanischer Probleme irgend hervortreten können. Bekanntlich hat Poinsot**), um die so schwer anschaulich zu machende Drehung eines Körpers um einen festen Punkt dem sinnlichen Verständnis näher zu bringen, die Fiktion eingeführt, der Körper drehe sich um eine Axe, diese Axe selbst aber verändere sich mit jedem Augenblick. Diese augenblickliche Drehaxe wird mittelst des sogenannten Centralellipsoides konstruiert; der Punkt, welchen die Axe mit dem Ellipsoid gemein hat, heifst Pol. Derselbe ist natürlich in jedem Momente ein anderer, d. h. die Pole erfüllen im Laufe der Zeit eine gewisse Raumkurve, welche daher den Namen Polodie führt. Ihr entspricht auf einer gewissen festen Tangentialebene eine zweite ebene Kurve, die Herpolodie. Herr Hefs hat sich nun die Aufgabe gestellt, die wechselseitigen Beziehungen von Polodie und Herpolodie rein geometrisch zu studieren: eine Fläche zweiten Grades mit gegebenem festen Mittelpunkt rollt auf einer unveränderlichen Berührungsebene, ohne zu gleiten, ab. Er entwickelt zu dem Ende zunächst die Gleichung des Momentanaxenkegels, beweist sodann, dafs die Polodie, auf die drei Axenebenen projicirt, ähnliche und ähnlich liegende Mittelpunktskurven der zweiten Ordnung ergiebt, und betrachtet die den speciellen Flächen zweiten Grades entsprechenden Ausnahmsfälle. Hierauf zeigt er, dafs die Herpolodie stets in einem gewissen Kreisring enthalten sein müsse, berechnet die Dicke dieses Ringes und specialisiert wiederum die gewonnenen Resultate. Hierauf zu mechanischen Betrachtungen übergehend, drückt er den Radiusvektor der Polodie durch die Zeit aus, was mittelst eines elliptischen Integrals geschehen kann, und diskutiert sodann diese Integralgleichung mit Zuhilfenahme der Thetafunktionen. Analytisch von grofsem Interesse ist die Beantwortung der Frage, ob und wann die Herpolodie Wendepunkte aufweist, um so mehr, da hier die Ergebnisse durch die schönen experimentellen Forschungen des Hauptmanns v. Ober-

---

*) Hierfür werden in den neueren kinetischen Werken gewöhnlich die Bezeichnungen „Spannkraft“ resp. „potentielle Energie“ und „Bewegungsenergie“ gebraucht.

**) Poinsots „Neue Theorie der Drehung“ findet man vielleicht am übersichtlichsten dargestellt in Duhamels analytischer Mechanik (deutsche Ausgabe von Wagner (Braunschweig 1853, 2. Theil, S. 155 ff., Nachtrag S. 22 ff.).

mayer kontroliert werden können. Die Herpolodie wird für das einschalige und zweischalige Hyperboloid, sowie für die Rotationsflächen individuell studiert, auch der Fall besonders behandelt, wenn sie in eine Spirale ausartet. Den Schlufs der inhaltreichen Abhandlung, welche sich auch durch ihre sorgfältige Berücksichtigung der gesamten vorhandenen Litteratur auszeichnet, bildet die Zurückführung der zwischen den bekannten neun Richtungscosinus bestehenden Relationen auf deren eigentliche Quelle, die Theorie der elliptischen Funktionen.

Nachtrag zur vorstehenden Programm-Schau.

Oben ward u. a. auch des Programmes der k. Realschule zu Freising in Oberbayern gedacht. Die interessante Schrift ist jetzt in zweiter Auflage selbständig (bei A. Fellerer dortselbst) erschienen und zwar unter dem etwas veränderten Titel: Die Falllinie und die Planetenbahnen als involutrische Punktreihen auf Grund des Princips der Erhaltung der Kraft, elementar behandelt von Wilhelm Friedrich Schüler. Die Abänderungen bestehen hauptsächlich in weiterer Ausführung der geometrischen an den Begriff der Involution sich knüpfenden Beziehungen, wobei besonders ein Vorschlag, diesen Begriff durch einen hydrostatischen Versuch so zu sagen ad oculos zu demonstrieren, unsere Aufmerksamkeit verdient. Überhaupt wird der Lehrer der Physik diese neue Methode, das Fallgesetz nicht, wie üblich, durch kinematische Betrachtungen, sondern mechanisch aus dem Fundamentalsatze von der Krafterhaltung abzuleiten, wohl zu beachten haben, mögen auch didaktisch Einwendungen dagegen gemacht werden können.

Ansbach. Dr. S. Günther.

C. Bibliographie.

Februar.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Katz, Dr., die Kurzsichtigkeit nach Ursache, Wesen und Gefahren mit besonderer Rücksicht auf die Schule allgemein verständlich dargestellt. (40 S.) Berlin, Horrwitz. 1.

Steinmeyer, Gymn.-Dir. Dr., Betrachtungen über unser klassisches Schulwesen. Eine Entgegnung. (58 S.) Kreuzburg, Thielmann. 1.

Pflüger, Realschuldir. Dr., „Human- und Realgymnasium." Ein Wort zur Aufklärung an alle Gebildeten. (75 S.) Chemnitz, Focke. 1,20

Schmelzer, Gymn.-Dir., Vom höheren Schulwesen. Ein Wort an die Eltern. (51 S.) Essen, Bädeker. 0,75.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Gerke, Privatdoc., Aufgaben aus der darstellenden Geometrie, die orthogonale Projektion und Schattenkonstruktionen. 40 Taf. mit 350 Fig. Hannover, Schmorl & Seefeld. 6.

Weifsenborn, Prof. Dr. H., die Übersetzungen des Euklid durch Campano und Zamberti. Eine mathematisch-historische Studie. (71 S.) Halle, Schmidt. 1.

Reidt, Prof. Dr., Planimetrische Aufgaben für den Gebrauch im Schul-, Privat- und Selbstunterricht. 1. u. 2. Tl. 1) Aufgaben, geordnet

nach den Lehrsätzen des Systems (96 S.). — 2) Aufgaben, geordnet nach Auflösungsmethoden und mit Anleitung zur Behandlung versehen. (116 S.) Breslau, Trewendt. à 1,50.

Wenck, Dir. Dr., die synthetische Geometrie der Ebene. Ein Lehrbuch für den Schulgebrauch und Selbstunterricht. Mit 243 Fig. (274 S.) Leipzig, Winter. 4.

2. Arithmetik.

Matthiessen, Prof. Dr. L., Übungsbuch für den Unterricht in der Arithmetik und Algebra. Nach der Aufgabensammlung von Heis für höh. Bürgersch., Gewerbesch., Progymnasien und Realschulen II. O. bearb. (252 S.) Köln, Du Mont-Schauberg. 2.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Suchsland, Dr., das Zodiakallicht, eine Folge des Baues unseres Planetensystems (12 S.) Stolp, Schrader. 0,50.

Lüroth, Prof. Dr., Grundrifs der Mechanik. (80 S.) München, Ackermann. 1,40.

Physik.

Doubrava. Dr., Über Elektricität. Versuch einer neuen Darstellung der elektrischen Grunderscheinungen. (96 S.) Prag, Slavik. 2,20.

Gladstone, J. H., Michael Faraday. Autoris. übers. Mit Porträt. (206 S.) Glogau, Flemming. 3.

Chemie.

Kohlmann u. Dr. Frerichs, Rechentafeln zur quantitativen chem. Analyse. (212 S.) Leipzig, Barth. 3.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Allgemeines.

Hayek, Prof. Dr., Grofser Handatlas der Naturgeschichte aller drei Reiche. In 120 Foliotaf. nach einer neuen patentirten Methode in Farbe ausgeführt. In 15 Lfgn. Wien, Perles. à 2.

2. Zoologie.

Weismann, Prof. Dr. Über die Dauer des Lebens. Ein Vortrag. (94 S.) Jena, Fischer. 1,50.

3. Botanik.

Grassmann, Rob., das Pflanzenleben oder die Physiologie der Pflanzen, (301 S.) Stettin, Grafsmann. 4,80.

Potonié, das Skelet der Pflanzen. (40 S.) Mit 17 Holzschn. Berlin, Habel. 1.

4. Mineralogie.

Vacat.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Hoffmann, Prof. Oberl. Dr., Mathematische Geographie. Ein Leitfaden zunächst für die oberen Klassen höherer Lehranstalten. 3. Aufl. (150 S.) Paderborn, Schöningh. 2.

Schelle, Gymn.-Prof., Lehrgang der populären Astronomie und mathemat. Geographie für Gymnasien. 2. Aufl. (114 S.) Kempten, Kösel. 1,40.

2. Naturwissenschaften.

Kummer, Paul, der Führer in die Pilzkunde. Anleitung zum methodischen, leichten und sichern Bestimmen der in Deutschland vorkommenden Pilze, mit Ausnahme der mikroskopischen. 2. Aufl. Mit 46 Abb. (188 S.) Zerbst, Luppe. 3,60.

Rabenhorstii fungi europaei et extraeuropaei exsiccati. Ed. nova. Dresden, Kaufmann. 24.

Schmidlin's Anleitung zum Botanisiren und zur Anlegung von Pflanzensammlungen. 3. Aufl., neu bearb. von Dr. O. Wünsche. Mit 245 Holzschn. (458 S.) Berlin, Parey. 3.

Behrens, Dr., Methodisches Lehrbuch der allgemeinen Botanik. 2. Aufl. (348 S.) Braunschweig, Schwetschke. 3.

Crookes, Strahlende Materie oder der 4. Aggregatzustand. Deutsch von Dr. H. Gretschel. Mit 21 Fig. Neue Aufl. (41 S.) Leipzig, Quandt & Händel. 1,50.

Birnbaum, Hofr. Prof. Dr., Leitfaden der chemischen Analyse für Anfänger. 4. Aufl. (106 S.) Leipzig, Quandt & Händel. 1,60.

Quenstedt, Prof. Handbuch der Petrefaktenkunde. 3. Aufl. Mit Holzschn. und Atlas. Tübingen, Laupp. 50.

Geographie.

Grafsmann, R., Leitfaden der Geographie für höhere Lehranstalten. 11. Aufl. (52 S.) Stettin, Grafsmann. 0,40.

— u. Griebel, Dr., Leitfaden der Geographie. 21. Aufl. in 2 Kursen. (48 S.) Ebda. 0,40.

März.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Reisacker, Gymn.-Dir. Dr., Gymnasium und Realschule. Die Berechtigungsfrage der Realschule I. O. u. Vorschläge zu zeitgemäfsen Änderungen im gymnasialen Unterricht. (46 S.) Berlin, Weidmann. 1.

Wackernagel, Temperament und Erziehung. Vortrag. (46 S.) Berlin, Rother. 0,60.

Wiese, Dr. L., Gesundheit der Seele, worin besteht sie? Ein Vortrag. (53 S.) Berlin, Wiegandt & Grieben. 0,80.

Ostermann, Sem.-Dir. Dr., u. Wegener, Sem.-Lehrer, Lehrbuch der Pädagogik. 1. Bd. (189 S.) Oldenburg, Schulze. 2,40.

Schrader, Geh. Reg.- u. Prov. Schulr. Dr., Erziehungs- und Unterrichtslehre für Gymnasien und Realschulen. 4. Aufl. (590 S.) Berlin, Hempel. 10,50.

Wilda, Dir., Schule und Gewerbe. Vortrag. (34 S.) Brünn, Winkler. 0,48.

Frantz, Dr. A., Die höheren Unterrichtsanstalten Deutschlands mit Rücksicht auf ihre Berechtigung, Frequenz und ihre Etats. Statistisches Suppl. zu der Schrift: „Beiträge zum deutschen Unterrichtswesen". (71 S.) Berlin, Klein. 1,80.

Seeger, Realschuldir. H., Die Realschulfrage u. die Rostocker Rektoratsrede v. 28. Febr. 1881. Schulrede. (24 S.) Güstrow, Opitz. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Binder, Prof., Die Centralprojektion als Hülfskonstruktion in der Orthogonalprojektion. Nebst einer Vorrede: „Über die Stellung der darstellenden Geometrie im Lehrplan der allg. Mittelschule". (45 S.) Wien, Braumüller. 2.

Günther, Gymn.-Prof. Dr., Parabolische Trigonometrie u. parabolische Logarithmen. (99 S.) Lpz., Teubner. 2,80.
Milinowski, Gymn.-Oberl., Elementar-synthetische Geometrie der Kegelschnitte. (411 S.) Ebda. 8,80.
Hertter, Prof., Zeichnende Geometrie. Für die planimetrische Repetition mit bes. Berücksichtigung des geom. Zeichnens bearb. 1. Abtlg. (28 S.) Stuttg., Metzler. 0,50.
Königbauer, Geometr. Aufgaben für Mittelschulen u. Lehrerbildungsanstalten. (120 S.) Amberg, Habbel. 0,80.

2. Arithmetik.

Suchsland, Dr., Systematische Entwickelung der gesamten Algebra. 3 Tl. Die Gleichungen I. u. II. Grades mit Ausschluſs der Anleitung zum Lösen von Wortgleichungen. (24 S.) Stolp, Schrader. 0,50.

Physik.

Helmholtz, H., Wissenschaftliche Abhandlungen. Mit Stahlstichportr. u. 3 Taf. (938 S.) Lpz., Barth. 20.
Dronke, Dir. Dr., Einleitung in die analytische Theorie der Wärmeverbreitung, unter Benutzung der hinterlassenen Papiere der Herren Prof. Dr. Beer u. Plücker. (97 S.) Lpz., Teubner. 2.
Zech, Prof. Dr., Anwendung der Elektrizität auf Beleuchtung. (20 S.) Heidelberg, Winter. 0,60.
Theile, Dr., Anleitung zu barometrischen Höhenmessungen mittelst Quecksilberbarometer u. Aneroid, nebst dazu nötigen Hilfstafeln. (38 S.) Dresden, Axt. 1.

Chemie.

Schultz, Privatdoc. Dr., Die Chemie des Steinkohlentheers mit besonderer Berücksichtigung der künstl. organischen Farbstoffe. In 2 Abtlgn. 1. (416 S.) Braunschweig, Vieweg. 12.
Müller, Oberlehrer, Leitfaden der anorganischen Chemie für höhere Unterrichtsanstalten u. Repititorium der Chemie. (106 S.) Langensalza, Schulbuchh. 0,90.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Taschenberg, Privatdocent Dr. O., Die Lehre von der Urzeugung sonst u. jetzt. Ein Beitrag zur histor. Entwicklung derselben. (111 S.) Halle, Niemeyer. 2.

2. Botanik.

Zwick, Dr. H., Lehrbuch für den Unterricht in der Botanik. 2. Kursus. (35 S.) Berlin, Burmester. 1,20.
Schmidt, Dr. Rob., Lichenes selecti Germaniae mediae. Ausgewählte mittteldeutsche Flechten in getrockneten Exemplaren. 1. Heft (4 Bl. mit 25 Pflzn.) Jena, Deistung. 2,40.
Griesebach, Prof. Aug., Flora europaea. Fragmentum. (58 S.) Klausenburg, Demjen. 3.

3. Mineralogie.

Kenngott, Prof. Dr., Handwörterbuch der Mineralogie, Geologie u. Paläontologie. Unter Mitwirkung von Prof. Dr. Lasaulx u. Dr. Rolle. Breslau, Trewendt. In Lfgn. à 3.
Krass, Sem.-Dir. Dr., und Prof. Dr. Landois, Der Mensch u. die 3 Reiche der Natur. 3. Tl. Das Mineralreich in Wort u. Bild für den Schulunterricht dargestellt. (122 S.) Freiburg, Herder. 1,30. (1.—3. Tl.: 5,50.)

Pallmann, Oberl. Dr., Petroleum in der Mark Brandenburg. (46 S.) Berlin, Klönne & Müller. 1.

Geographie.

Löwenberg, Geschichte der geographischen Entdeckungsreisen. 1. Bd. Altertum und Mittelalter bis zu Magellans erster Erdumsegelung. Mit Abb. u. Karten. (458 S.) Lpz., Spamer. 7,50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Hermes, Prof. Dr. O., Sammlung von Aufgaben. 1. Tl. Elementaraufg. aus der Algebra. 2. Aufl. (142 S.) Berlin, Winkelmann. 1,60.

Stockmayer, Gymn.-Prof., Aufgaben für den Rechenunterr. in den mittleren Klassen der Gymnasien, Realschulen etc. 3. Aufl. (109 S.) Heilbronn, Scheurlen. 2,40.

2. Naturwissenschaften.

Garcke, Prof. Dr., Flora von Deutschland. 14. Aufl. (516 S.) Berlin, Parey. 3,50.

Koppe, Prof. C., Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte. 7. Aufl. bearb. von Oberlehrer Dr. Fr. Craemer. (195 S.) Essen, Bädecker. 2.

Trappe, Prof. Pror., Schulphysik. 9. Aufl. Mit 263 Abb. (322 S.) Breslau, Hirt. 3.

3. Geographie.

Geistbeck, Dr., Leitfaden der math.-physikalischen Geographie für Mittelschulen. 3. Aufl. (151 S.) Freiburg, Herder. 1,50.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Bemerkungen über die mathematischen Vorlesungen an der Universität Leipzig.*)

Bei dem grofsen Umfange der mathematischen Wissenschaft und bei der Mannigfaltigkeit der von den Mitgliedern der hiesigen Universität für jedes Semester angekündigten mathematischen Vorlesungen, wird es dem Studierenden, namentlich dem Anfänger, im Allgemeinen schwer fallen, die für ihn jedesmal geeignete Auswahl zu treffen. Demgemäfs erscheint es zweckmäfsig, folgende Bemerkungen zu veröffentlichen.

Die an hiesiger Universität stattfindenden mathematischen Vorlesungen bestehen einerseits aus gewissen für den Anfänger eingerichteten und in kurzen Intervallen sich wiederholenden einleitenden Vorlesungen, andererseits aber aus den zum heutigen Niveau der Wissenschaft aufsteigenden, je nach dem Ermessen der Docenten und dem Interesse der Studierenden bald in längeren bald in kürzeren Zwischenräumen sich wiederholenden höheren Vorlesungen.

A. Die einleitenden oder Anfangs-Vorlesungen.

Als solche sind zu nennen:

1. *Einleitung in die Algebra* (Determinanten, lineare Gleichungen etc.).
2. *Einleitung in die analytische Geometrie* (der Ebene und des Raumes).
3. *Einleitung in die Analysis des Unendlichen* (Algebraische Analysis, unendliche Reihen, Kettenbrüche, etc.).
4. *Einleitung in die Differential- und Integral-Rechnung.*
5. *Einleitung in die theoretische Mechanik.*

Die vier ersten dieser Vorlesungen setzen nur die gewöhnlichen Schulkenntnisse voraus, und können daher vom Studierenden in beliebiger

---

*) Indem wir diese Hodegetik des mathematischen Studiums von einer der bedeutendsten Universitäten Deutschlands hiermit zum Abdruck bringen, dürfen wir wohl auf das Interesse und den Dank unserer Leser rechnen; besonders derer, welche den wissenschaftlichen Studien noch nicht Valet gesagt (oder dieselben „an den Nagel gehängt") haben, sowie auch jener, die ein lebendiges Interesse an der Ausbildung der Jünger des Pythagoras an unseren Hochschulen haben. Nur über eins können wir unsere Verwunderung nicht unterdrücken, nämlich: dafs erst jetzt, im J. des Heils 1882, diese Anleitung gegeben wird. Wir haben geglaubt, eine solche sei längst vorhanden. Bei dem hohen Interesse aber an diesem Lehrplan für die mathematischen Studien an der Leipziger Hochschule dürfen wir wohl dem Wunsche Ausdruck geben, es möchte künftig auch ein Colleg für mathematische Didaktik nicht fehlen. — Sehr zu wünschen wäre übrigens eine ähnliche Hodegetik für die künftigen Lehrer der Naturwissenschaften.

Wir bitten unsere Herren Fachgenossen in den deutschen und österreichischen Universitätsstädten, uns mitzuteilen, ob auch dort ähnliche Anleitungen z. m. St. existieren.

D. Red.

Reihenfolge gehört werden. Hingegen ist zum Verständnis der fünften Vorlesung (Mechanik) die vorherige Absolvierung der vierten (Differential- und Integral-Rechnung) unentbehrlich, und die vorherige Absolvierung der zweiten (Analytische Geometrie) wenigstens sehr wünschenswert.

Dabei mag dem Anfänger geraten werden, jede von ihm gehörte Vorlesung, nicht nach dem unmittelbaren Wortlaut des Vortrages, sondern nach seiner eigenen Überzeugung sorgfältig auszuarbeiten, und bei zweifelhaften Punkten den Vortragenden selber um nähere Auskunft zu ersuchen. Überdies wird der Anfänger die bei Gelegenheit der Vorlesungen ihm empfohlenen Lehrbücher, Übungsbücher etc. einem gründlichen Studium zu unterwerfen haben; — denn die mathematischen Vorlesungen können nicht den Zweck haben, dem Studierenden die wissenschaftlichen Disciplinen in systematischer Vollständigkeit zu überliefern, sondern sollen nur Anleitung und Anregung zum tieferen, weiteren Studium gewähren. Auch wird der Studierende gut thun, schon in seinen ersten Semestern an den hiesigen mathematischen Übungen (resp. Seminaren) sich zu beteiligen, um in solcher Weise bei seiner mathematischen Ausbildung möglichst bald zu einem gewissen Grade von selbständiger Thätigkeit und selbständigem Urteil zu gelangen.

Bei dem großen Zeitaufwande aber, welchen die Ausarbeitung der Vorlesungen, das Studium der betreffenden Schriften und die Teilnahme an den mathematischen Übungen mit sich bringt, wird der Studierende, falls er nach diesen verschiedenen Seiten hin die erforderliche Anstrengung entwickeln will, sich auf eine geringe Anzahl mathematischer Vorlesungen (etwa zwei, höchstens drei im Semester) zu beschränken haben.

B. Die höheren mathematischen Vorlesungen.

Die an hiesiger Universität stattfindenden höheren mathematischen Vorlesungen sollen dem Studierenden einen Einblick in die eigentliche Wissenschaft gewähren. ihn zu einem planmäßigen und gründlichen Studium der betreffenden Literatur anleiten, und ihn womöglich zu eignen wissenschaftlichen Untersuchungen anregen und befähigen. Es können diese höheren Vorlesungen, entsprechend den verschiedenen Zweigen oder Richtungen der mathematischen Wissenschaft, etwa in folgende Gruppen gebracht werden:

1. Zahlentheorie.

Elemente der Zahlentheorie. — Hierbei werden nur die gewöhnlichen Schulkenntnisse vorausgesetzt.

Quadratische Formen.

Kreisteilung.

Complexe und ideale Zahlen, höhere Formen (Allgemeine Zahlentheorie).

2. Algebra.

Höhere Teile der Algebra (Theorie der ganzen Funktionen). — Hierbei werden vorausgesetzt die Anfangsvorlesungen über Differential- und Integral-Rechnung.

Theorie der Gleichungen (Gruppentheorie).

Theorie der homogenen Funktionen (binäre, ternäre etc. Formen, Invariantentheorie).

3. Infinitesimal-Rechnung.

Höhere Teile der Differential- und Integral-Rechnung (Anwendung auf geometrische Probleme, etc.).

Theorie der elliptischen Funktionen (und Anwendung derselben). — Hierbei wird vorausgesetzt die Anfangsvorlesung über Differential- und Integral-Rechnung.

Variations-Rechnung (Theorie der Maxima und Minima). — Hierbei werden vorausgesetzt die Anfangsvorlesungen über Differential- und Integral-Rechnung und über analytische Geometrie.

Theorie der gewöhnlichen Differential-Gleichungen.

Theorie der totalen und partiellen Differential-Gleichungen.

4. Bestimmte Integrale.

Allgemeine Theorie der bestimmten Integrale. — Hierbei wird vorausgesetzt die Anfangsvorlesung über Differential- und Integral-Rechnung.

Die Gammafunktion und die hypergeometrische Funktion.

Theorie der vielfachen Integrale.

Theorie der Fourierschen Integrale und Fourierschen Reihen.

Über die Kugelfunktionen, Cylinderfunktionen, etc.

Wahrscheinlichkeits-Rechnung (Methode der kleinsten Quadrate).

5. Funktionentheorie.

Die Cauchysche Funktionentheorie. — Hierbei werden vorausgesetzt die Anfangsvorlesungen über Differential- und Integral-Rechnung und über analytische Geometrie.

Theorie der conformen Abbildnng (Logarithmisches Potential).

Anwendung der Cauchyschen Funktionentheorie auf elliptische Funktionen und Modulfunktionen.

Anwendung der Funktionentheorie auf Differentialgleichungen.

Die Riemannsche Funktionentheorie, und Anwendung derselben auf die Abel'schen Integrale.

6. Geometrie.

Projektive (synthetische, neuere) Geometrie. — Hierbei wird vorausgesetzt die Anfangsvorlesung über analytische Geometrie.

Anwendung der Differential- und Integral-Rechnung auf Geometrie (Kurven und Flächen). — Hierbei werden vorausgesetzt die Anfangsvorlesungen über Differential- und Integral- Rechnung und über analytische Geometrie.

Darstellende (descriptive) Geometrie und sonstige graphische Disciplinen (Statik, Kinematik etc.).

Höhere algebraische Kurven und Flächen (mit speciellen Fortsetzungen: Liniengeometrie etc.).

Krummlinige Coordinaten (Elliptische Coordinaten).

Besondere Algorithmen; Ausdehnungslehre, Äquipollenzen-Calcul, Quaternionen etc.

Analysis situs (Topologie).

7. Mechanik.

Theorie der Attraktion; höhere Teile der Statik und Kinematik; etc.

Höhere Teile der Dynamik.

Dynamische Differentialgleichungen (Variation der Constanten).

Problem der drei Körper (Störungstheorie).

Hydrodynamik.

8. Potentialtheorie.

Theorie des Newton'schen Potentials. — Hierbei werden vorausgesetzt die Anfangsvorlesungen über Differential- und Integral-Rechnung, über analytische Geometrie und über theoretische Mechanik.

Die Probleme der Wärme- und Elektricitätsverteilung für Kugel, Ellipsoid und andere Körper.

Die Probleme des Magnetismus und der Hydrodynamik.

Die Konvergenz der in der Theorie des Potentials vorkommenden (nach Kugelfunktionen, Cylinderfunktionen, etc. fortschreitenden) Entwicklungen.
Theorie des logarithmischen Potentials. (Conforme Abbildung).

9. Mathematische Physik.

Einleitung in die mathematische Physik. — Hierbei werden vorausgesetzt die Anfangsvorlesungen über Differential- und Integral-Rechnung und über analytische Geometrie.

Hydrostatik, Hydrodynamik und Capillarität.
Mechanische Wärmetheorie (Gastheorie).
Fourier'sche Wärmetheorie.
Theorie der Elasticität.
Theoretische Optik.
Elektrostatik und Elektrodynamik.
Theorie des Magnetismus.

Die in diesem Verzeichnis mit ausgezeichneter Schrift (*Cursivschrift*) angegebenen Vorlesungen sind diejenigen, unter denen die Auswahl dem Studierenden innerhalb seiner vier oder fünf ersten Semester besonders empfohlen wird. Auch sind bei jeder solchen Vorlesung die dazu erforderlichen Vorkenntnisse beigefügt.

Nicht selten dürfte es übrigens vorkommen, dafs die im Verzeichnis B. in den einzelnen Gruppen aufgeführten Themata mit den Titeln der zu haltenden Vorlesungen nicht unmittelbar congruent sind. So wird z. B. der Fall eintreten können, dafs der Vortragende mehrere solche Themata zu einer Vorlesung verbindet, und ebenso auch der umgekehrte Fall, dafs ein einzelnes jener Themata vom Vortragenden in mehrere aufeinanderfolgende Vorlesungen verteilt wird.

Bei der grofsen Ausdehnung der in dem vorstehenden Verzeichnis aufgeführten Vorlesungen kann selbstverständlich vom Studierenden beim Abschlufs seiner Studienzeit nicht verlangt werden, dafs er in allen diesen Gebieten zu Hause sei. In der That wird auch, was z. B. die Ausbildung des künftigen Gymnasiallehrers betrifft, weniger Gewicht auf besondere Vielseitigkeit, als vielmehr darauf gelegt werden, dafs derselbe, neben einer gewissen allgemeinen Orientierung, nach der einen oder andern Richtung hin solide und gut geordnete Kenntnisse, Vertrautheit mit der betreffenden Literatur, überhaupt gründliche Studien aufzuweisen hat.

Was endlich diejenigen Studierenden betrifft, welche die Mathematik nur als Nebenfach betreiben, so kann denselben im Allgemeinen wohl geraten werden, sich auf die unter A. genannten Anfangsvorlesungen zu beschränken.

Die Unterzeichneten behalten sich vor, die hier mitgeteilten Bemerkungen im Laufe der Zeit nach Bedürfnis zu vervollständigen, respective zu modifizieren.

Im März 1882. **Die Professoren der Mathematik**
an der Universität Leipzig.

Die neuen preussischen Lehrpläne für die höheren Schulen.

Mit Beziehung auf den Artikel: „Die revidierten Lehrpläne an preufsischen höheren Unterrichtsanstalten“ (ds. Jahrg. Heft 2, S. 148 u. f.) teilen wir nun diese neuen Lehrpläne selbst mit und haben

dabei unsere Fächer durch fetten Druck der Übersichtlichkeit halber hervorgehoben.

A. Gymnasium.

	VI	V	IV	IIIb	IIIa	IIb	IIa	Ib	Ia	Sa.	Bisher	Änderung.
Christliche Religionslehre	3	2	2	2	2	2	2	2	2	19	20	— 1
Deutsch	3	2	2	2	2	2	2	3	3	21	20	+ 1
Latein	9	9	9	9	9	8	8	8	8	77	86	— 9
Griechisch	—	—	—	7	7	7	7	6	6	40	42	— 2
Französisch	—	4	5	2	2	2	2	2	2	21	17	+ 4
Geschichte u. Geogr.*)	3	3	4	3	3	3	3	3	3	28	25	+ 3
Rechnen u. Mathematik	4	4	4	3	3	4	4	4	4	34	32	+ 2
Naturwissenschaften: **Naturbeschreibung**	2	2	2	2	2	—	—	—	—	10	8	+ 2
Naturwissenschaften: **Physik**	—	—	—	—	—	2	2	2	2	8	6	+ 2
Schreiben	2	2	—	—	—	—	—	—	—	4	6	— 2
Zeichnen	2	2	2	—	—	—	—	—	—	6	6	0
Summa	28	30	30	30	30	30	30	30	30			

B. Realgymnasium.

(früher R. I. O.)

	VI	V	IV	IIIb	IIIa	IIb	IIa	Ib	Ia	Sa.	Bisher	Änderung.
Christliche Religionslehre	3	2	2	2	2	2	2	2	2	19	20	— 1
Deutsch	3	3	3	3	3	3	3	3	3	27	29	— 2
Latein	8	7	7	6	6	5	5	5	5	54	44	+ 10
Französisch	—	5	5	4	4	4	4	4	4	34	34	0
Englisch	—	—	—	4	4	3	3	3	3	20	20	0
Geschichte und Geographie*)	3	3	4	4	4	3	3	3	3	30	30	0
Rechnen und Mathematik	5	4	5	5	5	5	5	5	5	44	47	— 3
Naturwissenschaften: **Naturbeschreibung**	2	2	2	2	2	2	—	—	—	12	34	— 4
Naturwissenschaften: **Physik**	—	—	—	—	—	3	3	3	3	12		
Naturwissenschaften: **Chemie**	—	—	—	—	—	—	2	2	2	6		
Schreiben	2	2	—	—	—	—	—	—	—	4	7	— 3
Zeichnen**)	2	2	2	2	2	2	2	2	2	18	20	— 2
Summa	28	30	30	32	32	32	32	32	32			

*) Hieraus ist nicht ersichtlich, ob nicht beide Fächer doch wieder mit einander verquickt sind. D. Red.

**) Es ist nicht klar, ob geometrisches Zeichnen (Projektionslehre, darstellende Geometrie) oder Freihand-Zeichnen gemeint ist, ein für das Realgymnasium wichtiger Unterschied; ebenso bei den folgenden Schulgattungen sub C. u. D. D. Red.

C. Oberrealschule

(früher R. II. O. mit 9jähr. Lehrkurs).

		VI	V	IV	IIIb	IIIa	IIb	IIa	Ib	Ia	Summa
Christliche Religionslehre		3	2	2	2	2	2	2	2	2	19
Deutsch		4	4	4	3	3	3	3	3	3	30
Französisch		8	8	8	6	6	5	5	5	5	56
Englisch		—	—	—	5	5	4	4	4	4	26
Geschichte und Geographie		3	3	4	4	4	3	3	3	3	30
Rechnen und Mathematik		5	6	6	6	6	5	5	5	5	49
Natur-wissen-schaften	Naturbeschreibung	2	2	2	2	2	3	—	—	—	13
	Physik	—	—	—	—	—	4	4	3	3	14
	Chemie	—	—	—	—	—	—*)	3	3	3	9
Schreiben		2	2	2	—	—	—	—	—	—	6
Zeichnen		2	2	2	2	2	3	3	4	4	24
	Suma	29	29	30	30	30	32	32	32	32	

D. Höhere Bürgerschule.

(Vormalige Gewerbeschule.)

		VI	V	IV	III	II	I	Summa
Religion		3	2	2	2	2	2	13
Deutsch		4	4	4	3	3	3	21
Französisch		8	8	8	6	5	5	40
Englisch		—	—	—	5	4	4	13
Geschichte und Geographie		3	3	4	4	4	4	22
Rechnen und Mathematik		4	5	5	5	5	5	29
Natur-wissen-schaften	Naturbeschreibung	2	3	3	3	2	—	13
	Naturlehre	—	—	—	—	3	5	8
Schreiben		3	3	2	—	—	—	8
Zeichnen		2	2	2	2	2	2	12
	Summa	29	30	30	30	30	30	

---

*) Hiernach hätten also die vielen aus IIb nach erlangter Berechtigung zum einjährig freiwilligen Dienst abgehenden Schüler von Chemie noch nichts gehört, während die Gymnasiasten in gleicher Lage Chemie gehabt haben, da dort mit der Physik in II ein chemischer Cursus verbunden ist. D. Red.

Journalschau.

Humboldt, (neue) Monatsschrift für die gesammten Naturwissenschaften herausgegeben von Dr. G. Krebs.*)

Verlag von Ferd. Enke in Stuttgart.

I. Jahrgang (1882).

Es erscheint heutzutage als ein gewagtes Unternehmen und es gehört auch seitens einer Verlagshandlung viel Muth dazu, den vielen und zum Teil auch tüchtigen populär-naturwissenschaftlichen Zeitschriften eine neue hinzuzufügen. Denn offenbar spricht man damit den Gedanken aus: ihr andern Blätter genügt uns nicht, wir brauchen ein neues, welches einem längst gefühlten Bedürfnisse abhilft und — ob diese Voraussetzung immer zutrifft? Die (meist in allgemeinen Phrasen von der Nothwendigkeit naturw. Bildung sich bewegenden) Prospekte zu solchen Neulingen in der Litteratur lassen dies freilich als gewifs erscheinen. Ist das Bedürfnis wirklich da, kultiviert vielleicht die neue Zeitschrift ein von den andern brach gelassenes Feld oder sterben gleichzeitig verwandte, altersschwache Blätter ab, geht es mit gewandtem Kapitän und umsichtigem Steuermann in See, hat es vortreffliche Mitarbeiter, hat der Unternehmer Mittel und Muth genug, um nach dem Volksausdruk „etwås ins Geschäft zu stecken“ und ist er endlich — „nobel“ gegen die Mitarbeiter, so mag das Schiff gut fahren, im andern Falle verschwindet es über kurz oder lang von der Bildfläche. — Nach der Anzahl und dem Rufe der Mitarbeiter an der neuen Zeitschrift zu schliefsen ist die Hoffnung, sie werde sich unter der rührigen Redaktion von Krebs oben erhalten berechtigt und wir wünschen derselben, wenn auch nicht ohne einen Anflug von Besorgnis, aufrichtig Glück zu ihrer Reise.

Heft 1 enthält: Lasaulx-Bonn, das Erdbeben von Casamicciola auf Ischia (4./III. 81) mit Abbildungen. — Krebs, die künstliche Eisbahn auf der Frankfurter Patent- und Musterschutzausstellung (m. A.**)). — Hallier-Jena, Spuren der subalpinen und subarktischen Flora im Thüringer Walde m. A. — Knauer-Wien, Schutzfärbung der Thiere m. A. — Petersen-Frankfurt a. M., Künstlicher Indigo. — Landois-Münster, Fremde Einschlüsse in Hühnereiern. — Schwartze (Ingenieur-Leipzig), die Dampfmaschinensteuerungen m. A. — Reichenbach-Frankfurt, Beobachtungen über die Physiologie des Nervensystems vom Flufskrebs. Reichardt-Jena, ein Lebensbild Alexander von Humboldts (wahrscheinlich im Hinblick auf den gewählten Namen der Zeitschrift). — Dann folgen noch: Fortschritte in den Naturwissenschaften: (Physik, Chemie, Mineralogie-Geologie-Geognosie, Botanik, Zoologie, Geographie). — Die Litterarische Rundschau enthält acht Rezensionen naturw. Bücher. Eine reichhaltige Bibliographie naturw. Werke, ein astronomischer Kalender und ein Abschnitt „Neueste Mittheilungen“ beschliefsen das Ganze. Fürwahr ein reicher, fast zu reicher Inhalt, mannigfaltig, um jedem etwas zu bringen.

Zwei französische mathematisch-didaktische Zeitschriften.

Journal de Mathématiques.

a) élémentaires à l'usage de tous les candidats aux écoles du gouvernement et des aspirants au baccalauréat ès sciences,
b) spéciales à l'usage de tous les candidats aux écoles polytechnique normale et centrale,

*) Mufste vom vorigen Heft zurückgelegt werden.
**) m. A. = mit Abbildungen.

publié sous la direction de M. M. J. Bourget, (Recteur de l'Académie d'Aix), Koehler, (ancien répétiteur à l'École polytechnique, Directeur des études à l'École préparatoire de Sainte-Barbe) et Longchamps (professeur de Mathématiques spéciales au Lycée Charlemagne) 2. Série, Sixiéme Année. Cah. 1—2 (Paris Libraire Ch. Delegrave 15. rue Sufflot).

NB. Die beiden Hefte sub a) und b) werden von einander getrennt (jedes für sich), aber gleichzeitig ausgegeben.

Diese beiden mathematischen Journale erscheinen monatlich und enthalten kleinere Aufsätze und Aufgaben nebst Lösungen aus der Elementarmathematik zum Gebrauch in den h. Schulen und zwar enthält a) mehr zu Verwerthendes für die Schule, während b) tiefer eingehend, mehr für Studierende und Lehrer der Mathematik geschrieben ist. Da unsere Spezialredakteure für das Aufgaben-Rep. dieses Journal berücksichtigen wollen, so werden die Leser d. Z. ohnehin mit dem Inhalte dieses Journals bekannt werden. Wir geben etwas ausführlicher wenigstens den Inhalt des 1. Heftes dieser in Deutschland wohl noch wenig bekannten mathem. Zeitschrift und lassen von den andern Heften nur die Überschriften des Inhalts folgen.

a) Journal de Mathématiques élémentaires. VI. Jahrgang (1882).

Heft 1. Introduction du polynôme dérivé en mathématiques élémentaires. (1. Damit ein Polygnom U_x teilbar sei durch $(x-a)^2$, ist notwendig und hinreichend, daſs man habe $U_a = 0$ und $U'_a = 0$, wo U' die Derivation von U ist. 2. Ebenso, wenn es teilbar sein soll durch $(x-a)^3$, muſs $U_a = 0$, $U'_a = 0$, $U''_a = 0$ sein.) — Note trigonométrie et géométrie. (Étant donné un point P dans l'interieur d'un cercle, de ce point on lance une bille; trouver dans quelle direction il faut la lancer pour qu'elle revienne au point de départ après n reflexions? Mit 2 Fig.) — Questions et solutions. Aufgaben und Auflösungen, besonders Aufgaben à l'usage des candidats de Saint-Cyr (?) und Aufgaben (Prüfungsarbeiten) für das Baccalauréat ès Sciences*) (Facultés de Caen, Rennes, Montpellier, Marseille, Poitiers, Nancy, Grenoble, Bordeaux, Toulouse et Paris). Aus den Questions de St.-Cyr heben wir einige Beispiele heraus:

a) Zu vereinfachen und für log. Berechnung geeignet zu machen: die Formel

$$\frac{\sin^2 a - \sin^2 b}{(\cos a + \cos b)^2}.$$

b) Die Seiten eines Dreiecks sind $x^2 + x + 1$, $2x + 1$, $x^2 - 1$. Zu beweisen, daſs der der 1. Seite gegenüberliegende Winkel 120° ist.

c) Ausdrücke wie $\frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2}$ oder $\sqrt{3 + \sqrt{\pi}}$ auf 0,01 genau auszurechnen, wieviel Decimalen von π wird man brauchen?

d) Eine Gleichung zu finden, deren Wurzeln die Quadrate der Wurzeln von $7x^2 + 4x + 2 = 0$ sind.

Heft 2 (Februar). Résolution par les tables de l'équation du second degré à racines réelles. — Maxima et minima dans les problèmes. — Questions resolues et proposées.

Heft 3 (März). Question d'Examen (Trigonom.). — Problème de géométrie p. Antomari. — Note de Géométrie. — Solution des questions. Bibliographie.

Heft 4 (April). Le cinquième livre p. Lauvernay. Lecon I (wahrscheinlich ein Lehrbuch der Stereometrie). — Note sur la differençe entre

*) Wir wissen nicht, welche Bewandnis es mit dieser Würde eines „Baccalaureus" hat. Wahrscheinlich ist es ein durch eine Art Maturitätsexamen erlangter Titel.

la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique des quantités positives p. Bourget. Construction de l'ellipse point par point p. Lauvernay. Aufgaben zur Erlangung der Würde eines Baccalauréat ès sciences, aus verschiedenen Städten Frankreichs (s. oben). Konkours-Aufgaben. Questions à l'usage des candidats à l'école de Saint-Cyr. — Bibliographie. Questions résolues et proposées.

Heft 5 (Mai). Le cinquième livre p. Lauvernay. Leçon II. — Note sur la résolution des équations symétriques p. Barrieu. — Questions résolues. — Diplôme des études des (soll wohl heifsen „der") „Realschulen" (Berlin 1876 und 1880). Wahrscheinlich Maturitätsaufgaben. Ebenso von der école militaire de Belgique 1881 und 1882. Questions proposées.

b) Journal de Mathématiques spéciales.

Heft 1 (Januar). Problème d'analytique. — Théorème de Taylor p. Mansion. — Théorème d'arithmetique p. Landry. Question d'examen. — Questions proposées 1 à 3.

Heft 2 (Februar). Courbes diamétrales et transversales p. Longchamps. — Problème de géométrie analytique. Etude sur les coordonnées trilinéaires p. Boquel. Solution des questions et Questions proposées.

Heft 3 (März). Construction de l'ellipse et de l'hyperbole point par point, au moyen d'une équerre; transformation réciproque p. M. de Longchamps. — Étude sur les coordonnées trilinéaires p. Boquel (suite.) Question et solution des questions. Questions proposées.

Heft 4 (April). Note de Géométrie analytique (Quartique à un point double). — Transformations réciproques p. Longchamps. — Question 9 et solution. — Étude sur les coordonnées trilinéaires p. Boquel (suite.) — Questions résolues (trois) et proposées (quatre).

Heft 5 (Mai). Transformations réciproques p. Longchamps. — Construction d'une conique p. Petit. — Étude sur l'équation et sur la forme binaire du quatrième degré p. Koehler. — Lieu géométrique p. Toqué. Questions résolues et proposées.

NB. Die hier mitgeteilten Aufsätze u. s. w. werden zum Teil durch zahlreiche, hinreichend grofse und deutliche, meist saubere Figuren erläutert resp. unterstützt. Wir empfehlen die Anschaffung dieser Journale für die Bibliotheken resp. Lesezirkel der mathem. Kollegen in gröfseren und Mittel-Städten, da dieselben leicht verständlich sind und zugleich ein Bild von dem Betriebe der Schulmathematik in Frankreich geben.

Central-Organ f. d. Int. d. R.-W. Jahrgang X (1882).

(Forts. v. Heft 2, S. 157.)

Heft 1. Reisefrüchte III. Abt. Von Strack: Bilder aus Griechenland (Athen und Umgegend; Mycenä). Recensionen: Rudolph, die Stellung der Schule zum Kampfe zwischen Glauben und Wissen. Liebau, die wissenschaftl. Befähigung für den einj.-freiw. Dienst. — Aus Religion und Deutsch 13, Französisch 12 Schriften, Geschichte 1; Geographie: Hölzel, geogr. Charakterbilder; Chemie: Krause, Chemiker-Kalender und chem. Elemententabelle. Programm- und Journalschau, Schul- und Vereinsnachrichten (Lehr- und Prüfungsordnungen u. dgl.).

Heft 2. Neusprachliche Sprechübungen. Recensirt: Spencer, die Erziehung. Deutsche und englische Schriften ca. 10. — Naturgeschichtliche Schulbücher von Meyer (der Mensch als lebendiger Organismus); Thomé, Baenitz, Hofmann, Trefz, Zoologieen; Schlechtendal-Wünsche, Insekten; Werner, mineralog.-geolog. Tabelle. Mathematik von Gallenkamp, Reishaus und Adam (drei elem. Werke). — Journalschau.

Pädagogisches Archiv. Jahrgang XXIV.

(Forts. v. Heft 2, S. 158.)

Heft 1. Rückblick auf die bisherigen Verhandlungen über die Vermehrung der Berechtigungen der Realschule. Von Krumme. — Zur Frage der formalen Bildung von Schmeding. — Pädagog. Bibliographie.

Heft 2. Über die akademische Studienfreiheit in Beziehung zur Realschulfrage. Von Schwalbe. — Die ungarischen Gymnasien I. — Unter den Anzeigen (meist philologischer Bücher) ist auch ein Lebensabrifs von Plötz. — In „Päd. Zeitung“ werden die Resultate einer Gehör-Untersuchung von 4500 Schulkindern, angest. von Dr. Weil, mitgeteilt.

(Oest.) Zeitschr. f. d. Realschulwesen. Jahrgang VII.

(Forts. v. Heft 2, S. 160.)

Heft 1. Über das Demonstrieren von Insekten. Von Standfest. Die Theorie der geogr. Netze von Scheller. —

Schulnachrichten: Jahresbericht des Vereins „Mittelschule“ in Wien. — Eines Philosophen Ansicht über den deutschen Aufsatz und den Unterricht in den alten Sprachen. Zur österr. Schulgesetzgebung (Übergang der Maturi von der Mittelschule in ein Lehrerseminar). — Unter den Recensionen befinden sich Weinholds physikal. Demonstrationen (angez. von Handl), dann noch Saporta, vormenschliche Pflanzenwelt, Werner, mineral.-geolog. Tabellen, Meyer-Martus, Lehrbuch der Geometrie. — Journal- und Programmschau.

Heft 2. Zur Einführung in die Anfangsgründe der darstellenden Geometrie. Von Tilšer (Fortsetzung).

Schulnachrichten: Statistik und Berechtigungen der höheren Schulen Preufsens. — Recensirt sind: Leukart-Nitsche, zoologische Wandtafeln; Menger, Grundlehren der Geometrie, Worpitzki, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. — Journal- und Programmschau. Bibliographie.

Bei der Redaktion eingelaufen.

a) Mathematische Schulbücher.

Bardey, Arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik. 2. Aufl. Leipzig, Teubner, 1882.

Bardey, Aufgabensammlung, method. geordnet. 10. Aufl. ib.

Treutlein, Übungsbuch für den Rechenunterricht an Mittelschulen. 1.—2. T. Lahr, Schauenburg. 1882.

Hertter, Zeichnende Geometrie. 1. Abt. Stuttgart, Metzler. 1882. (Ohne Figuren!)

Heger, Leitfaden für den geom. Unterricht. 1. T. Planimetrie. Breslau, Trewendt. 1882.

Abendroth, Anfangsgründe der analyt. Geometrie d. Ebene. Ib. 1882.

Milinowski, Elementar-synthetische Geometrie der Kegelschnitte. Lpz., Teubner. 1882.

Hochheim, Aufgaben aus der analyt. Geometrie der Ebene. 2 Hefte. A) Aufgaben und B) Auflösungen. ib. 1882.

b) Naturwissenschafliche Schulbücher.

Münch, Lehrbuch d. Physik. 7. Aufl. Freiburg i. B., Herder. 1882.

Krist, Anfangsgründe der Naturlehre für die Unterklassen der Realschulen. Wien, Braumüller. 1881.

— Anfangsgründe der Naturlehre für die Mittelschulen, besonders der Gymnasien. **11.** Aufl. Ib.. 1882.

Haedicke, Der Angriffspunkt des Auftriebs. Orell-Füfsli, Zürich. 1881.
Die Projektionskunst für Schulen, Familien und öffentl. Vorstellungen. 8. umgearb. Aufl. (Liesegangs Bibl. f. Photogr. Nr. 16.) Düfseldorf, Liesegang. 1882.
Schelle, Lehrgang der populären Astronomie u. math. Geographie. 2. verb. Aufl. Kempten, Kösel. 1882.
Dronke, Leitfaden für den Unterricht in der Geographie a. h. Lehranstalten. T. I. propäd. Cursus. 2. Aufl. Bonn, Weber. 1882.
Kaltbrunner-Kollbrunner, Der Beobachter. 10.—11. Lief. (Schlufs). Zürich, Wurster u. C. 1881.
Krafs-Landois, Der Mensch u. das Tierreich. 4. Aufl. Freiburg i. B. Herder. 1882.
— — das Pflanzenreich in Wort und Bild. 2. Aufl. Ib.

c) Wissenschaftliche Werke für Lehrer und Studierende.

Muir, A Treatise of the Theorie of Determinants. London, Macmillan and Co. 1882.
Dronke, Einleitung in die analytische Theorie der Wärmeverbreitung. (Unter Benutzung der hinterlassenen Papiere des Herrn Prof. Beer und Plücker.) Lpz., Teubner. 1882.
Klein, Über Riemanns Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale (eine Ergänzung der gewöhnlichen Darstellungen). Lpz., Teubner. 1882.
Leunis-Frank, Synopsis der drei Naturreiche. II. T. Botanik. 3. Aufl. I. Band (allgem. Teil), 1. Abt.
Schulze, Philosophie der Naturwissenschaft. 2. T. Lpz., Günther. 1882.
Günther, Parabolische Logarithmen u. parabolische Trigonometrie. Lpz. Teubner. 1882.
Baltzer, Theorie u. Anwendung der Determinanten. 5. Aufl. Leipzig, Hirzel. 1881.
Baltzer, Analytiscbe Geometrie (neu), ib. 1882.

Zeitschriften und Programme.

Zeitschrift f. Schulgeogr. III, 4.
Zeitschr. f. wissensch. Geogr. Bd. III. Hft. 1.
Päd. Archiv. XXIII, Hft. 8 (nachträglich als Ergänzung) u. XXIV, 4.
Zeitschr. f. naturgemäfse Erziehung von Straufs (neu). 1. Jhrg. Nr. 1—3. Nürnberg, im Selbstverlage des Verfassers.
Central-Organ f. d. I. d. R.-W. X, 3. 4.
Revue de l'Instruction publique en Belg. XXV, 1.
Journal de Mathématiques élémentaires etc. VI, 3 (März) u. 4 (April).
Nouv. Annal. de Mathémat. 30. sec. Mars et Avril. 1882.
Öst. Zeitschr. f. R.-W. VII, 4.
Ludwig, Pilzwirkungen. Progr. des Gymn. zu Greiz. (Ostern 1882).
Gusserow, die Inhaltsermittelung der Körper aus ihren Projectionen. Progr. d. Doroth. Realsch. O. 1882. i. Berlin (ib. bei Weidmann 1882).
Weilenmann, der geometrische Unterricht i. Mittelschulen. Progr. d. Kantonschule i. Zürich 1882.

Briefkasten.

Hr. H. i. A. „Die Hesse'sche Auflösung kubischer Gleichungen in schulgemäfser Form." Dieser Artikel genügt uns deshalb nicht, weil die Hesse'sche Auflösung gar nicht mitgeteilt ist und doch nicht bei allen als bekannt vorausgesetzt werden kann. Es mufsten also beide Auflösungen, die Hesse'sche und Ihre modifizierte („schulgemäfse") Form derselben nebeneinandergestellt und — verglichen werden. Zugleich waren die

Vorzüge der letztern für das praktische Rechnen durch ein recht instruktives Zahlenbeispiel zu illustrieren. Unsere Zeitschrift verfolgt eine genauere, eingehendere Methode, als viele andere Schulzeitschriften und will zugleich für den Unterricht direkt Verwertbares bringen. Anwendungen! Nicht blose Theorie! — **X. i. Y.** Was Ihren (uns von der Redaktion d. Z. f. M. u. Phys. überlassenen) Artikel „zur elementaren Behandlung der Kegelschnitte" (Aufgabe: Von einem Punkt *P* aufserhalb einer Ellipse Tangenten an dieselbe zu legen, ohne die Kurve zeichnen) betrifft, so fehlt der Nachweis, ob Ihre Auflösung neu ist und inwiefern sie über die gewöhnl. Lösungen hinausgeht, worin ihr wissenschaftlicher und — was für unsere Zeitschrift die Hauptsache ist — besonders ihr didaktischer Wert resp. Vorzug besteht. Artikel dieser Art, ohne Angabe dieser Eigenschaften, finden sich häufig in andern Zeitschriften, u. a. auch in den bair. Blättern für Gymn.- u. Realschul-Wesen. (Vgl. unsere Journalschau Hft. 2. S. 60). Dieselben haben für uns keinen Wert, wir wollen in jedem (Original-) Artikel ein literar.-geschichtl. und didaktisches Moment sehen. Wir sind ein paar mal recht „hineingefallen", indem uns längst Bekanntes „aufgewärmt" wurde, was uns von andrer Seite Vorwürfe und Spott zuzog, und darum sind wir zur äufsersten Vorsicht gezwungen. — **H. i. D.** „Eine Anwendung der analytischen Geometrie zur Behandlung von Aufgaben aus der Zinsrechnung". Das ist einmal etwas Interessantes und vielleicht auch Neues. Findet Aufnahme. Warum senden sie aber Ihren Artikel nicht an die Redaktion? Ist Ihnen diese so unbekannt? — **H. i. L.** „Einige Bemerkungen über den Rechnen- (Rechnen?) Unterricht." Behandelt bereits Bekanntes (kurze Division, Rechnungsvorteile, Setzen des Kommas) in weitschweifiger Form. Die 21 Briefseiten liefsen sich wohl auf 7 reduzieren. — **F. i. L.** Was sollen uns Ihre Schulnachrichten? Zur Schulstatistik nützt ein einzelnes Programm nichts.

An viele: Wir haben in neuerer Zeit zahlreiche (teils recht dickleibige) Artikel f. d. Z. erhalten, mit der Anfrage, ob wir sie aufnehmen wollen und mit dem Wunsche, sie recht bald gedruckt zu sehen. Wir müfsen hierauf erwidern: eine Zusage der Aufnahme können wir schwerlich geben, da wir nicht wissen, ob wir sie erfüllen können. Oft stellt sich plötzlich die Notwendigkeit einer Änderung des Arrangements heraus, so dafs wir unbedingt ausscheiden oder zurücklegen müssen, zumal wenn sich Entgegnungen nötig machen, welche verschoben (verspätet) an ihrer Frische und Unmittelbarkeit Einbufse leiden würden oder auch, wenn ein vorzüglicher Artikel eingeht, der den andern den Rang abläuft, (cf. Hauck, Günther, Bardey). Wenn nun aber gar der Einsender das Verlangen stellt, seinen Artikel „gleich ins nächste Heft" gebracht zu sehen, so ist das wirklich recht naiv. Ein Jahr Lagerungszeit ist bei der Menge des vorliegenden Materials nicht zu viel gerechnet. Leider dominiert in den Artikeln immer noch die Mathematik, die doch seit nun 12 Jahren hinreichend berücksichtigt wurde und unser schon oft ausgesprochener Wunsch, man möge doch nun endlich die Didaktik der einzelnen Naturwissenschaften mehr bearbeiten, bleibt unerfüllt. Es scheint, als ob diese Didaktik noch recht unausgebildet sei oder als ob recht wenige Lehrer sich damit befafsten. Immer wieder ist zu bemerken, dafs Artikel ohne Berücksichtigung der Didaktik den andern nachstehen müssen. Die Zeitschrift behandelt den — „Unterricht"!

S. i. P. Ihre zweite Umarbeitung des Art. „über allgemeine Zahlzeichen (kritische Studie)" eingelaufen, die erste vernichtet. — **K. i. Gr.** Das „in" in der Division. Es wäre recht schön, wenn Sie für die Zeitschrift Ihr Auferstehungsfest feierten.

Fortschritt oder Stillstand?

Ein Wort zur Verständigung.*)

Von Dr. Josef Diekmann in Viersen (Rheinprovinz).

Die Determinanten sind in der letzten Zeit vielfach Gegenstand von Erörterungen teils in öffentlichen Versammlungen,**) teils in Zeitschriften gewesen, und es sind dabei neben den Stimmen warmer Befürworter derselben Urteile laut geworden, welche sich zur Aufnahme derselben in das Pensum unserer höheren Lehranstalten, namentlich der Gymnasien, ablehnend verhalten. Wenn man aber die Gründe näher ansieht, welche zu den geäufserten Bedenken Veranlassung geben, so beruhen sie meiner Ansicht nach teils auf einer ganz irrtümlichen Meinung über den Umfang, in welchem die Determinanten etwa als „Lehre" Platz greifen sollen, teils glaubt man den Wert derselben nach einer Seite hin verlegen zu müssen, auf welcher er erst in zweiter, wenn nicht letzter Linie zu suchen ist. Die Bedenken richtig zu stellen, den Wert der Determinanten innerhalb des Schulpensums zu präcisieren und zugleich darauf hinzuweisen, welche Bedeutung es für die ganze Entwicklung der Algebra an unsern Schulen haben würde, wenn man ein allgemeines Verdikt gegen dieselben aussprechen und verwirklichen wollte, soll Gegenstand nachfolgender Zeilen sein.

Es sei gleich von vornherein bemerkt, dafs die Bedeutung der Determinanten für den Unterricht nicht so sehr in der

*) Mit diesem Aufsatze wollen wir die Reihe der Arbeiten über die Determinanten im Schulunterricht schliefsen, da sich ja doch die Leser nun ihr Urteil gebildet haben werden. Doch empfehlen wir zur praktischen Bethätigung in diesem Kapitel nochmals das Aufgaben-Repertorium (Vergl. unsere Nachschrift i. Jahrg. XII_6, S. 417). Die Red.

**) Direktorenversammlung zu Hannover 1879. Mathem.-Sektion der 35. Versammlung von Philologen und Schulmännern zu Stettin 1880.

„Raschheit“ zu suchen ist, mit der bei Zahlenelementen ihr numerischer Wert ausgerechnet werden kann, und dem entsprechend auch nicht in der „Fixigkeit“, mit der man unter ihrer Benutzung aus einem System von Gleichungen den Wert einer Unbekannten hinzuschreiben weiſs, obschon sie auch hier unter Umständen groſse Vorteile gewähren, wie ich noch kürzlich gezeigt habe. Angesichts dessen scheint es mir ein Kämpfen gegen eine nicht vorhandene Gefahr, gegen ein Phantom zu sein, wenn man einen Feldzug gegen die Determinanten unternimmt aus Furcht, dieselben könnten die üblichen Methoden bei Auflösung numerischer Gleichungen verdrängen, wie es letzthin Herr Bardey in mehr als ausführlicher Weise gethan hat; das wird auch der enragierteste Freund der Determinanten nicht bezwecken. Aber die Determinanten haben nicht nur den Wert „wunderbarer arithmetischer Gebilde“, wie sich der genannte Herr ausdrückt, sondern jener „praktischen“ Frage steht noch eine andere, nämlich die pädagogische und wissenschaftliche gegenüber. Dem vielfachen Andrängen gegenüber von Berufenen und Unberufenen in der Neuzeit haben die weitaus meisten unserer höheren Bildungsanstalten energisch betont, daſs es weniger ihre Aufgabe sei Berufskenntnisse zu erzielen als geistige Elasticität und Dehnbarkeit des Auffassungsvermögens; was nach dieser Seite hin für den mathematischen Unterricht die Determinanten als Mittel leisten, wird sich im Laufe der Untersuchung zeigen. An sich beruht ihr Wert zunächst darin, daſs sie ein leicht faſsliches und durchsichtiges Symbol für mehr oder minder komplizierte Aggregate von Produkten sind. Von dieser rein symbolischen Seite aufgefaſst gewähren sie die Möglichkeit, sich bei der Aufnahme ihrer „Lehre“ beliebig zu beschränken. Man kann an gelegener Stelle geradezu definierend verfahren und aus den gegebenen Definitionen die paar Sätze, welche man für den Unterricht nötig hat, ableiten, ohne ungründlich oder unwissenschaftlich zu sein. Eine solche passende Stelle bietet sich am besten zwischen den Gleichungen mit 2 und denen mit mehr als 2 Unbekannten, indem der konstante Nenner für die Unbekannten bei den Gleichungen mit 2 Unbekannten als Überleitung zu der abkürzenden Symbolik benutzt werden kann.

Ist der Schüler damit vertraut, dann bieten die Determinanten das Mittel, diejenigen Fragen, welche den wichtigsten Teil des Pensums der Algebra an unsern Schulen bilden, mit der erforderlichen Gründlichkeit und im Anschlufs an den Standpunkt der heutigen Wissenschaft zu lösen.

An erster Stelle tritt uns hier das Problem der Elimination bei linearen Gleichungen mit mehreren Unbekannten entgegen. Fragt man sich, welches der eigentliche Gedanke ist, der den gewöhnlichen Eliminationsmethoden zu Grunde liegt, so ist es der: aus n Gleichungen mit n Unbekannten eine neue Gleichung abzuleiten, welche eine Unbekannte weniger enthält. So methodisch und sicher nun auch hiermit ein Schüler operieren kann, so lange es sich um numerische Gleichungen mit 2 oder unter Umständen auch mit 3 Unbekannten handelt, ebensowenig wird dieses Verfahren bei einer gröfseren Anzahl von Gleichungen zumal mit algebraischen Koeffizienten anwendbar, mit andern Worten, das allgemeine Problem kann mit einem verständlichen Endresultate nicht gegeben werden. Kennt er aber die Symbolik der Determinanten und Unterdeterminanten, so kann er schon bei Gleichungen mit 3 Unbekannten sehen, dafs die Sätze, welche bei diesem Eliminationsverfahren zur Anwendung kommen, ganz unabhängig sind von der Zahl der Elemente der Determinanten; er kann also das allgemeine Problem: aus n Gleichungen mit n Unbekannten direkt eine Gleichung mit einer Unbekannten abzuleiten, bestimmt formulieren; er erhält z. B.:

$$Rx = Q$$

wo R die Determinante und den Koeffizienten der Unbekannten bedeutet, und Q in bekannter Weise aus R entsteht; und der Schüler weifs auch, dafs und wie er eventuell R in Produkten ausrechnen könnte, wenn es überhaupt hier Wert hätte. Dafs man dem Schüler hierbei zeigt, wie man auch bei numerischen Gleichungen mit Hülfe der Determinanten die Wurzeln findet, halte ich für selbstverständlich, und habe ich ein brauchbares Verfahren bei Gleichungen mit 3 Unbekannten kürzlich angegeben;*) den Schüler zu zwingen, nun ausschliefslich bei

*) Diese Ztsch. XII, 425.

numerischen Gleichungen Determinanten anzuwenden, dazu wird sich kein vernünftiger Lehrer verstehen; Verfasser hat es wenigstens nie befürwortet und niemals gefordert.

Aber gerade an dieser Stelle gestatten die Determinanten mit ihrer leicht verständlichen Symbolik noch die gründliche Erörterung einer Frage, welche bislang wenig Beachtung fand.

Ist es schon bei Gleichungen mit 2 Unbekannten z. B. von der Form

$$2x + 3y = 10$$
$$4x + 6y = 17$$

schwer, dem Schüler einen einigermafsen ausreichenden Begriff davon zu geben, weshalb derartige Gleichungen, ohne gerade abhängig zu sein, (geometrisch: parallele Linien) keine gemeinschaftlichen Wurzeln haben, so kompliziert sich diese Frage erst recht bei Gleichungen mit 3 und mehr Unbekannten. Die Frage nach der Zusammengehörigkeit oder Nichtzusammengehörigkeit der Gleichungen, der Begriff der Abhängigkeit und Unabhängigkeit, mit einem Worte: die Frage nach der Auflösbarkeit der Gleichungen ist von der Wissenschaft umfassend und allgemein gelöst. Wenn aber die Schule es nicht allein als ihre Aufgabe betrachten kann, bei den Schülern operative Sicherheit in der mechanischen Auflösung zu erzielen, sondern auf dem Gebiete, auf welchem sich der Schüler bewegt, auch diejenigen Fragen zu erörtern, welche die Grundlage bilden für eine klare Erkenntnis des innern Zusammenhanges der Gleichungen und der Grenzen für die Anwendbarkeit der geläufigen Auflösungsmethoden, wenn also mit der so zu sagen technischen Ausbildung auf einem Gebiete auch die intellektuelle Hand in Hand gehen soll, so darf die Schule über diese Fragen nicht hinweggehen. Eine gründliche Erledigung derselben ist ihr aber an dieser Stelle nur dann möglich, wenn sie für die gröfsern Koeffizientenverbindungen, so leicht verständliche und so einfachen Gesetzen unterworfene Symbole hat, wie sie die Determinanten darbieten.*)

Wenden wir uns zu einem andern Gebiete. Die neuere

*) Vergl. Heilermann und Diekmann, Algebra. I. Teil. 2. Auflage p. 95 und 105.

Algebra hat den binären Funktionen der 4 ersten Grade je ein bestimmtes, nur von den Koeffizienten derselben abhängiges System von Formen zugeordnet, deren Verschwinden sowohl für die algebraische Form der Funktion als auch für die Wurzeln der entsprechenden Gleichung von höchst charakteristischer Bedeutung ist, und ihnen den Namen Invarianten beigelegt. Es sei fern von mir, für die Aufnahme dieser wichtigen Theorie in ihrem vollen Umfange auch nur innerhalb der 4 ersten Grade ein Wort zu sprechen. Aber ihre wichtigsten Ergebnisse, soweit sie direkt die von der Schule behandelten Probleme berühren, zu verwerten und sich dabei mutatis mutandis den wissenschaftlichen Anschauungen anzupassen, halte ich heute für geboten, weil leicht zu erfüllen. Für eine quadratische Gleichung $ax^2 + 2bx + c = 0$ ist eine solche Form die Diskriminante $\Delta \equiv b^2 - ac$. Dafs diese Form mit einem besonderen Namen ausgezeichnet zu werden verdient, ergibt sich nicht allein daraus, weil von ihrem Werte die Beschaffenheit der Wurzeln und die gröfsten, resp. kleinsten Werte der quadratischen Funktion, von ihrem Verschwinden aber die Gleichheit der Wurzeln abhängt, sondern mit ihrer Hülfe kann auch die linke Seite der Gleichung als Produkt linearer Faktoren, z. B. in der Form

$$(ax + b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2 = 0$$

dargestellt werden.

Dieser Gedanke, die Zerlegung in Faktoren direkt an der algebraischen Form vorzunehmen, wie es die neuere Algebra lehrt, ist ein sehr fruchtbarer. Nicht allein ist darin die Lösung der Gleichung enthalten, sondern derselbe Gedanke kehrt bei den quadratischen Gleichungen mit mehreren Unbekannten, sowie bei den Gleichungen 3. und 4. Grades wieder, bringt also das ganze Gebiet unter einen einheitlichen Gesichtspunkt. Aufserdem sieht man im vorliegenden Falle sofort, dafs für $\Delta = 0$ die linke Seite der Gleichung ein vollständiges Quadrat wird. Man hat also in dem Begriff der Diskriminante ein äufserst wichtiges Kriterium für die Bedingung, welcher man die Koeffizienten einer quadratischen Form zu unterwerfen hat, wenn dieselbe ein vollständiges Quadrat werden soll. Sie bietet aufserdem, worauf Verfasser schon bei einer andern Gelegenheit hin-

gewiesen, ein fruchtbares Feld für neue Anschauungen und neue Aufgaben, die sehr geeignet sind, die Thätigkeit des Schülers anzuregen und zu beleben.*) Wenn ich hier nochmals im Allgemeinen das Wort für sie zu ergreifen mir gesttatte, so geschieht es, um der Meinung Ausdruck zu geben, dafs die Schule sich nicht begnügen soll, ausschliefslich die Fufstapfen des Diophant und Cardano immer wieder von neuem auszutreten, sondern dafs sie es sich möge angelegen sein lassen, da wo es möglich ist, den Anschlufs an die heutige Wissenschaft nicht zu versäumen.

Die quadratischen Gleichungen mit 2 Unbekannten bieten in der heutigen Behandlungsweise wenige allgemeingültige Gesichtspunkte; es fehlt ihnen die gemeinsame Basis, auf welcher sich die Lehre derselben unabhängig von besondern Formen der Gleichungen aufbaut. Wir kennen die geläufigen Methoden zur Genüge und Verfasser selbst hat dieselben vor mehreren Jahren noch um einige bis dahin nicht bekannte vermehrt.**) Indessen man mag die Sache wenden und drehen wie man will und noch so „systematisch“ oder „methodisch“ verfahren, es kommt immer darauf hinaus, an gewissen typischen Formen exemplifikatorisch zu verfahren, und den Schüler auf dem Wege einer unvollständigen Induktion mit analogen und verwandten Formen bekannt zu machen, ohne ihn auf dem Gebiete zu orientieren oder ihn die Bedingungen zu lehren, von welchen die Lösbarkeit abhängt. Wie unzuverlässig aber diese Methoden sein können, wenn man keine bestimmten Grenzen zieht, und namentlich den Schüler nicht mit der Bedeutung der algebraischen Prozesse im Sinne der allgemeinen Elimination bekannt macht, will ich an einem Beispiel zeigen. Eine beliebte Methode die Gleichungen von der Form

$$x + y = 5$$
$$xy = 6$$

zu lösen besteht darin, die erste zu quadrieren u. s. w. und dann $x - y$ zu finden. Man erhält im vorliegenden Falle $x - y = \pm 1$,

*) Diese Ztschr. IX, 347.

**) Einleitung in die Lehre von den Determinanten. Essen 1876. Diese Zeitschr. IX, pag. 424.

als eine Gleichung, welche mit den beiden gegebenen gemeinschaftliche Wurzeln haben soll. Kombiniert man mit der ersten Gleichung, so erhält man in der That Werte, welche beiden Gleichungen genügen. Kombiniert man aber $x - y = 1$ etwa durch Substitution mit der zweiten, so erhält man unter andern auch $x = -2$, $y = -3$, welche Wurzeln den vorliegenden Gleichungen nicht genügen. Wie kommt das? Nun, daher weil man das Problem erhöht hat; indem man nämlich die erste Gleichung quadriert, schafft man 2 Gleichungen 2. Grades, welche bekanntlich 4 gemeinschaftliche Wurzeln haben; und in der That genügen die Werte $x = -2$, $y = -3$ dann beiden Gleichungen. Wollte man also gründlich sein, so hätte man zu sagen, die Methode liefert nur dann gemeinsame Wurzeln, wenn der gefundene Wert $x + y$ mit der linearen Gleichung kombiniert wird. Ähnliche Untersuchungen hätte man aber bei fast allen singulären Lösungen anzustellen, wenn man strenge verfahren will.

Fragen wir uns nun einmal, welche allgemeinen Gesichtspunkte dem Schüler auf Grund seines bisher erlangten Wissens für die Lösung der quadratischen Gleichungen mit 2 Unbekannten gegeben werden können. Offenbar kann es nur der Gedanke sein mit Hülfe der gewöhnlichen Eliminationsmethoden sich eine quadratische Gleichung für x oder y zu verschaffen, oder, was dasselbe ist, lineare Gleichungen für x oder y oder einer linearen Funktion beider herzustellen, welche mit den beiden gegebenen Gleichungen gemeinschaftliche Wurzeln haben. Faſst man in diesem Sinne das Problem auf, so fragt es sich nur noch, wovon hängt die Herstellung solcher linearen Gleichungen bei der Hauptaufgabe: „die gemeinschaftlichen Wurzeln zweier quadratischer Gleichungen mit 2 Unbekannten zu suchen“ ab? Nun ist es klar, daſs der Fall, wo es sich um die Auflösung zweier quadratischen Gleichungen handelt, keine Schwierigkeit haben würde, wenn man die linke Seite einer dieser Gleichungen als das Produkt linearer Faktoren darstellen könnte. Denn man kann im letzteren Falle jede der beiden sich daraus ergebenden linearen Gleichungen mit der andern quadratischen Gleichung kombinieren um zum Ziele zu gelangen. Im Vordergrunde der Untersuchung steht also vor

allen Dingen die Frage: wann zerfällt eine quadratische Gleichung mit 2 Unbekannten in zwei lineare Gleichungen? — und hiermit kommen wir wieder auf den Begriff der Diskriminante einer quadratischen Gleichung mit 2 Unbekannten. Dieselbe kann man auf verschiedene Weise ableiten. Zunächst erhält man die Form

$$ae^2 - 2bed + cd^2 + fb^2 - afc = 0$$

wenn a, b, c, d, e, f die Koeffizienten der Gleichung sind. Es ist aber wohl nicht zu viel behauptet, dafs die Diskriminante in vorstehender Form wenig brauchbar ist. Schreibt man sie hingegen als Determinante

$$\begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0,$$

in welcher Form sie auch direkt hergeleitet werden kann,*) deren Übereinstimmung mit obiger Form aber auch leicht zu erkennen ist, so sieht man sofort, wann das Verschwinden eintritt. Die elementarsten Sätze lehren zwei einfache Fälle kennen, in welchen eine Determinante Null wird; nämlich wenn eine Reihe Null ist, oder zwei Reihen gleich oder proportional sind. Man kann somit auch ohne jede Schwierigkeit die allgemeinsten solcher Gleichungen aufstellen, welche in lineare zerfallen. Der Vorteil, den hier die Determinantenform bietet, ist so in die Augen springend, dafs es meiner Ansicht nach darüber gar keiner Diskussion bedarf.

Wenden wir diese Anschauung jetzt in analoger Weise auf das allgemeine Problem zweier quadratischen Gleichungen, welche kurz mit $F = 0$ und $F_1 = 0$ gegeben sein mögen, an. Das gewöhnliche Eliminationsverfahren führt zum Ziele, wenn man einen Faktor (Divisor) λ so bestimmen kann, dafs bei der Addition in

$$F + \lambda F_1 = 0$$

eine solche Gleichung herauskommt, welche nach x oder y oder einer linearen Funktion derselben auflösbar ist; d. h. in unserm Sinne gesprochen, wenn $F + \lambda F_1$ in zwei lineare Faktoren zer-

*) Siehe diese Zeitschr. XII, 97.

fällt. Die Bedingung hierfür ist aber das Verschwinden der Diskriminante. Diese lautet, wenn man $F + \lambda F_1$ nach x und y ordnet, analog wie oben

$$\begin{vmatrix} a + \lambda a_1 & b + \lambda b_1 & d + \lambda d_1 \\ b + \lambda b_1 & c + \lambda c_1 & e + \lambda e_1 \\ d + \lambda d_1 & e + \lambda e_1 & f + \lambda f_1 \end{vmatrix} = 0,$$

worin die indicirten Buchstaben die Koëffizienten von F_1 bedeuten. Hieraus kann man also stets solche erforderlichen Werte λ berechnen, falls es gelingt, diese kubische Gleichung für λ zu lösen. Der Schüler sieht also, dafs das allgemeine Problem für ihn an dieser Stelle noch nicht lösbar ist, da es von einer kubischen Gleichung abhängt (die gewöhnliche Elimination führt auf eine wenig diskutierbare Gleichung vierten Grades); allein da er diese kubische Gleichung in Determinantenform vor sich hat, so kann er ebenfalls mit Hilfe sehr elementarer Sätze diejenigen Fälle bestimmen, in welchen diese Gleichung für ihn lösbar wird, und er kann danach auch leicht diejenigen typischen Formen bestimmen, welche lösbare Gleichungen liefern. Doch das ist nicht einmal nötig; er hat in der Diskriminante ein sehr einfaches und wegen der linearen Form, in welcher die Elemente obiger Determinante auftreten, auch ein leicht diskutierbares Mittel, sich von vornherein zu vergewissern, ob die ihm vorliegenden Gleichungen lösbar sind oder nicht, er hat eine wissenschaftliche Grundlage, auf der die ganze Lehre der quadratischen Gleichungen basiert. Dabei sei es fern von mir, darauf dringen zu wollen, der Schüler solle, ohne die durch die Art der Gleichungen gebotenen Vorteile benutzen zu dürfen, jedesmal erst die Diskriminante aufstellen; — das liegt mir ebenso fern als bei Auflösung linearer Gleichungen lediglich Determinanten zu fordern. Kann der Schüler einen solchen Eliminationsfaktor λ leicht erkennen, so mag er ihn direkt benutzen; wenn er sich nur über das Verhältnis einer solchen singulären Lösung zur allgemeinen Methode klar ist, nicht versuchsweise operiert, und Kunstgriff von Methode zu unterscheiden weifs. Um nicht mifsverstanden zu werden, will ich mir erlauben, noch ein bekanntes Beispiel anzuführen. Ich wähle die kanonische Form, einmal weil diese Art von Glei-

chungen in der verschiedenartigsten algebraischen Gestalt auftreten, und dann weil man bei ihnen auch bisher im Stande war, einen bestimmten Weg zur Auflösung anzugeben. Ist gegeben

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 = d$$
$$a_1x^2 + 2b_1xy + c_1y^2 = d_1$$

so lautet eine Auflösungsmethode: man suche $\frac{x}{y}$ durch Elimination der absoluten Glieder. Wir werden sehen, dafs dieses ein singulärer Fall der allgemeinen Auflösungsmethode ist. Hat man dann $\frac{x}{y} = \alpha$, so kann man durch Substitution aus einer der Gleichungen x und y finden.

Der andere Weg lautet, man berechne x^2 und y^2 unabhängig von dem Gliede xy; durch Multiplikation erhält man eine quadratische Gleichung für xy. Aber diese Gleichung für xy ist, als Gleichung mit mehreren Unbekannten aufgefafst, eine (unvollständige) Gleichung vierten Grades mit 2 Unbekannten, sie mufs also mit einer der gegebenen Gleichungen kombinirt 8 Werte für x und y ergeben. In der That erhält man auch 8 Werte, wenn man strenge verfährt und nicht einfach den Wert für xy einsetzt und dann die Gleichungen in Bezug auf x^2 und y^2 als lineare behandelt. Ich wähle zur Illustrierung des Verfahrens die einfachen Gleichungen

$$5x^2 - 10xy + y^2 = -11$$
$$2x^2 - 4xy + y^2 = -2.$$

Man erhält:

$$x^2 = 2xy - 3$$
$$y^2 = 4$$

(xy fehlt zur Vereinfachung der Rechnung); daraus durch Multiplikation:

$$x^2y^2 - 8xy = -12$$
$$xy = 2 \text{ und } xy = 6$$

Hieraus folgt $x = \frac{2}{y}$, oder $x = \frac{6}{y}$.

Substituiert man den ersten Wert in eine der gegebenen Gleichungen, etwa in die zweite, so erhält man

$$y^4 - 6y^2 + 8 = 0 \text{ oder } y_1 = \pm 2, \; y_2 = \pm \sqrt{2}$$

aus $y_1 = \pm 2$ folgt $x_1 = \pm 1$ und diese Werte genügen beiden Gleichungen. Hingegen folgt aus $y_2 = \pm \sqrt{2}$ der Wert $x_2 = \pm \sqrt{2}$ und diese beiden Werte genügen den Gleichungen nicht, sind also keine „Auflösungen“. Das angegebene Verfahren ist also an dieser Stelle unberechtigt, oder nur mit Einschränkung zulässig, weil es besondere Untersuchungen nötig macht; es erhöht das Problem unnötiger Weise und ist, wie das Seite 264 angegebene, in diesem Sinne ein „Kunstgriff“.

Was lehrt nun das allgemeine Verfahren? „Man multipliziere die eine Gleichung mit einem solchen Faktor λ, dafs bei der Addition (bezw. Subtraktion) beider eine lösbare Gleichung herauskommt.“ Die Gleichung für λ ist

$$\begin{vmatrix} 5+2\lambda & -(5+2\lambda) & 0 \\ -(5+2\lambda) & (1+\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 11+2\lambda \end{vmatrix} = 0$$

oder

$$(11+2\lambda)(5+2\lambda)(4+\lambda) = 0,$$

d. h. $\lambda_1 = -\frac{11}{2}$. Dieser Wert lehrt die absoluten Glieder eliminieren, und dann $\frac{x}{y}$ finden; es ist das bekannte Verfahren.

$\lambda_2 = -\frac{5}{2}$, dieser Wert sagt, man soll die erste Gleichung mit 2, die andere mit 5 multiplizieren und dann subtrahieren; man erhält direkt $y^2 = 4$. Auch dieser Eliminationsfaktor hätte unter Umständen aus obigen Gleichungen erkannt werden können, obschon ich es dahin gestellt sein lassen will, ob nicht die Mehrzahl der Schüler den Umweg gemacht hätte, durch Subtraktion zuerst y^2 zu eliminieren.

$\lambda_3 = -4$ lehrt das vierfache der zweiten Gleichung von der ersten subtrahieren, und liefert $x - y = \pm 1$.

Man erhält also in dem allgemeinen Verfahren nicht nur eine singuläre Auflösung, sondern die Gesamtheit der Mittel, welche zur Auflösung führen. Es gründet das ganze Gebiet der quadratischen Gleichungen auf einen einzigen sehr einfachen Gedanken, und es tritt an die Stelle eines Konglomerates von Aufgaben ein geordnetes Ganze und dieses ist der bisherigen Behandlungsweise nicht möglich. In-

dem der Schüler von vornherein in den eigentlichen Kern der Sache dringt, wird es ihm nicht nur möglich, eine klare Auffassung zu gewinnen von dem Zusammenhange der Aufgaben, die für ihn hier in Betracht kommen können, sondern es erhalten auch die gewöhnlich angewandten singulären Lösungen ihre eigentliche und wesentliche Bedeutung; der Schüler begreift, wie sie sich anlehnen an den einen das ganze Gebiet durchziehenden Gedanken.

Es sei mir gestattet, noch auf eins hinzuweisen. In dieses Gebiet der quadratischen Gleichungen werden gewöhnlich auch noch Gleichungen verwiesen, die von einem viel höheren Grade sind. Bei den mit einer Unbekannten sind sie genau begrenzt, es sind solche, welche in Bezug auf eine Potenz von x quadratisch sind, und die reciproken Gleichungen. Auch die höheren Gleichungen mit mehreren Unbekannten lassen sich hinsichtlich ihrer Lösbarkeit ähnlich begrenzen, nur treten an Stelle der reciproken die symmetrischen und symmetralen Gleichungen 3., 4. und 5. Grades. Auch sie lassen eine allgemeine methodische Behandlung zu und die vielen speziellen (unvollständigen) Formen dieses Gebietes erhalten dadurch Zusammenhang. Der Raum gestattet es mir nicht, hier näher darauf einzugehen. Man trenne sie daher von den vorhergehenden, um so mehr, da sich die Anzahl der Wurzeln bei ihnen bedeutend vergröſsert.

Soll nun die Schule angesichts eines solchen Gewinnes für den Intellekt des Schülers, wie ich ihn nur in einigen Zügen zu skizzieren versucht habe, nicht Alles aufbieten, ihn möglich zu machen? Wird das nicht, pädagogisch und wissenschaftlich genommen, mehr wert sein, als Aufgaben auf Aufgaben zu häufen, um das Gebiet schlieſslich immer mehr — zu verdichten? Die Vorbedingung hierfür ist allerdings, wie wohl aus Vorstehendem hinreichend hervorgeht, daſs der Schüler mit Determinanten umgehen lerne. Seit einer Reihe von Jahren kämpft Verfasser an der Seite mancher Kollegen mit für Aufnahme der dem heutigen Standpunkte der Wissenschaft angepaſsten Prinzipien. Eine wesentliche Unterstützung bieten dazu, insofern es sich um die Algebra handelt, die Determinanten. Nicht die aprioristisch aufgebaute, in sich abgeschlossene Theorie derselben, sondern hier genügen die allerelementarsten Kenntnisse;

und diese sind nicht so sehr Selbstzweck als Mittel, — Mittel, durch welche auch die Schule sich den Konnex mit der Wissenschaft wahren kann. Heute, wo man anfängt den Versuch zu machen, die Sache zu majorisieren, oder gelegentlich und nicht gelegentlich zu diskreditieren, ist es vor allen Dingen notwendig, sich auch die Tragweite eines solchen Beginnens klar zu machen; es hieſse für unser Fach den Stillstand proklamieren. Denn wie die Algebra nicht recht vorwärts kommen konnte, bevor man es verstand, für eine von allen zufälligen Eigenschaften befreite Zahl ein allgemeines Symbol zu wählen, wie die Logarithmen sich gründen auf die Symbolik der Exponenten, so beruht auch hier der Fortschritt wieder in einem Symbol. Alle Lehrgegenstände an unseren höheren Lehranstalten haben mehr oder weniger von den Ergebnissen der Forschung gewonnen. Sollen wir zusehen, wie die Wissenschaft in unserem Fache, und zwar auf einem der Schule eigensten Gebiete, hoch über unsere Köpfe dahingeschritten ist, und uns selbst verurteilen, ewig in den seit Jahrhunderten tief ausgefahrenen Geleisen weiter zu pflügen? Lasse man also wenigstens der Sache ihren ruhigen Lauf, warte man namentlich, bis die Lehre von den Determinanten in ihrem für die Schule bestimmten Umfange methodisch durchgearbeitet und geklärt ist. Ein Definitivum herbeiführen zu wollen, ist, so weit ich aus dem heutigen Standpunkte der Debatten ersehen kann, mindestens verfrüht, wie es in seiner Wirkung vergeblich sein dürfte, wenn die Sache an sich lebenskräftig ist; ist sie das aber nicht, so ist ein Verdikt nicht nötig. — Andere Länder geben uns bereits ein sehr bemerkenswertes Beispiel auf diesem Gebiete. —

Kleinere Mitteilungen.

Eine Anwendung der analytischen Geometrie zur Behandlung von Aufgaben aus der Zinsrechnung.

Von Dr. G. Helm, Realschul-Oberlehrer in Dresden.

Die folgenden Betrachtungen bieten Gelegenheit zu geometrischen Übungen für Prima und zu geeigneten Wiederholungen früherer Lehrstoffe.

Man trage zu den Zeiten t als Abscissen die Kapitalswerte w als Ordinaten auf, nämlich zu t_0 den Anfangswert w_0 des Kapitals, zu t den um die Zinsen vermehrten Wert

$$w = w_0 + w_0 \frac{p}{100}(t - t_0).$$

Der mit der Zeit veränderliche Kapitalswert wird also durch eine ansteigende Gerade dargestellt, deren Richtungskonstante vom Prozentsatze p und dem Anfangswerte w_0 abhängt. Für die eigentliche Zinsrechnung hat nur der Teil der Geraden, dessen Abscissen gröfser als t_0 sind, Bedeutung; der Teil $t < t_0$ entspricht dem kaufmännisch (vom Hundert) diskontierten Kapitale und führt zu dem absurden Resultate, dafs für $t = t_0 - \frac{100}{p}$ der Kapitalswert verschwindet, für noch kleinere t negativ wird. Bei strenger Diskontierung (auf Hundert) werden die Kapitalswerte im Gebiete $t < t_0$ durch eine gleichseitige Hyperbel dargestellt, welche die eben erwähnte Gerade im Punkte (t_0, w_0) tangiert. Die Aufgaben der Terminrechnung liefern daher Übungen für das Schneiden von Geraden oder Geraden und Hyperbeln (man vgl. die Aufgaben aus der Terminrechnung, die auf Gleichungen 2. Gr. führen.)

Werden zur Zeit t_0 verschiedene Kapitalien $w_0, w'_0 \ldots$, alle zu p Prozent, verliehen, so werden die durch Aufzinsung erhaltenen Werte derselben je durch eine Gerade dargestellt und alle diese Geraden bilden ein Büschel, dessen Scheitel der oben schon benutzte Punkt $\left(0, t_0 - \frac{100}{p}\right)$ ist. Dieser Punkt der Abscissenachse heifse S_0 Zur Zeit t_1 (etwa 1 Jahr nach t_0) mögen die Kapitalien nebst Zinsen

wieder zu p Prozent angelegt werden. Ihre Werte sind nun durch die Geraden eines Büschels dargestellt, dessen Mittelpunkt S_1 der Punkt $\left(0, t_1 - \frac{100}{p}\right)$ ist. Abermals nach einem Jahre, zur Zeit t_2, geschehe das Entsprechende: man erhält ein Büschel aus S_2 etc. Beliebige zwei dieser Büschel liegen 1.) perspektivisch und schneiden auf den Ordinaten ähnliche Punktreihen aus, 2.) ihre entsprechenden Strahlen umhüllen je eine Kurve von konstanter Subtangente, die Exponentialkurve $w = w_0 e^{\frac{p}{100}(t - t_0)}$, und wenn man 3.) für einen Strahl des ersten Büschels, etwa den durch $w_0 = 100$ gehenden, die entsprechenden Strahlen der anderen Büschel kennt, d. h. das Anwachsen des Kapitals $w_0 = 100$ durch Zins auf Zins verfolgen kann, so kann man für jeden andern Anfangswert w'_0 den Endwert zur Zeit t durch Ziehen einer einzigen Geraden finden. Die Anwendungen auf die zusammengesetzte Zins- und Rentenrechnung liegen nahe.

Nachschrift der Redaktion. Die Idee, Zinsrechnungen mittelst geometrischer Konstruktionen zu lösen, ist nicht neu: sie findet sich u. A. auch realisiert in Dr. Wenks graphischer Arithmetik (Berlin, 1879, Nicolai)*), wo S. 64 nicht nur die Entwickelung der einzelnen Glieder einer geometrischen Progression, resp. die Zinseszinsrechnung, sondern auch die Summierung dieser Glieder, resp. der Renten- und Amortisationsrechnung, mittelst Kurvenkonstruktion gelehrt wird. Es giebt aber Mathematiker, welche durchaus nicht Freunde dieser Anwendungsweise der Geometrie auf diesen Teil der Arithmetik sind. Denn — so meinen sie — dieselbe sei einerseits unnütz, weil zeitraubender und unexakter als die arithmetische Ausführung selbst; andererseits verleite sie zu der irrtümlichen Ansicht, Zeit und Wert in finanzieller Beziehung könnten oder müfsten als kontinuierliche Gröfsen ihrem Wesen nach angesehen werden, dürften demnach auch unter allen Umständen als bis ins Unendliche teilbare Gröfsen behandelt werden, was doch entschieden nicht der Fall sei. Warum — so sagen sie weiter — soll denn die Geometrie bei dem ohnehin grofsen Umfange ihrer praktischen Verwendbarkeit gleichsam mit Gewalt noch in ein Gebiet hineingezogen werden, wohin sie nicht pafst und für welches sie nicht geschaffen ist? — Man könnte dem vielleicht entgegen halten, dafs es hier nur auf eine Veranschaulichung mittelst der Graphik, also auf ein mnemotechnisches Hülfsmittel abgesehen sei, wie solche ja auch die Statistik anwendet, und soweit wäre ihre Existenz innerhalb der mathematischen Didaktik wohl berechtigt. Noch mehr! Man kann ein durch Zinseszins anwachsendes Kapital — gleich der

*) Rezensiert in ds. Zeitschr. Jahrg. XI_4, S. 293 u. f.

Zeit, in der es anwächst — als eine kontinuierliche Gröfse, wie einen stetig wachsenden organischen Körper, auffassen, obgleich wir aus praktischen Gründen dieses Anwachsen nur in gewissen periodischen Zeitmomenten fixieren. — Vielleicht giebt dies Veranlassung zu einer Diskussion über diesen Gegenstand.

Sprech- und Diskussions-Saal.

Das „in" in der Division.

Über den Gebrauch der Präposition „in" beim Dividieren scheint noch vielfach Unklarheit zu herrschen. Zu sagen „3 in 12 geht viermal" (oder ist viermal enthalten), ist ebenso unbedenklich, wie beim Subtrahieren zu sagen „3 von 12 bleibt 9". Natürlich darf man dafür ebensowenig schreiben 3 : 12, wie beim Subtrahieren 3 — 12. Wir machen von zweierlei Ausdrucksweisen Gebrauch, je nachdem wir von links nach rechts lesen oder, was oft handlicher ist, von rechts nach links. Im ersten Falle sagen wir für $12 - 3 = 9$ „zwölf minus (weniger) drei ist (giebt, läfst) neun," im zweiten „drei von zwölf bleibt neun"; ebenso in der Division $12 : 3 = 4$, im ersten Falle, „zwölf durch drei ist (giebt) vier, im letzteren „drei in zwölf geht viermal" oder „giebt vier".

Diese doppelte Ausdrucksweise wirft gleichzeitig ein lehrreiches Licht auf die Eigentümlichkeit der inversen Rechnungsarten; denn nur bei diesen tritt sie auf. In $3 + 4 = 7$ ändert sich nichts, möge man von rechts nach links lesen oder umgekehrt, denn $3 + 4$ ist stets dasselbe wie $4 + 3$, sowie auch in der Multiplikation $3 \times 4 = 4 \times 3$ ist.

Ein besonderes Zeichen für „in" einzuführen, würde ebenso eine entbehrliche Last sein, als wenn man in der Subtraktion für „von" ein neues Zeichen erfinden wollte; zudem müfste es, da man dann den Divisor links schreiben würde, neue Verwirrung hervorrufen. Man darf eben 3 in 12 oder 12 durch 3 nur auf die eine Art schreiben „12 : 3" $\left(\text{oder } \frac{12}{3}\right)$. Die Hauptsache bleibt immer, dafs der Divisor rechts steht.

Sollte ein Leser einwenden, dafs es verkehrt sei, unter Umständen von rechts nach links zu lesen, so weise ich darauf hin, dafs man allermeist in allen vier Spezies, immer aber im Dividieren von rechts nach links rechnet.

Als Beispiele mögen folgende einfache Gleichungsaufgaben dienen: 1) „Welche Zahl giebt, von a subtrahiert, b?" Man konstruiert und übersetzt folgendermafsen: „Welche Zahl [x], subtrahiert [$-x$]

von a, $[a - x]$ giebt $[=]$ b?" also $a - x = b$. — 2) „Welche Zahl ist $b$mal in a enthalten?" „Welche Zahl $[x]$, dividiert in a, $\left[\frac{a}{x}\right]$ giebt b?", also $\frac{a}{x} = b$.

Grofsenhain. J. Kober.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.

A. Auflösungen.

185. (Gestellt von Kiehl XII$_6$, 432.) Den geometrischen Ort für die Spitze C eines Dreiecks von konstanter Grundlinie AB zu bestimmen, wenn der Mittelpunkt F des Feuerbach'schen Kreises die Seiten des Dreiecks durchläuft.

Erster Fall. F durchlaufe die Gerade AB.

1. Auflösung. M sei der Mittelpunkt und r der Radius des umgeschriebenen Kreises, H der Höhenschnittpunkt, $CH_c \perp AB$, D die Mitte von AB und Anfang der Koordinaten, $DH_c = x$, $CH_c = y$. Da DH_c Durchmesser des Feuerbach'schen Kreises ist, so ist $DH_c^2 = r^2 = AM^2 = AD^2 + DM^2$, d. i. $x^2 = \frac{1}{4} c^2 + DM^2$. Es ist aber, da F die Mitte von HM ist, $DM = H_cH$, aber auch $DM = \frac{1}{2} CH$, daher $DM = H_cC = y$, folglich $x^2 = \frac{1}{4} c^2 + y^2$, also der Ort eine gleichseitige Hyperbel.

Kiehl (Bromberg).

2. Auflösung. Der Abstand des Punktes F von AB ist allgemein $r \cos(\alpha - \beta)$, also hier $\cos(\alpha - \beta) = 0$, $\alpha - \beta = \pm 90^0$. Daher ist diese Aufgabe ein besonderer Fall derjenigen, den Ort für die Spitze eines Dreiecks von konstanter Grundlinie zu finden, wenn die Differenz der Winkel an der Grundlinie gegeben ist (vgl. u. A. Koppe, Anfangsgründe der analyt. Geometrie § 168, 6) AC und BC projektivisch gleiche und ungleichlaufende Strahlenbüschel beschreiben, ist der Ort eine Hyperbel. Kiehl.

Zweiter Fall. F durchlaufe eine der Seiten, z. B. BC.

1. Auflösung. Die Bezeichnungen wie vorher. $AH_a \perp BC$. Da $AH_a = HH_a$, so ist $c = HB$. Der Kreis um B mit c schneide AB zum zweiten Male in G. Dann ist $\angle AHG = 90^0$ und $\triangle CH_cB \sim AHG$, folglich $CH_c^2 : BH_c^2 = AH^2 : GH^2 = AH_c : GH_c$ oder $y^2 : \left(\frac{c}{2} - x\right)^2 = \left(\frac{c}{2} + x\right) : \left(\frac{3c}{2} - x\right)$ oder $y^2 \left(\frac{3}{2} c - x\right) = \left(\frac{1}{2} c - x\right)^2 \left(\frac{1}{2} c + x\right)$. Verlegt man den Anfangspunkt in den Doppelpunkt

$\left(\frac{1}{2}c, 0\right)$, so wird die Gleichung der Kurve $y^2 = x^2 \cdot \frac{c+x}{c-x}$, welche mit der entsprechenden Gleichung des Folium Cartes. $y^2 = x^2 \cdot \frac{c+x}{c-3x}$ in der allgemeinen Gleichung $y^2 = x^2 \cdot \frac{c+x}{c-\mu x}$ enthalten ist.

Kiehl.

2. Auflösung. Die Koordinaten von A sind $-\frac{1}{2}c$, 0, die von B sind $\frac{1}{2}c$, 0 und die von C: x, y. Der Punkt F liege auf BC und habe die Koordinaten p und q. Dann ist $q = \frac{c-2p}{c-2x} \cdot y$ (1), und da der Kreis durch den Koordinatenanfang und durch die Mitten von BC und AC gehen soll, so hat man die Bedingungen $p^2 + q^2 = r^2$ (2),

$$\left\{\frac{1}{4}(2x+c) - p\right\}^2 + \left(\frac{1}{2}y - q\right)^2 = r^2 \quad (3)$$

und

$$\left\{\frac{1}{4}(2x-c) - p\right\}^2 + \left(\frac{1}{2}y - q\right)^2 = r^2 \quad (4).$$

Die Elimination von r, p und q aus diesen 4 Gleichungen ergiebt $4y^2(3c - 2x) = (c - 2x)^2(c + 2x)$. Diese Gleichung repräsentiert eine schlingenartige Kurve, die bei $x = \frac{3}{2}x$ eine der y-Achse parallele Asymptote und bei $x = \frac{1}{2}c$ einen Doppelpunkt hat.

Stoll (Bensheim).

Nimmt man AB als Achse, A als Anfang eines Polarkoordinatensystems, so wird die Gleichung des gesuchten Ortes $\varrho = \frac{c \cos 2\vartheta}{\cos \vartheta}$. Hieraus ergiebt sich eine einfache Konstruktion für beliebig viele Punkte der Kurve.

Artzt (Recklinghausen).

186. (Gestellt von Kiehl XII_6, 432.) Welche Kurven werden durch die Seiten und durch die merkwürdigen Punkte eines Dreiecks von konstanter Gestalt erzeugt, wenn die Ecken des Dreiecks drei feste Gerade durchlaufen?

1. Auflösung. Die drei festen Geraden schneiden sich in A, B, C; die Ecke A' eines eingeschriebenen Dreiecks liege auf BC u. s. w. Dann schneiden sich die drei Kreise um $AB'C'$, $BC'A'$, $CA'B'$ in einem Punkte O, welcher für alle ähnlichen eingeschriebenen Dreiecke eine konstante Lage hat (vergl. Lieber u. v. Lühmann, Geom. Konstr.-Aufg. § 122, 6). CO ist gemeinschaftliche Sehne aller Kreise durch C, und $A'B'$ bewegt sich so, dafs sie die Schnittpunkte jedes dieser Kreise mit CA und CB verbindet; solche Schnittpunkte bilden zwei projektivisch ähnliche Punktreihen. Ist nämlich M' der Mittelpunkt des Kreises um $A'B'C$ und M'' der des Kreises um $A''B''C$, so ist $A'A'' \doteq 2M'M'' \sin OCB$ und

$B'B'' = 2\,M'M''$ sin OCA, also $A'A'' : B'B''$ konstant. Daher beschreibt $A'B'$ eine Parabel, welche CA und CB berührt. Die Berührungspunkte werden durch die beiden Kreise über CO bestimmt, welche CB, resp. CA berühren. Da CO mit den Verbindungslinien von O nach den Berührungspunkten gleiche Winkel bildet, so ist O Brennpunkt der von $A'B'$ beschriebenen Parabel, so wie der beiden anderen von $B'C'$ und $C'A'$ beschriebenen. Die Verbindungslinien von O mit den Ecken der eingeschriebenen Dreiecke, sowie überhaupt mit irgend welchen homologen Punkten derselben behalten bei Veränderung der Lage konstanten Richtungsunterschied gegen einander. Nehmen wir $\triangle A'B'C'$ so an, dafs $OA' \perp BC$ u. s. w., und ist P' ein beliebiger Punkt desselben und P'' der homologe Punkt in $\triangle A''B''C''$, so ist $\triangle OP'P'' \sim OC'C''$, somit $P'P'' \perp OP'$, also liegt P'' auf der auf OP' in P'' errichteten Senkrechten. Kiehl.

Dafs die Punktreihen $A'A'' \ldots$ und $B'B'' \ldots$ ähnlich sind, ergiebt sich auch rein geometrisch. $\angle OB'A' = OCA' = OCA'' = OB''A''$, ebenso $\angle B'A'O = B''A''O$, daher $\triangle B'OA' \sim B''OA''$ und $\triangle OA'A'' \sim OB'B''$, also $A'A'' : B'B''$, wie die von O auf AC und BC gefällten Senkrechten, daher $A'A'' : B'B''$ konstant.

2. Auflösung. Der Kreis um $A'B'\,C'$ treffe AB noch in C''. Die Winkel $B'C''C$ und $A'C''C$ sind konstant, daher beschreibt $B'C''$ auf AC und AB die ähnlichen Punktreihen B' und C'', ebenso $A'C''$ auf CB und AB die ähnlichen Punktreihen A' und C''. Mithin sind auch die Punktreihen B' und A' ähnlich. $A'B'$ umhüllt daher eine Parabel. Artzt.

Herr Stoll hat die Aufgabe analytisch geometrisch behandelt, indem er AC und BC als Koordinatenachsen annimmt.

187. (Gestellt von Stammer XII_6, 432.) Wenn ein Durchmesser FG des um ein Dreieck ABC beschriebenen Kreises auf AB senkrecht steht, so schneidet er BC in D und AC in E so, dafs die Abschnitte BD und AE von jedem Punkte der Peripherie unter gleichen Winkeln gesehen werden.

Beweis. P sei ein Punkt der Peripherie, welcher nicht auf dem Bogen ACB liegt (AD treffe den Kreis noch in K). Der Durchmesser FG wird durch DE harmonisch geteilt; mithin ist $P\,(GFDE)$ ein harmonisches Büschel, also $\angle EPF = FPD$. Da nun Bogen $AF = BF$, so ist $\angle APF = FPB$, mithin $\angle APF - EPF = FPB - FPD$ oder $\angle APE = DPB$.

Artzt. Fuhrmann (Königsberg i. Pr.). Stegemann (Prenzlau). Stein (Genthin). Stoll.

Anmerkung. Liegt P im Bogen ACB, so ergänzen sich die betreffenden Winkel zu 180^0 und hiernach ist der Satz zu modifizieren.

188. (Gestellt von Stammer XII_6, 432.) Zieht man von zwei Punkten C und D eines Kreisdurchmessers AB, welche in Bezug auf den Kreis harmonisch zugeordnet sind, zwei Sekanten nach demselben Punkt P der Peripherie, so steht die Verbindungslinie EF der beiden Durchschnittspunkte E und F auf AB senkrecht.

Beweis. $\angle CPB = DPB$, und da $\angle APB = 90^0$, so ist $\angle EPA = FPA$, also Bogen $AE = AF$, und $EF \perp AB$.

Fuhrmann. Stegemann. Stein.

Durch harmonische Strahlenbüschel bewiesen von Artzt und Stoll.

189. (Gestellt von Stammer XII_6, 432.) In jeder gleichseitigen Hyperbel erscheinen die Gegenseiten eines eingeschriebenen Parallelogrammes $ABCD$ von jedem Punkt O der Kurve aus unter gleichen Winkeln. (NB. wenn O aufserhalb des Parallelogramms liegt; liegt er innerhalb, so ergänzen sie sich zu 180^0).

1. Beweis. Die von den Endpunkten eines reellen Durchmessers der gleichseitigen Hyperbel nach verschiedenen Punkten derselben gezogenen Geraden und die von dem anderen Endpunkte des Durchmessers bezüglich nach denselben Punkten gezogenen Geraden bilden zwei ungleichlaufende kongruente Strahlenbüschel. Sind daher sowohl A und C, als B und D Endpunkte von Durchmessern, so ist, wenn O innerhalb des Parallelogramms liegt, $\angle BAO = BCO$, und $\angle ODA = OBA$; also $\angle AOB = 180^0 - (BAO + OBA)$ und $\angle COD = BCO + ODA$; mithin $\angle AOB + COD = 180^0$ und $\angle BOC + AOD = 180^0$. Liegt O aufserhalb, so ist $\angle BAO = BCO$ und $\angle ODA = 180^0 - OBA$; daher $\angle AOB = 180^0 - (BAO + OBA)$ und $\angle COD = ODA - BCO = 180^0 - OBA - BCO$; also $\angle AOB = COD$ und folglich auch $\angle AOD = BOC$.

Artzt. Stoll. Ähnlich Fuhrmann.

2. Beweis. Werden die Asymptoten als Koordinatenachsen genommen, so ist die Gleichung der Hyperbel $xy = a^2$. Die Koordinaten von A seien x_1, y_1, die von B: x_2, y_2; dann sind die von C: $-x_1$, $-y_1$ und von D: $-x_2$, $-y_2$; aufserdem seien noch x_3, y_3 die Koordinaten von O. Stellt man nun die Gleichungen von OA und OB auf, berechnet die Tangente des von beiden gebildeten Winkels λ und eliminiert aus dieser mittelst der Hyperbelgleichung sämtliche y, so erhält man $tg\,\lambda = \frac{a^2 x_3 (x_1 - x_2)}{a^4 + x_1 x_2 x_3^2}$. Für $\angle COD = \lambda'$ ergiebt sich $tg\,\lambda' = -tg\,\lambda$. Diese Gleichung zeigt, dafs die Winkel AOB und COD gleich sind, wenn sich die Strahlen OA und OC in entgegengesetztem Sinne zu drehen haben, um in die Lagen OB und OD zu gelangen, und diefs ist der Fall, wenn O aufserhalb $ABCD$ liegt; liegt O innerhalb, so hatten sich OA und OC in demselben Sinne zu drehen, und in diesem Fall sind AOB und COD Supplementwinkel.

Stegemann.

190. (Gestellt von Bermann XII_6, 432.) 1) Zieht man durch zwei Gegenecken A und C eines Parallelogramms $ABCD$ die sich in O schneidenden Geraden AO und CO so, daſs $\angle BAO = BCO$, so ist auch $\angle ODA = OBA$.

1. Beweis. AO und BC mögen sich in E, CO und AD in F schneiden; dann ist $\triangle BAE \sim DFC$, also $BE : CD = AE : CF$; es verhält sich aber auch $EO : CO = AE : CF$, mithin $BE : CD = EO : CO$, und da $\angle BEO = DCO$, so ist $\triangle BEO \sim DCO$, woraus leicht folgt, daſs $\angle OBA = ODA$ ist.

Stegemann.

2. Beweis. Es sei $\angle BAO = BCO = \varphi$; ferner werde bezeichnet $\angle ABO$ mit ω und $\angle ADO$ mit ω_1. Dann ist $\frac{OB}{OA} = \frac{\sin\varphi}{\sin\omega}$, $\frac{OC}{OB} = \frac{\sin(\alpha+\omega)}{\sin\varphi}$, also $\frac{OC}{OA} = \frac{\sin(\alpha+\omega)}{\sin\omega}$. Ferner $\frac{OD}{OA} = \frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\omega_1}$, $\frac{OC}{OD} = \frac{\sin(\alpha+\omega_1)}{\sin(\alpha-\varphi)}$, also $\frac{OC}{OA} = \frac{\sin(\alpha+\omega_1)}{\sin\omega_1}$; daher ergiebt sich $\cot\omega = \cot\omega_1$, also $\omega = \omega_1$.

Fuhrmann. Stammer (Düsseldorf).

2) Welches ist der geometrische Ort des Punktes O?

1. Aufl. Diese Aufgabe ist die direkte Umkehrung von 189. Die Geraden AO und CO bilden kongruente ungleichlaufende Strahlenbüschel und erzeugen daher eine gleichseitige Hyperbel, die AC und BD zu Durchmessern hat und deren Asymptoten mit den Halbierungslinien von $\angle BAD$ bez. BCD und von ABC bez. ADC parallel laufen.

Artzt. Fuhrmann. Stammer. Stoll.

2. Aufl. Zieht man durch den Mittelpunkt M von $ABCD$ Parallelen zu den Halbierungslinien der Winkel A und B, welche AO in G und H schneiden (so daſs die Linie $GOAH$ heiſst); dann ist $OG = AH$. Zieht man nun AI und $OL \perp MG$, AK und $ON \perp MH$, so ist $AK : ON = OL : AI$; mithin ist $ON \cdot OL = AK \cdot AI$ eine konstante Gröſse, so daſs O auf einer gleichseitigen Hyperbel liegt, welche durch A, B, C, D geht und MG und MH zu Asymptoten hat. — Die Winkel OAB und OCB dürfen nicht so angetragen werden, daſs von den beiden Geraden OA und OC die eine das Parallelogramm schneidet, die andern nicht.

Stegemann.

191. (Gestellt von Schlömilch XII_6, 433). Durch den innerhalb des rechten Winkels XOY gegebenen festen Punkt K eine Ellipse, deren Halbachsen in die Richtungen OX und OY fallen, so zu legen, daſs ihr Flächeninhalt ein Minimum ist.

Die Koordinaten von K seien p und q, die Halbachsen einer von den in Betracht kommenden Ellipsen a und b.

1. Aufl. Verlängert man die Ordinate von K bis sie den

Hauptkreis in C trifft und bezeichnet $\angle COX$ mit φ, so ist $p = a\cos\varphi$ und $q = b\sin\varphi$; mithin $ab\pi = \frac{pq\pi}{\sin\varphi\cos\varphi} = \frac{2pq\pi}{\sin 2\varphi}$; damit diese Gröfse ein Minimum wird, mufs $2\varphi = 90^0$, also $\varphi = 45^0$ sein. Daher ist $a = p\sqrt{2}$ und $b = q\sqrt{2}$.

Stoll.

2. Aufl. Durch Elimination von b aus $\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} = 1$ und $f = ab\pi$, ergiebt sich $a^2 = \frac{f^2}{2\pi^2 q^2} \pm \frac{f}{2\pi^2 q^2}\sqrt{f^2 - 4\pi^2 p^2 q^2}$. Der Minimalwert für f ist $2\pi pq$. Dann ist $a = p\sqrt{2}$ und $b = q\sqrt{2}$.

Glaser (Homburg v. d. Höhe).

3. Aufl. Es ist $b = \frac{qa}{\sqrt{a^2 - p^2}}$; mithin $f = \frac{\pi q a^2}{\sqrt{a^2 - p^2}}$. Damit nun f ein Minimum wird, mufs, wie man nach den bekannten Methoden findet, $a = p\sqrt{2}$ sein.

Capelle (Oberhausen). Kiehl. Stegemann. Stein.

Eine andere Lösung noch von Artzt.

Bemerkung des Herrn Kiehl. Die Tangente in K hat die Gleichung $\frac{\xi}{p} + \frac{\eta}{q} = 2$, der ihr parallele Durchmesser ist die eine Diagonale des Rechtecks, gebildet aus $2p$ und $2q$ mit der Ecke K, während die zweite Diagonale der zu K gehörige Durchmesser ist. Da beide Durchmesser einander gleich sind, so bilden sie bekanntlich dasjenige Paar konjugierter Durchmesser, deren Winkel ein Minimum ist. — Betrachtet man die Tangente durch K als fest, so ist die Ellipse gleichzeitig die gröfste unter denen, welche ihre Achsen in OX und OY haben und die feste Tangente berühren. — Wird die gestellte Aufgabe dahin erweitert, dafs der gegebene $\angle XOY$ einen beliebigen Wert γ hat, und dafs OX und OY die Richtungen zweier konjugierter Halbdurchmesser angeben, so ergeben sich dieselben Werte.

192. (Gestellt von Weinmeister XII_6, 433). Wenn zu den Ellipsenpunkten A und C gleiche Durchmesser gehören, so teilt die Normale AN des einen den Durchmesser CD des anderen in einem nur von der Gestalt der Ellipse abhängigen Verhältnis $DN : NC$.

1. Beweis. Es sei CA parallel der Hauptachse OX; von C und D fälle man auf die Tangente in A die Senkrechten CC' und DD'. Es seien Θ und Θ' die Winkel, unter welchen OX von dem Durchmesser in A, resp. seinem konjugierten geschnitten wird, also $\angle ACO = \Theta$ und $\angle CAC' = \Theta'$. Dann ist $\operatorname{tg}\Theta = \frac{DA}{AC} = \frac{D'A}{CC'}$ und $\operatorname{tg}\Theta' = \frac{CC'}{AC'}$; also $\operatorname{tg}\Theta \operatorname{tg}\Theta' = \frac{DA}{AC'} =$ konst., da $\operatorname{tg}\Theta\operatorname{tg}\Theta' = \frac{b^2}{a^2}$. Folglich auch $DN : NC = D'A : AC' = b^2 : a^2$.

Weinmeister I (Leipzig).

2. **Beweis.** OX werde von AC in G, und von der Tangente in A in E getroffen; ist noch $NF \perp AD$, so ist $\triangle AGE \sim AFN$, also $GE : GA = FN : FA$, und $\triangle AOG \sim NDF$, also $OG : GA = FD : FN$; mithin $GE \cdot OG : GA^2 = FD : FA = DN : NC$. Nun ist $GE \cdot OG = OE \cdot OG - OG^2 = a^2 - OG^2$; ferner $GA^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - OG^2)$. Folglich $DN : NC = a^2 - OG^2 : \frac{a^2}{b^2}(a^2 - OG^2) = a^2 : b^2$. Stegemann.

3. **Beweis.** AN schneide OY in P und OX in Q; DQ treffe OA in S. Dann ist $AP : AQ = a^2 : b^2$, also $QP : AQ = a^2 - b^2 : b^2$. Da $\triangle AGQ \sim OQP$, so ist $QP : AQ = OQ : QG$, mithin $OQ : QG = a^2 - b^2 : b^2$. Nach dem Menelaus angewendet auf $\triangle AGO$ ist $OQ \cdot CG \cdot AS = QG \cdot CA \cdot SO$, also $SO : AS = OQ : 2QG = a^2 - b^2 : 2b^2$; da $SO : AS = ON : NC = DN - NC : 2NC = a^2 - b^2 : 2b^2$, so ist $DN : CN = a^2 : b^2$. Artzt. Stoll.

Bemerkung des Herrn Weinmeister. Projiziert man zwei Seiten eines einer Ellipse eingeschriebenen Rechteckes normal auf die Tangente einer Ecke, so stehen die Projektionen in einem von der Wahl des Rechtecks unabhängigen Verhältnis. Ist M der Ellipsenmittelpunkt, so ist $\frac{MN}{MD} = \frac{\frac{1}{2}(CN - ND)}{\frac{1}{2}(CN + ND)} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$; d. h. durchläuft A die Ellipsenperipherie, so bewegt sich N auf einer ähnlichen und ähnlich gelegenen koncentrischen Ellipse. — Der Punkt N hat noch eine weitere Bedeutung. Dreht sich nämlich ein rechter Winkel XAY, dessen Schenkel XA und AY Sehnen sind, um A, so dreht sich die Hypotenuse XY um N. Projiziert man zum Beweis die Ellipse centrisch so zum Kreis, dafs die Projektion von N Mittelpunkt wird, so projiziert sich der rechte Winkel XAY auch während der Drehung stets als rechter Winkel.

193. (Journ. élém. XII_6, 433.) Ein rechtwinkliges Dreieck ABC zu konstruieren, von welchem die Seiten e und f der beiden eingeschriebenen Quadrate gegeben sind. (e Seite des Quadrats über der Hypotenuse AB).

1. **Anal.** Die eingeschriebenen Quadrate seien $DEFG$ und $HICK$ (F und I auf BC; G und K auf AC; D, H, E auf AB). DF und EG schneiden sich in O; dann ist $GOFC$ ein Sehnenviereck, also $\angle GCO = GFO = OGF = OCF$, daher COH auf einer Geraden. $\triangle COF \sim DOH$, also $CO \cdot OH = OF^2$ und $CO + OH$ bekannt. **Konstr.** Zunächst wird f^2 als Nebenfigur gezeichnet werden müssen, um CH zu erhalten. Dann zeichne man $e^2 = DEFG$, schlage um F mit der halben Diagonale von f^2 einen Kreis, welcher GE in Q trifft; trage FQ von Q aus auf EG nach beiden Seiten ab, auf der Verlängerung von OE bis R, auf OG bis S, so ist $OR = OC$ und $OS = OH$. Glaser. J. Petersen (Kopenhagen).

2. Anal. $OM \perp AB$ treffe verlängert FG in L und $ON \perp AC$ treffe verlängert HI in P. $\triangle OLN \sim OPM$, denn $\angle ONL = OGL$ und $\angle OMP = OHP$; mithin $ON \cdot OP = OL \cdot OM = \frac{1}{4}e^2$ und $ON + OP = f$. Konstr. (Ohne Nebenfigur.) In einen Kreis mit Durchmesser f trägt man e als Sehne beliebig ein und fällt auf dieselbe vom Mittelpunkt eine Senkrechte, welche die Sehne in O und den Kreis in N und P trifft; C ist bestimmt durch $NC \perp NO$ und $NC = NO$, also auch die Richtung von CB. L bestimmt, da $\angle ONL = 45^0$ und $OL = \frac{1}{2}e$; endlich $OM = \frac{1}{2}e$.

Bützberger (Zürich).

3. Anal. Man konstruiere über der Höhe $CT = h$ nach der Seite zu, nach welcher A liegt, das Quadrat $CUC'T$ und es sei $AT < CT$; die Verlängerungen von $C'U$ und BC schneiden sich in A'; es sei $UC'' \perp A'B$, und die Verlängerungen von $C''U$ und BC' treffen sich in A''; dann ist $BA' = a + b$ und $BA'' = c + h$. Es ist $\triangle ABC \sim A'BC' \sim A''BC''$; die Seiten der in $A'BC'$ und $A''BC''$ beschriebenen Quadrate seien bez. e', f' und e'', f'', so ist $f' = e''$. Da nun $f' : f'' = BA' : BA''$, so ist auch $e'' : f'' = BA' : BA''$, und da $e'' : f'' = e : f$, so ist $e : f = a + b : c + h$. Mithin ist $\triangle ABC$ ähnlich demjenigen rechtwinkligen Dreieck, in welchem die Summe der Katheten e und die Summe aus Hypotenuse und Höhe f ist. Hierdurch ist die Aufgabe auf eine andere zurückgeführt. Artzt.

4. Anal. (Bezeichnungen wie in der 1. Anal.) Man zeichne zuerst das Quadrat $HICK$ mit der Seite f und ein zweites $DEFG$ mit der Seite e so, daſs G auf CK und F auf IC zu liegen kommen; die Linien HD und HE mögen CI in B und β schneiden; beide Punkte werden zusammen fallen, wenn DE auf AB zu liegen kommt. Man konstruiere noch zwei andere Quadrate $D'E'F'G'$ und $D''E''F''G''$, deren Seiten e sind, so daſs G' und G'' auf CK, F' und F'' auf CI liegen. Verbindet man wie vorher H mit den entsprechenden Punkten, so erhält man auf CI die Punktreihen B, B', B'' und β, β', β'', die sich eindeutig entsprechen und deshalb projektivisch sind. Die Richtung der Hypotenuse ergiebt sich, wenn man die Doppelpunkte dieser Punktreihen bestimmt und sie mit H verbindet, wodurch man zwei Lösungen erhält, die aber zwei kongruente symmetrische Dreiecke liefern. Stoll.

Herr Stoll bemerkt, daſs sich mittelst dieser Lösung die Aufgabe verallgemeinern läſst, indem man statt der Quadrate $DEFG$ und $HICK$ Rechtecke mit den Seiten e und e' resp. f und f' nehmen kann, auch Parallelogramme mit gegebenen Seiten und Winkeln, wobei natürlich das gesuchte Dreieck ein schiefwinkliges mit gegebenem Winkel wird, dessen Gegenseite durch einen gegebenen Punkt geht.

Zu 176, 180, 182, 183 hat Herr Artzt (Recklinghausen) noch Lösungen eingesendet.

B) Neue Aufgaben.

236. Ein gleichschenkliges Dreieck $ABC(AC = BC)$ zu konstruieren, von welchem der Radius des um dasselbe beschriebenen Kreises gegeben ist, wenn an der Basis AB ein Dreieck ABD (D auf AC) so abgeschnitten werden soll, dafs der von der Höhe CG des gleichschenkligen Dreiecks übrig bleibende Teil CF 1) der gegebenen Höhe DE des abgeschnittenen Dreiecks gleich, oder 2) gleich der Hälfte dieser Höhe, oder allgemein 3) gleich $\frac{1}{n}$ dieser Höhe sein soll. Dr. H. Emsmann (Stettin).

237. Dieselbe Aufgabe mit dem Unterschiede, dafs das Dreieck ABD nicht abgeschnitten, sondern an die Basis angelegt werden soll. (D auf der Verlängerung von BC.)
Dr. H. Emsmann (Stettin).

238. Ein Dreieck ABC zu konstruieren aus der Grundseite AB und der Transversale CD, welche den Winkel γ halbiert, wenn aufserdem dieser Transversale das Perpendikel gleich werden soll, welches gefällt wird von dem einen Endpunkt der Grundseite auf die Linie, welche von dem anderen Endpunkte derselben die Transversale normal schneidet. Dr. H. Emsmann (Stettin).

239. Dieselbe Aufgabe mit dem Unterschiede, dafs 1) das Perpendikel gleich der Hälfte, 2) gleich dem doppelten, oder 3) allgemein dem $n$fachen der Transversale werden soll.
Dr. H. Emsmann (Stettin).

240. Ein Dreieck geometrisch zu konstruieren und trigonometrisch zu berechnen aus zwei Seiten a und b und der Linie $CO = m$, welche die beiden gemeinschaftliche Ecke C mit dem Mittelpunkt O des eingeschriebenen Kreises verbindet.
Journ. élém.

241. Teilt die Linie i_a die Seite a eines Dreiecks nach dem Verhältnis der Quadrate der anliegenden Seiten b und c, und ist t_a die Mittellinie zur Seite a, so ist $\frac{t_a + i_a}{t_a - i_a} = \left(\frac{b+c}{b-c}\right)^2$.
Fuhrmann (Königsberg i. Pr.)

242. Ist innerhalb einer dreiseitigen körperlichen Ecke ein Punkt gegeben, so wird diejenige Ebene von dieser Ecke die kleinste Pyramide abschneiden, für welche der Punkt der Schwerpunkt des Schnittdreiecks wird. Fuhrmann (Königsberg i. Pr.)

243. Wie heifsen die Relationen zwischen r und ϱ, zwischen ϱ_c und ϱ, und endlich zwischen ϱ_c und h im gleichseitigen sphärischen Dreieck? von Schaewen (Saarbrücken).

244. Einen gegebenen elliptischen Cylinder in einer der Gestalt und Gröfse nach gegebenen Ellipse zu schneiden.

Dr. Weinmeister I (Leipzig).

245. Gegeben zwei Ebenen E_1 und E_2 nebst einer Geraden, welche sie in den Punkten A_1 bez. A_2 schneidet. Man denke sich nun einen Cylinder mit der Achse A_1A_2 errichtet, welcher E_1 in einem Kreis (um A_1) und E_2 in einer Ellipse durchdringt, und konstruiere die Lagen der Achsen der Ellipse in E_2, ohne den Cylinder oder eine seiner Schnittkurven zu benutzen.

Dr. Weinmeister I (Leipzig).

246. Aus zwei parallelen um h von einander entfernten materiellen Ebenen sind zwei gleiche Kreise ausgeschnitten, deren Durchmesser gleich oder gröfser als $h\sqrt{2}$ ist, und zwar so, dafs die Verbindungsstrecke auf den Ebenen senkrecht steht. Nach welcher der beiden Ebenen wird eine materielle Kugel hingetrieben, deren Mittelpunkt in jener Verbindungslinie liegt, wenn zwischen den Ebenen und der Kugel nur die Newton'sche Anziehungskraft thätig ist?

Gilles (Essen).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Stereometrische Aufgaben und Lehrsätze.

106. Über $AB = 2r$ ist ein Halbkreis beschrieben; man soll von B eine Gerade, welche den Halbkreis in C und die Tangente in A in D trifft, so ziehen, dafs bei der Rotation der Figur um AB der durch AD erzeugte Kreis gleich der durch BC erzeugten Kalotte ist.

Aufl. † Es sei $CE \perp AB$; dann ist Kreis $AD = \pi AD^2$; Kalotte $BC = \pi AB \cdot EB = \pi BC^2$, daher $AD = BC$. Es ist also BD in C und folglich auch AB in E stetig geteilt, so dafs BE der gröfsere Abschnitt ist. Journ. élém.

107. Aufserhalb eines Kreises K (Radius r) ist C durch $CK = 2r$ gegeben; von C sind an den Kreis die Tangenten CA und CB gezogen; CK treffe über K verlängert den Kreis in D. Volumen und Oberfläche zu berechnen, welche bei der Rotation der Figur um CK durch Segment ADB erzeugt werden; ebenso Volumen und Oberfläche erzeugt durch CA.

Aufl. † $\angle AKC = 60^0$. Vol. $ADB = \frac{9}{8}\pi r^3$; Vol. $CA = \frac{3}{8}\pi r^3$; Obfl. $ADB = 3\pi r^2$; Obfl. $CA = \frac{3}{2}\pi r^2$. Mithin Vol ADB : Vol $CA = 3 : 1$ und Obfl. ADB : Obfl. $CA = 2 : 1$. Journ. élém.

108. Über $AB = 2r$ ist ein Halbkreis beschrieben; auf AB den Punkt C so zu bestimmen, dafs, wenn man auf AB in C eine Senkrechte errichtet, welche den Kreis in D trifft, das Rechteck

$ACDE$ konstruiert und die Figur um AC rotieren läfst, das durch $ACDE$ beschriebene Volumen m-mal so grofs ist, wie das durch Bogen AD beschriebene.

Aufl. † Es sei $AC = x$; dann ist Vol $ACDE = \pi x^2 (2r - x)$ und Vol $AD = \frac{1}{3} \pi x^2 (3r - x)$; also $\pi x^2 (2r - x) = \frac{1}{3} \pi m x^2 (3r - x)$; und $x = \frac{3r(2-m)}{3-m}$. Journ. élém.

109. An einen durch den Durchmesser $AB = 2r$ gegebenen Halbkreis legt man in A und B die beiden Tangenten AC und BD, und dann noch eine dritte Tangente CD; die Tangenten so zu bestimmen, dafs sich das durch Rotation von Trapez $ABDC$ erzeugte Volumen zu dem durch Rotation des Halbkreises erzeugten $= m : 1$ verhält.

Aufl. † Es sei $AC = x$ und $BD = y$; dann ist $xy = r^2$ und $x^2 + y^2 = 2mr^2 - r^2$; mithin $x = \frac{1}{2} r \left(\sqrt{2m+1} + \sqrt{2m-3}\right)$ und $y = \frac{1}{2} r \left(\sqrt{2m+1} - \sqrt{2m-3}\right)$. Auch wenn die Oberflächen beider Körper in diesem Verhältnis stehen sollen, erhält man dieselben Werte.

Beispiele. Für 1) $m = \frac{21}{8}$ ist $x = 2r$, $y = \frac{1}{2} r$.

2) $m = \frac{13}{6}$, $x = r\sqrt{3}$, $y = \frac{1}{3} r \sqrt{3}$,

3) $m = 2$, $x = \frac{1}{2} r (\sqrt{5} + 1)$, $y = \frac{1}{2} r \sqrt{5} - 1)$.

4) $m = \frac{7}{4}$, $x = r\sqrt{2}$, $y = \frac{1}{2} r \sqrt{2}$.

5) $m = \frac{3}{2}$, $x = r$, $y = r$ (Fall des Minimums). Nouv. Ann.

110. Gegeben ein Kreis mit dem Durchmesser $AB = 2r$; in demselben eine Sehne AC, welche ein Segment AEC abschneidet, so zu ziehen, dafs bei der Rotation der Figur um AB das durch AEC erzeugte Volumen m mal so grofs ist, wie das durch $\triangle ACD$ erzeugte ($CD \perp AB$).

Aufl. CD treffe verlängert den Kreis in C'. Bezeichnen wir AD mit x und CD mit y, so ist Segm. CAC' — Keg. $CAC' = m$ Keg. CAC'; also $\frac{1}{3} \pi x^2 (3r - x) = (m + 1) \frac{1}{3} \pi y^2 x$; ferner $y^2 = x(2r - x)$; hieraus $x = \frac{r(2m-1)}{m}$. Journ. élém.

111. Über $AB = 2r$ ist ein Halbkreis beschrieben und in der Entfernung $\frac{1}{2} r$ ist $CD // AB$ gezogen. Das Volumen, welches $ABCD$ bei der Rotation um AB beschreibt, ist zu berechnen.

Aufl. † $CE \perp AB$, $DF \perp AB$; AE werde mit x bezeichnet. Dann ist Vol $ABDC$ = Vol $EFDC$ + 2 Vol CAE. Es ist $x(2r - x) = \frac{r^2}{4}$, also $x = \frac{r(2 - \sqrt{3})}{2}$; $EF = r\sqrt{3}$. Also Vol $ABDC = \pi \frac{r^2}{4} r\sqrt{3} + \frac{2}{3}\pi x^2(3r - x) = \frac{1}{6}\pi r^3(8 - 3\sqrt{3})$.

Journ. élém.

112. In einem Kreise K, dessen Radius r ist, soll parallel mit dem Durchmesser CD eine Sehne AB, welche das Segment AFB abschneidet, so gezogen werden, dafs bei der Rotation der Figur um CD das durch Segment AFB beschriebene Volumen gleich dem durch $\triangle AKB$ beschriebenen ist.

Aufl. Von A und B seien auf CD die Senkrechten AA' u. BB' gefällt; und es sei $AA' = x$. Dann ist Vol AFB = Vol $A'AFBB'$ — Vol $A'ABB' = \frac{4}{3}\pi\sqrt{r^2 - x^2}\,(r^2 - x^2)$ und Vol $AKB = \frac{4}{3}\pi x^2\sqrt{r^2 - x^2}$, woraus $x = \frac{r}{\sqrt{2}}$, also $\angle FKA = 45^0$.

Journ. élém.

113. Auf $AB = a$ einen Punkt C so zu bestimmen, dafs, wenn man über AC einen Halbkreis beschreibt, von B an denselben die Tangente BD zieht, welche eine auf AB in A errichtete Senkrechte in E trifft und die Figur um AB rotieren läfst, das Verhältnis der Flächen erzeugt durch Bogen AD und durch $BE = m$ sei.

Auflösung. † Es sei $AC = x$ und $DF \perp AB$. Dann ist Kal $AD = \pi x AF$; Mantel $BE = \pi AE \cdot BE$; $AF = \frac{ax}{2a - x}$; $BE = \frac{a(2a - x)}{a\sqrt{a(a - x)}}$; $AE = \frac{ax}{2\sqrt{a(a - x)}}$. Also Kal $AD = \frac{\pi a x^2}{2a - x}$; Mantel $BE = \frac{\pi a x(2a - x)}{4(a - x)}$; folglich $\frac{\pi a x^2}{2a - x} = \frac{\pi a x(2a - x)m}{4(a - x)}$ und $x = \frac{2a(1 + m) \pm 2a\sqrt{1 - 2m}}{4 + m}$. Besonderer Fall. $m = \frac{1}{2}$; dann ist $x = \frac{2}{3}a$. Es verhält sich Mantel BD : Mantel DE : Mantel BE = 1 : 3 : 4.

Nouv. Ann.

114. Gegeben ein Kreisquadrant AMB mit Radius r; auf MB den Punkt D so zu bestimmen, dass, wenn man $DC \parallel MA$ bis zum Durchschnitt mit dem Kreise zieht und die Figur um MA rotieren läfst, Vol $AMC = m$ Vol CMD ist.

Aufl. Es sei $MD = x$; dann ist Vol $AMC = \frac{1}{3}\pi x^2 r$; Vol $CMD = \frac{2}{3}\pi x^2\sqrt{r^2 - x^2}$; mithin $x = \frac{r}{2m}\sqrt{4m^2 - 1}$.

Journ. élém.

115. Auf der Centrale $KK' = a$ zweier gleichen Kugeln mit dem Radius r einen Punkt A so zu bestimmen, dafs, wenn man an beide die Tangenten AB und AD, resp. AB' und AD' zieht, und die Figur um KK' rotieren läfst, die Summe der durch die Bogen BD und $B'D'$ erzeugten Kalotten gleich der halben Fläche einer Kugel ist.

Auflösung. † Es seien BC und $B'C'$ senkrecht auf KK'; und es sei $KA = x$. Dann ist $KC = \frac{r^2}{x}$, $K'C' = \frac{r^2}{a-x}$. Also Kal $BD = 2\pi r\left(r - \frac{r^2}{x}\right)$ und Kal $B'D' = 2\pi r\left(r - \frac{r^2}{a-x}\right)$; daher $2\pi r\left(r - \frac{r^2}{x}\right) + 2\pi r\left(r - \frac{r^2}{a-x}\right) = 2\pi r^2$; also

$$x = \frac{1}{2}\left(a \pm \sqrt{a(a-4r)}\right).$$

Journ. élém.

116. Ein gerader Cylinder und ein gerader Kegel mit Kreisbasis haben gleiche Oberflächen, gleiches Volumen und dieselbe Höhe h. Die Radien x und y der Grundflächen sind zu berechnen.

Auflösung. $2\pi x^2 + 2\pi h x = \pi y^2 + \pi y\sqrt{h^2 + y^2}$ (1) und $\pi x^2 h = \frac{1}{3}\pi y^2 h$ (2). Aus (2) $y = x\sqrt{3}$ in (1) eingesetzt und durch x dividiert (für $x = 0$ fallen der Cylinder und der Kegel mit der Höhe zusammen) giebt $8x^2 + 4hx - h^2 = 0$; mithin $x_1 = h\frac{(\sqrt{3}-1)}{4}$, $y_1 = \frac{h(3-\sqrt{3})}{4}$ und $x_2 = -\frac{h(\sqrt{3}+1)}{4}$, $y_2 = -\frac{h(3+\sqrt{3})}{4}$. Nur die positiven Werte genügen der Aufgabe; die negativen sind durch die Quadrierung eingeführt und geben absolut genommen die Lösung folgender Aufgabe: Ein gerader Cylinder und ein gerader Kegel mit Kreisbasis haben gleiches Volumen und dieselbe Höhe h; die Differenzen zwischen den beiden Mänteln und den beiden Grundflächen sind gleich; die Radien der Grundflächen zu berechnen.

Nouv. Ann.

117. Wenn sich in einem Tetraeder $ABCD$ zwei gegenüberliegende Kanten AC und BD rechtwinklig kreuzen, so ist $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ und umgekehrt.

Beweis. Da sich BD und AC rechtwinklig kreuzen, so kann man durch BD eine Ebene senkrecht zu AC legen, welche AC in E schneidet; dann sind BE und DE senkrecht zu AC. Also $BC^2 - AB^2 = CE^2 - AE^2$ und $DC^2 - DA^2 = CE^2 - AE^2$; mithin $BC^2 + DA^2 = AB^2 + DC^2$. Umkehrung einfach.

Zusatz. Wenn sich AC und BD sowie AB und DC rechtwinklig kreuzen, so thun dies auch AD und BC. Denn da sich

AC und BD rechtwinklig kreuzen, so ist $AD^2 + BC^2 = AB^2 + DC^2$; und da sich AB und DC rechtwinklig kreuzen, so ist $AD^2 + BC^2 = AC^2 + BD^2$; folglich $AB^2 + DC^2 = AC^2 + BD^2$; daher kreuzen sich BC und AD rechtwinklig.

Journ. élém.

118. Jede Ebene senkrecht zu einer Kante einer dreikantigen Ecke $SABC$, deren einer Flächenwinkel SC ein rechter ist, schneidet die Ecke in einem rechtwinkligen Dreieck.

Beweis. Ist die Ebene senkrecht zu SC, so ergiebt sich die Behauptung unmittelbar; ist jedoch $ABC \perp SB$, dann stehen auch SBC und ABC auf einander senkrecht; da nun auch SBC und SAC auf einander senkrecht stehen, so stehen ABC und SAC senkrecht auf SBC, daher auch ihre Kante $AC \perp SBC$, mithin auch $AC \perp CB$.

Journ. élém.

119. Gegeben zwei sich schneidende Geraden SA und SB; durch SA legt man eine Ebene und durch SB eine zweite senkrecht zu der vorhergehenden; den Ort der Durchschnittslinien zu finden.

Auflösung. Eine Perpendikularebene zu SA schneidet die von ASB und den beiden beweglichen Ebenen gebildete Ecke in einem rechtwinkligen Dreieck ABC, in welchem der Scheitelpunkt des rechten Winkels auf SC liegen wird. Also wird der Durchschnittspunkt C der beweglichen Kante SC mit der zu SA senkrechten Ebene ABC auf einem Kreise liegen, dessen Durchmesser die Durchschnittslinie AB der zu SA senkrechten Ebene mit der Ebene ASB ist. Folglich ist die durch SC erzeugte Fläche ein schiefer Kegel mit Kreisbasis, aus welchem durch Perpendikularebenen zu SA und SB Kreise ausgeschnitten werden.

Journ. élém.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Hr. Capelle (Oberhausen). Da die Lösungen zu den Aufgaben 217—221 (XIII, 125) bereits angedeutet sind, so werden sie später nicht noch einmal mitgeteilt werden.

Hr. Dr. Stammer (Düsseldorf). Sie halten sich für berechtigt, gegenüber den Bemerkungen, die Ihnen bezügl. der Kombinationslehre (s. Heft 2, S. 118) gemacht worden sind, zu erklären, dafs u. A. auch der Lehrsatz Nr. 166 (s. 2. Heft, S. 119) nicht „neu“ sei, vielmehr bereits in Ihrer analytischen Geometrie (1863) S. 89 stehe. Wir fügen hinzu, dafs er auch anderwärts und dafs seine Umkehrung fast in jedem Lehrbuche der Geometrie steht.

An alle Leser: Um in die Einsendungen zum Aufgaben-Repertorium mehr Ordnung zu bringen, machen wir hierdurch bekannt, dafs die Auflösungen zu den Aufgaben immer in demjenigen Hefte erscheinen werden, welches das 4. hinter jenem ist, in welchem die Aufgaben standen, also

z. B. die im 1. Hefte gestellten Aufgaben werden im 5. gelöst etc. So bleibt sowohl den Lösern als auch den Herren Spezialredakteuren hinreichende Zeit zur Arbeit. Die Redaktion ds. Zeitschr. sendet an die Herren Spezialredakteure die Beiträge ab

für Heft	1 (Januar)	spätestens am	1. November.
"	2 (März)	" "	25. Dezember.
"	3 (Mai)	" "	1. März.
"	4 (Juli)	" "	1. Mai.
"	5 (September)	" "	1. Juli.
"	6 (November)	" "	1. September.

Wir bitten die Herren Einsender von Beiträgen noch, immer **nur eine** Seite des Blattes zu beschreiben!

Die Redaktion d. Aufg.-Rep. u. d. Zeitschr.

Litterarische Berichte.

A) Recensionen.*)

MATTHIESSEN, Dr. LUDWIG, (Professor an der Universität zu Rostock.) Übungsbuch für den Unterricht in der Arithmetik und Algebra. Nach der Aufgabensammlung von Heis für höhere Bürgerschulen, Gewerbeschulen, Progymnasien und Realschulen II. Ord. bearbeitet. Köln. Verlag der M. Du Mont-Schauberg'schen Buchhandlung. 1882. Pr. 2. ℳ Nebst 2 Heften à 60 ₰, die Resultate enthaltend.

Dieses Buch ist hervorgegangen aus dem Wunsche der Verlagshandlung, eine Ausgabe der Heis'schen Aufgabensammlung zum Gebrauch in den höheren Bürgerschulen zu veranstalten, weil von verschiedenen Seiten nicht mit Unrecht wiederholt ausgesprochen sei, dafs jene Sammlung selbst über die Bedürfnisse der Gymnasien und der meisten Realschulen I. Ord. hinausgehe und dafs manche Partieen derselben einer zweckmäfsigeren Auswahl und strengeren methodischen Anordnung des Übungsstoffs, sowie einer Vermehrung der leichteren Aufgaben bedürfen. Der Verfasser des vorliegenden Übungsbuches hat sich nun zunächst der Mühe unterzogen, sich eine genaue Kenntnis von den Lehrplänen der auf dem Titel genannten Lehranstalten durch eine Programmschau zu verschaffen und zugleich den Rat erfahrener Fachmänner einzuholen. Einer der letzteren, Dr. von Fischer-Benzon in Kiel, hat auf Wunsch des Herrn Matthiessen die Ausarbeitung des arithmetischen Teiles §§ 1—50 übernommen, und nur die §§ 51—65, die Algebra enthaltend, hat Herr Matthiessen selbst besorgt.

Die neue Bearbeitung ist nun aber nicht blofs ein Übungsbuch, sondern zugleich, in beschränktem Umfange, auch ein Lehrbuch geworden, ähnlich wie Bardey seine gröfsere Sammlung zugleich in ein Lehrbuch mit beschränkterem Umfange umgewandelt hat. In engem

*) Bei Rezensionsexemplaren, deren Preis uns von den Verlagsbuchhandlungen oder Verfassern nicht angegeben wurde, lassen wir künftig denselben immer weg, um das bis jetzt übliche aber störende Zeichen „Pr. ?“ zu vermeiden. D. Red.

Anschlufs an die Heis'sche Sammlung hat Herr v. Fischer-Benzon die Einleitung, die Definitionen, das Rechnen mit Summen und Differenzen, mit Produkten und Quotienten, die Teilbarkeit der Zahlen behandelt; bei den Dezimalbrüchen hat er sich auf das abgekürzte Multiplizieren und Dividieren beschränkt, „da Dezimalbrüche schon im praktischen Rechnen ihre Stelle finden", die Proportionen aber sind von Herrn Matthiessen als Quotientengleichungen der Lehre von der Umformung und Auflösung der Gleichungen untergeordnet.

Weiter sind nach Heis die Potenzen mit ganzen positiven und negativen Exponenten, die Wurzeln und Logarithmen behandelt mit Anschlufs von Wiederholungsbeispielen über die vorausgegangenen Abschnitte.

Der zweite von Herrn Matthiessen bearbeitete Teil des Buches behandelt die Gleichungen vom 1. und 2. Grade mit einer und mehreren Unbekannten, die diophantischen Gleichungen, die arithmetischen und geometrischen Progressionen mit der Zinseszins- und Rentenrechnung. Als Beigabe finden wir auch die Süfsmilch-Baumannsche Sterblichkeitstabelle und eine Tabelle über die Einteilung der Münzen, Mafse und Gewichte.

Soviel über den Umfang des Buches. Über die Ausführung, rücksichtlich der Umwandlung in ein Lehrbuch, gestatten wir uns noch folgende Bemerkungen.

In § 3 wird ausdrücklich der Unterschied zwischen Multiplikand und Multiplikator, hinsichtlich der Benennung, betont. Da hätte der ihnen gemeinsam zukommende Name „Faktoren" besser unerwähnt bleiben sollen, umsomehr, als später in § 13 hervorgehoben wird, dafs eine Vertauschung derselben nur zulässig sei, wenn beide unbenannte Zahlen sind. In § 5 wäre es besser gewesen, wenn der Verfasser es bei der Definition: „a^b bedeutet a so oft als Faktor setzen, als b Einheiten hat", hätte bewenden lassen und der Zusatz „oder mit sich selbst multiplizieren" weggeblieben wäre, weil letzteres etwas falsches aussagt. Die Lehrsätze (Rechnungsregeln) sind sämtlich vorzüglich gefafst, so dafs sie von den Schülern leicht zu lernen sind; auch ist dabei nichts Wesentliches verschwiegen. Überraschend dürfte es für einen Schüler sein, wenn er in § 16, wo von der Division mit benannten Zahlen die Rede ist, erfährt: „Sind Produkt und Multiplikator gegeben, so hat man den Multiplikanden zu suchen: das erhaltene Resultat heifst Bruch." Also z. B. $\frac{12\,M}{4} = 3\,M$ ist ein Bruch, mufs sich der Schüler sagen und wird nicht wissen, wie er das verstehen soll. Der selige Heis ist in seinen Fragen über die Gleichheit eines Quotienten und Bruchs deutlicher. Die kurz zusammengefafste Anweisung über das Rechnen mit unvollständigen Dezimalbrüchen ist vortrefflich; wir hätten nur noch gewünscht, mehr Beispiele zu finden und namentlich solche, bei denen der Schüler selbst zu überlegen hat, auf wie viel Dezimal-

stellen das Resultat genau sein müsse und wie weit er etwa schon von vornherein eine Abkürzung vornehmen könne.

Dem Abschnitt von den Potenzen ist zweckmäſsig vorausgeschickt die Entwickelung der Potenzen von $a + b$ bis zur 4. Potenz, um von vornherein dem Irrtum der Anfänger vorzubeugen, als ob man ein Binom dadurch potenzieren könne, daſs man die einzelnen Glieder potenziert. Die Bemerkung unter § 52 über $1^{\infty} = a^{o \cdot \infty}$, daſs nämlich dieser Wert von 1 verschieden sei, sobald $o \cdot \infty$ endlich ist, wird schwerlich von Anfängern verstanden werden. Die Zulässigkeit eines Beweises, wie des folgenden: $a^{-n} = a^{o-n} = a^o : a^n = 1 : a^n$ können wir nicht zugeben; ebensowenig die Entwickelung der Bedeutung von $\sqrt[-x]{a}$, welcher Ausdruck wohl überhaupt auſser Acht gelassen werden kann, weil er in der Praxis kaum jemals vorkommen dürfte. Es muſs genügen, darauf hinzuweisen, daſs a^o und a^{-n} bloſs Symbole sind für 1 und $\frac{1}{a^n}$ dadurch entstanden, daſs der Satz, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ für $m > n$, auch ausgedehnt wird für die Fälle $m = n$ und $m < n$, woran der Nachweis zu schlieſsen ist, daſs man auf richtige Resultate kommt, wenn man mit diesen Symbolen so rechnet, wie mit gewöhnlichen Potenzen.

Wir gehen über zum zweiten Teile des Buches, welcher zunächst die Gleichungen behandelt. Der allgemeinen Einleitung in die Theorie der Gleichungen müssen wir Beifall zollen. Wie oben schon bemerkt wurde, sind hier die Hauptsätze von den Proportionen, als Quotientengleichungen aufgefaſst, eingereiht. Warum nun aber der Verfasser das Gedächtnis der Schüler noch mit den ganz überflüssigen Namen „Antecedenten“ und „Konsequenten“ belasten will, ist nicht ersichtlich; vor Allem aber hätte er den gänzlich unpassenden und nur zu Verwirrungen führenden Namen „Exponent des Verhältnisses“ über Bord werfen und etwaige Pietätsgedanken unterdrücken sollen. Mit Recht hebt der Verfasser hervor, daſs die Darstellung $x : a = y : b = z : c$ der sonst auch üblichen $x : y : z = a : b : c$ vorzuziehen sei. Dankenswert ist es, daſs die Entwickelung der Regel vom falschen Satz mit aufgenommen ist, die meistens als allgemein bekannt vorausgesetzt wird. Dem in der Vorrede erwähnten Verlangen nach einer Vermehrung der leichteren Aufgaben zur Einübung der Methode ist der Verfasser noch nicht genügend nachgekommen; ja wir gehen so weit, zu behaupten, daſs schon das 2. Beispiel der Gleichungen ersten Grades $3\frac{1}{3} + x = 5\frac{1}{4}$ nicht am Platze ist, weil durch die gemischten Zahlen die Aufmerksamkeit eines mittelmäſsigen Schülers von der Methode der Auflösung abgezogen und von der Subtraktion der Brüche in Anspruch genommen wird. Als zweckmäſsig ist es zu bezeichnen,

dafs den einzelnen Gruppen der angewandten Aufgaben theoretische Betrachtungen über die in den nachfolgenden Aufgaben in Frage kommenden Dinge vorausgeschickt sind, wie über Zins, Rabatt, Diskonto, über die Gesetze der gleichförmigen Bewegung, über Terminreduktionen und Repartitionen u. s. w.

Zu der Einleitung in die Gleichungen zweiten Grades gestatten wir uns folgende Bemerkungen. Bei der Erörterung, worauf man zu achten habe, wenn man von vornherein ein Urteil über die Vorzeichen der Wurzeln sich bilden will, ist die Form $x^2 - ax + b = 0$ zum Grunde gelegt, während vorher immer $x^2 + ax + b = 0$ als Normalform hingestellt war. Es setzt nun einen schon etwas erhöhten mathematischen Standpunkt voraus, wie man ihn höchstens bei den fähigsten Primanern annehmen darf, sich bei der hier gewählten Form klar vorzustellen, dafs a positiv sein könne, obgleich das Minuszeichen davorsteht; es werden daher bei der Mehrzahl der Schüler falsche Vorstellungen erweckt werden, wenn es heifst: beide Wurzeln sind positiv, wenn a und b positiv sind u. s. w., was nicht eintreten wird, wenn man an der Normalform $a^2 + ax + b = 0$ festhält und nun lehrt: beide Wurzeln sind positiv, wenn a negativ und b positiv ist oder kurz: wenn die Gleichung in ihrer Normalform zwei Zeichenwechsel hat. Ferner ist ebendaselbst erwähnt, dafs es in manchen Fällen wünschenswert sei, für die Wurzelwerte symmetrische Ausdrücke zu haben und dafs diese in zwei Fällen besonders einfach ausfallen, nämlich a) in der Gleichung $x^2 - ax + b^2 = 0$, wo man findet

$$\left.\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix}\right\} = b \cdot \frac{\sqrt{a+2b} \pm \sqrt{a-2b}}{\sqrt{a+2b} \mp \sqrt{a-2b}}$$

Wie man dies findet, darüber fehlt jedwede Andeutung und doch ist die Sache nicht so einfach, wie man auch b) nicht so „leicht" durch Radizierung jenes Ausdruckes die Wurzeln

$$\pm \frac{1}{2} \left(\sqrt{a+2b} \pm \sqrt{a-2b}\right)$$

der Gleichung $x^4 - ax^2 + b^2 = 0$ findet. Das Buch soll ja zugleich Lehrbuch sein, der Herr Verfasser hätte daher im ersten Falle wenigstens auf § 35 des Buches, woraus die Identität des Wertes des zusammengesetzten Ausdruckes mit dem ursprünglichen einfacheren klar wird, und im zweiten Falle auf § 45, II, hinweisen, die Ableitung aber aus dem einfacheren Wurzelausdruck empfehlen sollen.

Bei den gemischten quadratischen Gleichungen wird man besonders schmerzlich eine weit gröfsere Anzahl einfacher Beispiele vermissen, in denen die Koeffizienten specielle Zahlen sind.

Etwas dürftig, ja oberflächlich, ist die Einleitung zu den quadratischen Gleichungen mit 2 Unbekannten ausgefallen; die wich-

tigsten sogenannten „Kunstgriffe“, auf welche hier verwiesen ist, hätten sollen angegeben werden. Die Schlufsbemerkung zu dieser kurzen Erörterung ist so, wie sie dasteht, unverständlich.

Ausführlicher ist die Anweisung zur Behandlung der diophantischen Gleichungen ausgefallen, es fehlt aber die Angabe, dafs $ax + by = c$ nicht immer in ganzen positiven Zahlen gelöst werden kann. Ob sich die Bemerkung: „dasselbe gilt von denjenigen Fällen, in welchen $c = o$ ist“, auf alle drei vorher angeführten Fälle oder nur auf den letzten beziehen soll, bleibt unentschieden.

Bei den geometrischen Progressionen begegnen wir wieder dem unpassenden Namen „Exponent“ statt „Quotient“. In der Einführung zu diesen Progressionen hätte des Falles, wenn $e < 1$ ist, besonders gedacht werden sollen, statt ihn unter den Übungsbeispielen (No. 5) stehen zu lassen. In der Zinzeszins-Rechnung ist seit einigen Jahren für $1 + 0,01p$ der bequeme Name „Zinsfaktor“ eingeführt und mit einem einzigen Buchstaben bezeichnet, wodurch nebenbei auch die Schreibweise der Formeln sehr vereinfacht wird.

Die Bemerkungen, die wir uns zu machen erlaubt haben, beeinträchtigen den Wert des Buches durchaus nicht; wir haben sie gemacht im Interesse derjenigen Kollegen, welche dem alten bewährten Heis treu geblieben sind, damit sie bei einer neuen Auflage möglichste Berücksichtigung finden möchten. Der erste Teil, die Arithmetik, ist schon wegen der präzisen Fassung der Rechnungsgesetze eine sehr dankens- und empfehlenswerte Arbeit des Herrn von Fischer-Benzon.

Die Resultathefte können nur von legitimierten Lehrern oder durch Vermittelung derselben gegen Einsendung von 60 ₰ pro Heft (in Briefmarken) von der Verlagshandlung direkt und franko bezogen werden. Die Teilung in zwei Hefte, Arithmetik und Algebra, ist gemacht worden zu Gunsten der Lehrer, die etwa den Schülern die Anschaffung der Resultate von dem einen oder dem andern Heft gestatten wollen. Bei schwierigeren Aufgaben sind auch Andeutungen zur Lösung gemacht worden.

Hiermit sei das Buch der Beachtung der Kollegen bestens empfohlen.

Lübeck. Chr. Scherling.

Worpitzky, Dr. J., (Professor an der königl. Kriegs-Akademie und am Friedrichs-Werderschen Gymnasium in Berlin.) Elemente der Mathematik für gelehrte Schulen und zum Selbststudium. Zweite umgearbeitete Auflage. Erstes Heft: Die Arithmetik. Mit 6 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Berlin, Weidmannsche Buchhandlung. 1881. Preis ℳ 2.40.

Eine eingehende Besprechung der 1872 erschienenen ersten Auflage dieses Buches ist im IV. Jahrgange d. Zeitschr. S. 228 ff.

geliefert worden. Wir haben uns daher jetzt nur mit dem zu beschäftigen, was die neue Auflage an Umarbeitung bietet. Aufser einer geharnischten Vorrede, in welcher sich der Verfasser ausführlich über die an den Unterricht in der allgemeinen Arithmetik auf Gelehrten-Schulen und folgeweise an ein Lehrbuch der Arithmetik zu stellenden Anforderungen verbreitet und denen man im allgemeinen beistimmen muss, ist es besonders der 1. Abschnitt (allgemeine Gröfsenlehre), der eine gänzliche Umarbeitung erfahren hat. In demselben wird auf die dem Verfasser eigentümliche Weise definiert, was unter Kongruenz, Ganzes, Teile, Zahl (die allen Ganzen gemeinsame Form, welche nichts aufser deren Beziehung auf die Einteilung ausspricht — wie sie auch sonst beschaffen sein möge), Gröfse, Quantum, Null (was, als Teil zu einem andern hinzugefügt, dessen Quantum in der ins Auge gefafsten Qualität nicht ändert), zu verstehen sei. Einzelnes hiervon ist schärfer und etwas deutlicher gefafst als früher, über anderes sind wir noch derselben Ansicht wie früher, wir fühlen uns aber um so weniger veranlafst, jetzt näher darauf einzugehen, als mittlerweile Hoppe in dem von ihm redigierten Archiv für Mathematik und Physik XXVII, 2 sich sehr eingehend über diesen Abschnitt und zum Teil auch über die Vorrede ausgesprochen hat. Wir wollen nur konstatieren, dafs Hoppe ebenso, wie wir früher, grofsen Anstofs nimmt an der Worpitzkyschen Definition eines Ganzen und einer Gröfse. Hoppe nennt die letztere Definition: „Ein Ganzes heifst eine Gröfse, wenn es 1) unbeschränkt teilbar ist, 2) ein Merkmal besitzt, welches sich bei keiner Veränderung der Einteilung oder der Folge der Teile ändert und bei einer gewissen Einteilung auch von der Wiederholung eines Teils für einen anderen unberührt bleibt,“ ein Rätsel, das an Unbestimmtheit alle anderen übertrifft, und begründet seinen Ausspruch gehörig. Neu hinzugefügt ist ein Lehrsatz: „man kann jede Gröfse so in gleiche Teile teilen, dafs die einzelnen Teile kleiner sind als eine beliebig klein gegebene gleichartige Gröfse.“ Der Beweis dafür ist uns, offen gestanden, nicht einleuchtend und scheint uns auch überflüssig zu sein, wenn man mit dem Verfasser als erstes Merkmal einer Gröfse annimmt, dafs sie ein Ganzes sei, welches unbeschränkt teilbar ist (s. oben).

Doch gehen wir nun über zu dem Hauptteile des Buches, der Arithmetik, wo wir uns mit sehr seltenen Ausnahmen nur freudig zustimmend erklären können. In der Einleitung sind nur kleine zweckmäfsige Änderungen und Ergänzungen vorgenommen. Das Zeichen $\geq$ wird besser gelesen: „gröfser oder ebenso grofs als“ statt „gröfser oder gleich“. In dem Abschnitt „Addition und Subtraktion“ sind verschiedene Änderungen zu bemerken, die als Verbesserungen und Präzisierungen anzuerkennen sind. Bei der Multiplikation ist mit Recht das liegende Kreuz gar nicht mehr erwähnt. Einer sehr zweckentsprechenden Änderung begegnen wir bei §. 25,

wo wir an Stelle von Lehrsätzen über die Verbindung von Gleichungen und Ungleichungen durch Multiplizieren und Dividieren ein Scholion finden, welches als Einleitung und gewissermafsen auch als vorläufige Aufklärung über die Multiplikation und Division mit und durch $\pm n$ dient. In Folge davon sind nun die Regeln dieser Rechnungen nicht mehr als Lehrsätze, sondern als Definitionen gefafst, denen die wörtliche Fassung der Regeln als Zusätze folgt. Nun erst konnte, was in der 1. Auflage übergangen war, hinter den Regeln über die Verbindung von Gleichungen oder Ungleichungen mit Ungleichungen auf die Verkehrtheiten hingewiesen werden, die bei Nichtbeachtung der Bedeutung des Zeichens Minus herausgerechnet werden können. Dafs der Verfasser an seiner Definition „eine Variable heifst unendlich grofs, wenn ihr Quantum so im Wachsen begriffen ist, dafs sie dabei gröfser wird als eine nach Belieben gegebene Konstante“ festhalten werde, war mit Bestimmtheit anzunehmen. Wir gestehen offen, dafs wir uns allmählich etwas damit befreundet haben, wenn wir uns auch in Übereinstimmung befinden mit dem vielbewanderten und vielbelesenen Ansbacher Fortschrittsmann, der in einer Anmerkung zu seiner Besprechung der Worpitzkyschen Differential- und Integralrechnung (XII, S. 116) gegen seine Gewohnheit etwas schüchtern sagt, es scheine, als ob hier das „Sein“ mit dem „Werden“ verwechselt sei*). Mit seinem neuen Zeichen für log hat der Verfasser bei den Kollegen wenig Glück gemacht; wir haben es in den Büchern, die uns in grofser Anzahl vorgelegen haben, nur in dem kleinen Kompendium von Dr. J. August gefunden, welches sich eng an das Worpitzkysche Buch anlehnt. Wir bedauern dies; die allgemeine Einführung eines neuen Zeichens wird aber nicht möglich sein, wenn nicht von Bundesratswegen die Anwendung desselben den deutschen Schulen befohlen wird. Der §. 60, welcher von der Konvergenz einer unendlichen Reihe handelt, ist durch Einschiebung eines Lehrsatzes bedeutend vervollständigt worden, wie auch die Anmerkung zu §. 63 eine Erweiterung erfahren hat. Dem §. 69 sind zur Berechnung von e^x in einer Anmerkung die 12 ersten Koefficienten auf 9 Dezimalstellen hinzugefügt. Die Regel über die Bestimmung der Charakteristik des Briggsschen log eines Numerus, welcher mit einer Null vor dem Komma geschrieben wird, ist etwas schwerfällig gefafst; einfacher würde sie lauten, wenn sie entsprechend der Regel I so ausgesprochen würde: — — — „ist um 1 gröfser, als die Zahl der Nullen, die noch zwischen dem Komma und den bestimmenden Ziffern stehen, mit dem Zeichen minus.“

Eine bedeutende Umarbeitung, die nicht nur als eine Ergänzung, sondern auch als ganz entschiedene Verbesserung zu begrüfsen ist, hat der Abschnitt: „Erweiterung des Gröfsenbegriffs durch Einfüh-

*) Bitte sehr! Jene Bemerkung rührte nicht vom Rezensenten, sondern von der Redaktion her. Der Herausgeber.

rung der komplexen Gröſsen etc." erfahren. Der Beweis, daſs zwei komplexe Zahlen nur dann einander gleich sind, wenn ihre reellen Bestandteile beziehungsweise gleich sind, und daſs eine Gleichung zwischen komplexen Zahlen eindeutig zwei Gleichungen zwischen reellen Zahlen vertritt (Referent hat sich hier eine kleine Abänderung im Ausdruck erlaubt), ist bedeutend schärfer gefaſst, als in der ersten Auflage. Neu eingefügt sind drei Lehrsätze, durch welche nachgewiesen wird, daſs durch Multiplikation, Division und Potenzierung komplexer Zahlen ganz bestimmte Resultate erhalten werden. Den §§. 81 und 82 sind nicht zu übersehende Anmerkungen hinzugefügt; den Moivreschen Lehrsätzen gehen noch zwei Lehrsätze über den Modul der Summe oder Differenz zweier komplexen Zahlen voraus und diese selbst haben eine kleine Verbesserung und Ergänzung erfahren. Den Druckfehler auf S. 119, Z. 8 v. u. „und" statt „um" wird der Leser leicht selbst bemerken. Neu hinzugekommen ist endlich noch als Anmerkung zu §. 84 die Potenz e^i. Die beiden Anhänge über die Veranschaulichung der Zahlenformen durch geometrische Gebilde und über einige wichtige Reihen nebst (so zu lesen statt „neben") Zins-, Zinseszins- und Rentenrechnung, sowie über das Zahlensystem und die numerische Rechnung haben keine Veränderung erfahren.

Hiermit sei das auch äuſserlich gut ausgestattete Buch der Beachtung der Kollegen, insbesondere aber den jungen Studierenden der Mathematik zum eifrigen Studium aufs beste empfohlen.

Lübeck. Chr. Scherling.

Goetting, R. (Professor am Gymnasium zu Torgau). Die Funktionen Cosinus und Sinus beliebiger Elemente in elementarer Darstellung. Berlin 1881. J. A. Wohlgemuths Verlagsbuchhandlung (Max Herbig). 66 S.

Wir hatten bereits in dieser Zeitschrift (12. Band, S. 48) über ein Werk des gleichen Verfassers zu berichten, durch welches uns in dem elementaren Aufbau der algebraischen Analysis ein bedeutender Fortschritt gemacht schien. Über diese neue Schrift, welche ohne Vorwort sich einführt, wahrscheinlich aber aus ähnlichen prinzipiellen und methodischen Erwägungen hervorgegangen ist, wie ihre Vorläuferin, können wir das nämliche günstige Urteil fällen. Was in unseren Augen derselben einen besonderen Wert verleiht, ist besonders der Umstand, daſs eine neue Art der Darstellung hier mit vollem Bewuſstsein für die goniometrischen Funktionen zur Anwendung gelangt. Im II. Kapitel seiner „Hyperbelfunktionen" hat der Unterzeichnete auf den gemeinsamen algebraischen Ursprung der Kreis- und Hyperbelfunktionen hingewiesen und im Anschluſs an eine Abhandlung von Eduard Lucas diese Entwickelung auch wirklich durchgeführt. In der Idee vollkommen übereinstimmend, ist das

Verfahren des Herrn Goetting doch praktisch ein ganz anderes, und zwar, wie uns bedünken will, zweckentsprechenderes. Er führt gewisse zunächst nicht näher bekannte Zahlen a und b ein, die er durch gewisse Bestimmungsgleichungen definiert, von denen wir nur die eine folgende anführen wollen:

$$b_{k+1} + b_{k-1} = a_k b_k$$

und gelangt auf rein algebraischem Wege schliefslich dazu, a und b durch sogenannte Kettenwurzeln auszudrücken. Durch geometrische Betrachtungen wird endlich

$$a_k = 2\cos\frac{k\pi}{2n}, \quad b_k = 2\sin\frac{k\pi}{2n}$$

eruiert, wo n eine ganze Zahl vorstellt. Da jedoch die Gröfse k nicht notwendig reell sein mufs, sondern auch einen imaginären Wert annehmen kann, so bedarf es auch einer Diskussion des Resultats für diesen Fall, und diese führt — ebenfalls geometrisch — zum Begriffe des hyperbolischen Sinus und Cosinus. Im zweiten Kapitel wird die Lehre von den regelmäfsigen Vielecken ebenfalls algebraisch als Ausflufs der für die Gröfsen a und b aufgestellten Theorie abgehandelt, wobei besonders die mit ungleich einfacheren Mitteln als gewöhnlich berechnete Seite des 34 Eckes bemerkt zu werden verdient. Das dritte Kapitel enthält die Darstellung von $\left.\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\} nx$ durch Reihen, welche nach Potenzen von $\sin x$ fortschreiten; es liegt hier wesentlich ein specimen applicationis der schon in dem früheren Buche mit besonderer Liebe behandelten Binomialkoefficienten vor. Im vierten Abschnitte endlich werden die unendlichen Reihen für sin und cos, Sin und Cos abgeleitet, wobei zum Schlusse noch der Zusammenhang zwischen den goniometrischen und exponentiellen Funktionen aufgezeigt wird. — Wie schon bemerkt, scheint uns der Grundgedanke, von welchem die ganze Schrift Goettings getragen wird, nämlich, dafs die Lehre von den cyklischen und hyperbolischen Funktionen zuerst algebraisch und erst dann auch geometrisch behandelt werden soll, für die Methodik der Analysis des Endlichen bestimmend zu sein, und, wenn es auch an sich gleichgültig sein mag, wie man sich bei der Realisierung dieses Gedankens zu verhalten habe, so hat doch der hier beschrittene Weg unleugbare Vorteile für den Unterricht.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Hoüel, J. (Professeur de math. pures à la faculté des sciences de Bordeaux). Cours de calcul infinétismal, Paris, Gauthier-Villars, imprimeur-libraire. Tome III. 1880. II. 306 S. Tome IV. 1881. VI. 306 S.

Wir haben in dieser Zeitschrift (12. Jahrg., S. 368, 13. Jahrg., S. 117) des ersten und zweiten Werkes von Hoüel mit der gebüh-

renden Anerkennung gedacht. Damals, als der erste Band erschien, konkurrierte mit ihm in der Absicht, ein konsequentes System der höhern Mathematik auf der Grundlage moderner Anschauungen zu errichten, einzig und allein der erste Teil des grofsen Lehrbuches von Lipschitz; seitdem sind auch die Werke von Worpitzky und Harnack dazu gekommen und das Lipschitzsche Werk ist vollendet. Gleichwohl hat Hoüel auch für Deutschland noch seine besondere Bedeutung: sein Entwickelungsgang schliefst sich dem altgewohnten am meisten an, ohne doch irgendwie der seit Cauchy und Riemann üblich gewordenen Strenge etwas zu vergeben, und als Handbuch und Ratgeber für den Studierenden, der nicht blofs die Prinzipien, sondern auch deren Verwertung zur Lösung praktischer Aufgaben kennen lernen will, wüfsten wir — wenigstens in französischer Sprache — kaum ein besseres Buch zu empfehlen.

Der zweite Band enthält bereits einen Teil der Lehre von den Differentialgleichungen. Im dritten findet dieselbe ihre Fortsetzung; die simultanen Differentialgleichungen und unter diesen besonders die linearen, werden betrachtet und nach Möglichkeit integriert. Dann folgt die Variationsrechnung mit zahlreichen geometrisch-mechanischen Anwendungen auf geodätische Linien, Brachystochrone etc. Nachdem sodann in einem kurzen Schaltkapitel die für die praktische Anwendung minder wichtige Theorie der totalen Differentialgleichungen mit mehreren unabhängigen Veriablen berührt ist, finden die partiellen Differentialgleichungen eine um so umfassendere Behandlung. Den Schlufs dieses Bandes bildet eine Einleitung in die Lehre von den Funktionen einer komplexen Veränderlichen, worin besonders auf die Wichtigkeit dieser für die Integrationsaufgaben (Benützung des Integrationsweges etc.) hingewiesen wird. Eine reichhaltige Sammlung von Übungen zu jedem Abschnitt bildet eine Zierde dieses Bandes, wie seiner Vorgänger; wie nützlich dieselbe ist, weifs jeder, der sich überzeugt hat, dafs gerade für die partiellen Differentialgleichungen und für den Variationscalcul nicht auf die gangbaren Sammelwerke gerechnet werden darf; bezüglich des letzteren Faches war man eigentlich ausschliefslich auf das bei all' seiner Verdienstlichkeit doch nunmehr veraltete Repertorium von Strauch angewiesen.

Band IV. eröffnet eine Zusammenstellung analytischer Ergänzungssätze, die ihrem Gegenstande nach wohl bereits an einer früheren Stelle hätten abgehandelt werden können, die aber methodisch der heutigen Auffassung nach erst nach der Lehre von den komplexen Funktionen eine Stelle finden durften. Es sind dies die Theoreme von Fourier und Bürmann, die Entwickelungen einer Funktion in Bruchreihen und Faktorenfolgen, endlich gewisse Berechnungsarten bestimmter Integrale. Daran reiht sich die generelle Betrachtung der mehrdeutigen Funktionen, zu welchen besonders die Umkehrung gewisser einfacher transscendente Funktionen führt. So wird denn auch der Platz bereitet für jene Funktionen, in deren eindringendem

Studium der Verfasser offenbar die Krönung seines Lehrgebäudes erblickt, für die doppeltperiodischen Funktionen. Es ist klar, dafs Spezialwerke über letztere, wie diejenigen von Briot-Bouquet, Enneper und Königsberger weit mehr Material verarbeiten, als die wenigen speziell hierher gehörigen Abschnitte in Hoüels Werk; zum gründlichen Erfassen der Fragen, um welche es sich hier handelt, eignen sich diese letzteren darum nicht minder. Namentlich zwei Punkte möchten wir als besonders beachtenswert hervorheben: es sind dies die grundsätzliche Anwendung der hyperbolischen Funktionen, wie sie in dieser Ausdehnung seit Gudermanns Zeiten nicht vorgekommen ist, und die allenthalben auf numerische Beispiele gestützte Anleitung zur wirklichen Auswertung der elliptischen Integrale und ihrer Inversen.

Unserer bereits früher ausgesprochenen Hoffnung, es werde dereinst noch zu einer deutschen Bearbeitung dieser für den Studenten vom 1. bis 8. Semester gleich nützlichen Haus-Encyklopädie kommen, wollen wir hier am Ende unserer Schlufsbesprechung nicht verfehlen, nochmals Ausdruck zu verleihen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Schroeder, Th. E. (Professor am königl. Gymnasium zu Nürnberg). Lehrbuch der Planimetrie, mit Rücksicht auf Wöckels Sammlung geometrischer Aufgaben bearbeitet. Dritte Auflage der Planimetrie von Th. Fischer. Mit 6 Figurentafeln. Nürnberg 1882. Verlag der Friedr. Kornschen Buchhandlung. VIII. 288 S. Preis ℳ 3.60.

In den fünfziger Jahren gab Professor Th. Fischer*) in Nürnberg, den Lesern des Grunertschen Archives durch mehrere interessante Aufsätze wol bekannt, im Verlage der Kornschen Buchhandlung ein kleines Lehrbuch der ebenen Geometrie heraus, welches im Jahre 1870 von dem damaligen Ansbacher Gymnasialprofessor Theodor Schroeder neu aufgelegt ward. Diese zweite Ausgabe ist zur Zeit vollständig vergriffen. Der Herausgeber, der bereits an letzterer zahlreiche einschneidende Änderungen vorgenommen hatte, besorgte nunmehr auch die dritte Auflage, arbeitete aber jetzt das Ganze so von Grund aus um, dafs er, obwol er den Plan in seinen Grundzügen beibehielt, vollkommen berechtigt war, das Werkchen in seiner neuen Gestalt unter eigenem Namen in die Welt hinausgehen zu lassen. Auch äufserlich ist vieles anders geworden, die Ausstattung ist eine elegantere, und das früher fast an Duodez erinnernde Format hat sich in ein angemessenes Oktav verwandelt.

*) Man wolle diesen Mann ja nicht verwechseln (wie es uns vorgekommen ist) mit Ernst Gottfried Fischer, weil. Prof. am Gymnasium zum grauen Kloster in Berlin, der ebenfalls ein s. Z. sehr geschätztes und viel benutztes Lehrbuch der Mathematik in 5 Bdn. mit Exkursen herausgab, das aber für unsere Zeit veraltet sein dürfte. D. Red.

Referent hält sich zur sachgemäfsen Besprechung dieses Buches vor manchem Anderen berufen, obschon er freilich andererseits eine gewisse günstige Voreingenommenheit für dasselbe nicht in Abrede zu stellen vermag. Er selbst ist nach der ersten Auflage unterrichtet worden, hat dann später durch eine Reihe von Jahren nach der zweiten Auflage seinen eigenen Unterricht erteilt und sich aufs Lebhafteste für diese neueste Bearbeitung interessiert. Obschon das Buch in Bayern wol bekannt und an verschiedenen Anstalten eingeführt ist, so wünschen wir doch dessen Wirksamkeit nicht auf einen so engen Kreis beschränkt und hoffen durch diese Anzeige die Aufmerksamkeit der Kollegen auf ein ihrer Beachtung im vollsten Maafse würdiges Objekt hinzulenken.

Das Schroedersche Lehrbuch hält unseres Erachtens ganz die richtige Mitte zwischen genetischer und dogmatischer Darstellung. Man hat an der letzteren und an ihrem vielleicht etwas schwerfälligen Rüstzeug von Lehrsatz, Zusatz, Aufgabe etc. mancherlei auszustellen gewufst, und gewifs nicht ohne allen Grund; allein, je länger wir selbst im Lehrfache thätig sind, um so mehr haben wir uns überzeugt, dafs diese „spanischen Stiefeln“ einen sehr hohen mnemotechnischen Wert besitzen. Diese Überschriften und Einteilungen sind für die Repetition fast unentbehrlich, sie bilden die äufseren Merkmale, an die sich das Gedächtnifs des Schülers, zumal des mittelmäfsigen, hält und halten mufs. Allein so, wie diese äufsere Form in unserer Vorlage gewahrt ist, wird sie auch den Freund der gleichmäfsig fortlaufenden Entwickelung kaum belästigen. Aufgaben im engeren Sinne sind dem Buche nur insoweit beigegeben, als es für das System selbst unbedingt notwendig ist, weil der Verfasser von der Voraussetzung ausgeht, dass Woeckels anerkannt vortreffliche „Geometrie der Alten“, von welcher eben Herr Schroeder mehrere Neu-Auflagen besorgt hat, von Lehrer und Schüler zugleich mit benutzt werde. Beide Lehrmittel schliessen sich ihrer ganzen Anlage nach auf das Engste an einander an. Dafür sind dem Texte selbst in kleinerer Schrift ungemein viele Lehrsätze beigegeben, an deren Beweisen sich der Anfänger selbständig zu erproben hat. Dieselben sind ausnahmslos trefflich gewählt und niemals zu schwierig für die Stufe, auf welcher sich der Lernende gerade befindet; manche von ihnen sind der angewandten Mathematik oder dem praktischen Leben entnommen. Endlich wollen wir in dieser allgemeinen Inhaltsskizze noch bemerken, dafs dem historischen und litterarischen Elemente reichlicher Rechnung getragen ist, als in irgend einem anderen der uns bekannten Kompendien, jene von Kunze und Baltzer natürlich ausgenommen. Jeder Lehrer wird sich durch die überall eingestreuten Verweisungen auf die eigentlichen Quellen oder auf bekannte und gangbare Schriften sehr angenehm berührt fühlen. Wir geben jetzt den Inhalt der einzelnen Abschnitte mit kurzen Worten an.

Einleitung. Definition der geometrischen Fundamentalbegriffe; Kongruenz, Gleichheit und Ähnlichkeit.

Kap. I. Gerade Linien einzeln und in ihrem gegenseitigen Verhältnifs betrachtet; Kommensurabilität und Inkommensurabilität zweier Strecken; Maafssystem; Bestimmtsein einer Ebene durch drei nicht kollineare Punkte; einfachste Definitionen vom Kreise. Der Abschnitt, welcher das Messen einer begrenzten Geraden durch eine andere behandelt, setzt einige algebraische Vorkenntnisse voraus; vielleicht hätte das System rekurrenter Gleichungen, auf welches dieser Prozefs führt, noch etwas genauer geschildert werden können. Als Corollar zu dem Satze, dafs jede unbegrenzte Gerade mit der Umfassungslinie einer geschlossenen Figur stets eine begrenzte Anzahl von Punkten gemein haben mufs, teilt der Verfasser die sogenannte „Königsberger Brückenaufgabe“ mit, welcher L. Euler dereinst eine ganze Abhandlung zu widmen für nötig fand, die aber thatsächlich mit wenigen Worten erledigt werden kann.

Kap. II. Dasselbe handelt vom Winkel, der als Ergebnifs einer Drehung aufgefafst wird. Eine grofse Anzahl zweckmäfsiger Übungsaufgaben soll den Schüler in die Rechnung mit Graden, Minuten und Sekunden einführen.

Kap. III. Parallelentheorie. Dieselbe ist ihrem Grundgedanken nach mit jener identisch, welche Proklus in seinem Kommentar dem Astronomen Ptolemaeus zuschreibt. Denkt man sich auf zwei Geraden AB und CD zwei Punkte E und F herausgehoben und durch eine Gerade verbunden, denkt man sich ferner die Gleichheit der Winkel AEF und EFD sowie der Winkel BEF und FEC gegeben, so ist das Liniengebilde $AEFC$ dem Liniengebilde $DFEB$ kongruent. Würden sonach die Linienteile EB und FD einen Punkt gemein haben, so würde ein Gleiches auch für die Linienteile AE und CF gelten, und es wäre damit gegen den Satz verstofsen, dafs zwei gerade Linien höchstens einen Punkt gemeinsam haben können. Wir glauben uns überzeugt zu haben, dafs dieses Räsonnement in der Anschauung eine kräftige Stütze findet, und wenn man also nur nicht behaupten will, dasselbe stelle einen vollwichtigen Beweis vor, so können wir dasselbe gern als Basis einer schulmäfsigen Behandlung des Parallelismus annehmen. Aus diesem Kapitel ist noch die sorgfältige Erörterung der mathematischen Beweisformen hervorzuheben.

Kap. IV. Allgemeine Eigenschaften der Polygone. Vom Dreieck ausgehend, schildert der Verfasser die verschiedenen Bestandteile der Vielecke, wobei er auch der sternförmigen nicht zu erwähnen vergifst, bestimmt die Anzahl der Diagonalen und die Summen der Innen- und Aufsenwinkel — teils direkt, teils mit Hülfe des Thibautschen Verfahrens — und wendet sich dann der Klassifikation der Drei- und Vierecke zu. Den interessanten Anschauungsbeweis für die Gleichheit der Winkel in einem gleichschenkligen Dreieck erinnern wir uns nirgendwoanders angetroffen zu haben.

Kap. V. Die vier Kongruenzsätze für das Dreieck werden in streng logischer Aufeinanderfolge hergeleitet. Der anerkanntermafsen die meisten Schwierigkeiten bereitende dritte Satz (zwei Seiten und der Gegenwinkel der gröfseren Seite) ist deshalb besonders berücksichtigt und mit zwei verschiedenen Beweisen versehen worden. Als Anwendungen der vier Theoreme figurieren die Lehre vom Parallelogramm und vom Deltoid; dadurch, dass dieser letzteren Vierecksgattung eine selbständige Stellung eingeräumt wird, hat die dritte Auflage vor der zweiten einen entschiedenen Vorsprung erlangt.

Kap. VI. Fundamentalaufgaben, d. h. alle jene Konstruktionen, welche bei der Lösung irgend eines geometrischen Problemes nicht entbehrt werden können. §. 93 enthält eine höchst lesenswerte Hodegetik für das Entwerfen der sogenannten „Analysis." Die Sehnensätze, welche früher im IX. Kapitel eine isolierte und deshalb unzweckmäfsige Stellung einnahmen, sind jetzt dem V. Kap. einverleibt und mit den Sätzen über die merkwürdigen Punkte des Dreiecks, über Sehnen- und Tangenten-Vielecke, über Centri- und Peripherie-Winkel zu einem geordneten Ganzen verbunden worden.

Kap. VII. Die Ähnlichkeitslehre reiht sich unmittelbar an die letzte Aufgabe des vorhergehenden Kapitels: eine Strecke in n gleiche Teile zu teilen. Der Fall der Inkommensurabilität zweier Dreiecksseiten kann freilich an dieser Stelle noch nicht berücksichtigt werden, vielmehr wird derselbe erst in dem dem VIII. Kapitel angehörenden §. 131 nachgeholt. Unter den Übungssätzen zu den Hauptsätzen begegnen wir, was besonders für den Zögling einer humanistischen Lehranstalt höchst anregend sein mufs, zahlreichen geodätischen Fragen aus den Werken der alten (griechischen und römischen) Agrimensoren. Ebenso bergen diese kleingedruckten Zusätze einen ganzen Abrifs der neueren Geometrie in sich, die Theoreme von Menelaus und Ceva, die harmonischen Beziehungen etc. Auch über den Dreiecksschwerpunkt werden nach Carnot und Nagel einige hübsche Sätze mitgeteilt.

Kap. VIII. Die Lehre von der Flächengleichheit. Der pythagoreische Lehrsatz stellt sich hier dar als Produkt eines ganz originellen Gedankenganges, der sich allerdings bereits auf Prof. Fischer zurückleiten läfst. Aus ersterem ergibt sich der Begriff des geometrisch Irrationalen und die Berechtigung der Aufgabe, rationale rechtwinklige Dreiecke zu konstruieren. Unter den Anhängen finden wir die Sätze von Varignon, Heron und Feuerbach, die Lehre von der Potenzlinie zweier Kreise, die einander zugeordneten Theoreme von Pascal und Brianchon und zum Schlusse eine vollständige Lösung des apollonischen Taktionsproblems in einer für Unterrichtszwecke aufserordentlich passenden Anordnung. Die Einzelbeweise sind nur angedeutet, so dafs weder dem Lehrer noch dem Schüler die eigeneDenkarbeit erspart bleibt.

Kap. IX. Regelmäfsige Vielecke und Kreisrechnung. Die letztere

stützt sich auf folgende beide Wahrheiten: 1. Der Seitenradius (die Mittelpunktsnormale) des 2 n-Ecks ist die mittlere Proportionale zwischen dem Halbmesser des Kreises und der halben Summe aus diesem Halbmesser und dem Seitenradius des n-Ecks; die Seite des 2n-Ecks verhält sich zu der halben Seite des n-Ecks wie der Halbmesser des gegebenen Kreises zum Seitenradius des 2 n-Ecks. Mit Hülfe dieser Sätze vollzieht sich die approximative Berechnung der Zahl π überraschend leicht und schnell. Die Geschichte der Kreisquadratur ist sehr ausführlich gegeben.

Kap. X. Isoperimetrische Lehrsätze mit eleganten elementargeometrischen Beweisen.

Kap. XI. Eine umfassende Anleitung zur Verzeichnung algebraischer Ausdrücke. Durch dieses Kapitel, welches in den beiden ersten Auflagen fehlte, ist dem Buche erst der richtige Abschlufs zu Teil geworden.

Beim Gebrauche hat der Berichterstatter bemerkt, dafs S. 13, Z. 12 v. o. S statt A, S. 29, Z. 14 v. u. Parallelogramme, S. 40, Z. 1 v. u. $ABCDEF$, S. 164, Z. 1 v. o. De la Hire zu verbessern ist. Das Wort „Peripherie" möchten wir dem Kreise vorbehalten und, wenn von einer geradlinigen Figur die Rede ist, dafür lieber die Bezeichnung „Perimeter" gewählt wissen.

Unserer obigen Allgemein-Charakteristik und der speziellen Inhalts-Angabe haben wir höchstens noch das beizufügen, dafs es vermittelst des Registers und der Seitenüberschriften sehr leicht ist, sich in dem — auch der Aufsenseite nach empfehlenswerten — Buche zurechtzufinden. Wir können auf Grund eigenster Erfahrung allen Schulmännern nur den Rat geben, mit der Schroederschen Planimetrie persönliche Bekanntschaft zu schliefsen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Nachschrift der Redaktion zu dieser Rezension. Wir hatten Gelegenheit das im Vorstehenden rezensierte geometrische Schulbuch einzusehen und zu benutzen, und sind mit dem ausgesprochenen Lobe im allgemeinen wohl einverstanden. Aufser mit dem oben bereits genannten Lehrbuche von E. G. Fischer ist es auch innig verwandt mit den ähnlichen Büchern von Kunze, Helmes*) und Oppel*), indem es eine Fülle von instruktiven Bemerkungen, Winken, Übungen, geschichtlich-litterarischen Notizen u. drgl. bietet, so dafs ein Schüler, welcher dasselbe „durcharbeitet", einen reichen Schatz geometrischen Wissens und Könnens in sich aufnimmt. So z. B. fanden wir, was man in den meisten Büchern vergeblich sucht, (S. 161) die Genesis des Namens „harmonische Proportion" sehr hübsch auseinandergesetzt. Nur an Einem haben wir — zu unserem grofsen Leidwesen — Anstofs nehmen müssen. Der geehrte Herr Referent hat

*) Beide in ds. Ztschr. besprochen: Helmes VII, 129 und IX, 301. Oppel X, 439 u. f.

hierüber, vermutlich aus achtungswerter Pietät gegen den Verfasser, geschwiegen. Wir dürfen aber, was wir an Volksschulschriften scharf rügen, um so weniger an Lehrbüchern für höhere Schulen totschweigen. Der Verfasser gebraucht nämlich konsequent im Texte die geometrischen Zeichen statt der Worte. Er schreibt z. B. das Δ, die $\Delta\Delta$ (Plural), und des Δ (Genitiv, S. 80); den $\wedge$ und des $\wedge$ (des Winkels); ein Zentri $\measuredangle$, ein Aufsen $\measuredangle$ (S. 225); die $\perp AB$ (die Normale AB, S. 226); Gerade, welche mit einer andern G. $=$ $\wedge$ bilden (155); mit gleichen $\measuredangle$ (Plur. 224); zwei $\Delta\Delta$ sind $\simeq$ (157); Verbindungs $\wedge$ an $\|$ sind supplementär (146); [Verbindungswinkel? bair. Terminologie, S. 30]. Möchte der Verf. diese wohl von den meisten Lehrern der Mathematik perhorrescirte Schreibweise in einer event. neuen Aufl. beseitigen! — Endlich erlauben wir uns noch folgende Bemerkung, die freilich den meisten mathematischen Büchern gilt: Obschon ein Register, Kapitel- und Paragraphenzahlen am Kopfe der Seiten genügend orientieren, so wäre doch bei dem reichen Inhalt ein alphabetisches Register*) nicht überflüssig gewesen. (Man will z. B. rasch über einen Satz, etwa den Menelaus oder Ceva oder Ptolemäus, Auskunft haben! Das Inhaltsverzeichnis läfst uns im Stich!)

Escherich, Dr. Gustav von (Professor an der Universität zu Czernowitz) Einleitung in die analytische Geometrie des Raumes. Leipzig bei Teubner. 1881. VIII. 282 S. gr. 8. geh. n. ℳ 5.20.

Diese „Einleitung in die analytische Geometrie des Raumes“ ist aus den Vorlesungen entstanden, welche der Verfasser an den Universitäten zu Graz und Czernowitz hielt. Sie will den Leser in die analytische und synthetische Geometrie einführen, ohne irgendwie zu erschöpfen. Beide Disziplinen sind hier mit einander verbunden, und zwar so, dafs die Gebilde der synthetischen Geometrie auf analytische Weise behandelt werden. Die analytische Geometrie wird daher hier weniger um ihrer selbst willen, als vielmehr um der synthetischen willen betrieben. So tritt z. B. die Fläche zweiter Ordnung zunächst als Ort der Durchschnittspunkte der entsprechenden Elemente zweier reziproken Strahlenbündel auf und dann erst als Fläche mit der allgemeinen Gleichung zweiten Grades. Man wird gewifs diese Verschmelzung für gerechtfertigt halten; denn, wenn sich auch früher beide Richtungen einander feindlich gegenüber standen, so ist es doch heute unmöglich, mit Erfolg Geometrie zu studieren ohne in beide Methoden einzudringen. „Das frühere starre Postulat nach Ausschliefslichkeit und Reinhaltung der Methode

*) Zu solchen Arbeiten kann der Lehrer der Mathematik leicht die Hilfe fleifsiger Schüler in Anspruch nehmen.

wird nunmehr, wie es von jeher in Frankreich und Italien der Fall war, hintangesetzt gegen die Forderung nach Auswahl der einfachsten und natürlichsten Methoden.“ Beim Durchlesen dieses der Vorrede entnommenen Satzes wurde der Referent unwillkürlich an die Worte erinnert, welche der vor neun Jahren verstorbene Hankel bei der Beurteilung von Staudts Geometrie der Lage sprach: „Es ist eben dies in seiner Eigentümlichkeit klassische Werk v. Staudts einer jener Versuche, die mannigfaltige Natur mit den tausendfach hinüber und herüber gehenden Fäden in einen abstrakten Schematismus und ein künstliches System zu zwängen, — ein Versuch, wie er eben nur in unserem Vaterlande, dem Lande streng geschulter Methode und — so dürfen wir hinzufügen — wissenschaftlicher Pedanterie möglich ist. Der Franzose leistet sicherlich in den exakten Wissenschaften nicht weniger als der Deutsche, aber er nimmt die Hilfsmittel wo er sie findet; er opfert nicht die Anschaulichkeit der Systematik auf, und giebt nicht die Leichtigkeit für die Reinheit der Methode preis.“ So fängt man denn nun auch in Deutschland an, die Scheu vor der Methodus mixta zu überwinden. Man stellt den Stoff in den Vordergrund, gewinnt ihm durch die Mannigfaltigkeit der Methoden einen gröfseren Reiz ab und erleichtert so das Eindringen in die Wissenschaft selbst. Von den analytischen und den synthetischen Geometern sind die ersteren am leichtesten in der Lage, den Übergang von der einen zur anderen zu vermitteln, und zwar sind die Symbolik der abgekürzten Bezeichnungsweise und die homogenen Koordinaten vornehmlich die Hilfsmittel, welcher sie sich hierbei bedienen. Beide haben denn auch im vorliegenden Lehrbuch Verwendung gefunden.

Von den beiden Abschnitten, in welche das Buch zerfällt, handelt der erstere, aus sieben Kapiteln bestehende, von der Ebene, dem Punkt und der geraden Linie. Auf die Erklärung der Parallel- und Polarkoordinaten folgt die Gleichung der Ebene und bei dem Prozefs der Umkehrung die allgemeine Gleichung ersten Grades. Dann kommen Ebenenkoordinaten, die Gleichung des Punktes u. s. f. Besonders eingehend ist die gerade Linie behandelt, die sowohl als Schnittlinie zweier Ebenen, wie auch als Verbindungslinie zweier Punkte aufgefafst wird. An zahlreiche durchgearbeitete Übungsaufgaben schliefsen sich hierauf die Plücker'schen Linienkoordinaten an. Dieselben werden erklärt und der Linienkomplex ersten Grades und die Kongruenz zweier linearen Komplexe in einfacher linearer Weise dargestellt.

Im zweiten Abschnitt ist die projektivische Geometrie enthalten. Zunächst treten die homogenen Koordinaten auf, dann aber auch die Linienkoordinaten, welche in Strahlenkoordinaten p und in Achsenkoordinaten q unterschieden werden. Hierauf folgen Wiederholungen solcher Übungsaufgaben, die sich auf die Lage beziehen, und für welche daher die homogenen Koordinaten besonders brauchbar sind. Den wesentlichen Inhalt des zweiten Abschnittes bilden

die Grundgebilde erster, zweiter und dritter Stufe. Einem jeden sind zwei Kapitel gewidmet in der Weise, dafs im ersten Kapitel die Grundgebilde an und für sich und ihre Verwandtschaft besprochen werden, im anderen aber die Erzeugnisse zweier Grundgebilde. So enthält also das siebente Kapitel die Punktreihe und den Ebenenbüschel, sowie deren Projektivität, welche bekanntlich durch das Doppelverhältnis charakterisiert ist. Im achten Kapitel folgen als Erzeugnisse zweier projektivischen einförmigen Grundgebilde die Regelflächen (im besonderen Fall der Kegel) und die Kegelschnitte. Den Schlufs bildet die involutorische Lage. In den beiden folgenden Kapiteln wird das ebene System und der Strahlenbündel nebst deren Verwandtschaft, der Kollineation und Reziprozität, besprochen, und durch sie die Fläche zweiter Ordnung erzeugt. Als Schnittkurve zweier Regelflächen, die einen Strahl gemeinsam haben, ergibt sich dann die Raumkurve dritter Ordnung, und als deren reziprokes Gebilde der Ebenenbüschel dritter Ordnung. Letzterer stellt sich dann noch als die Gesamtheit der Oskulationsebenen jener Kurve dar. Das elfte Kapitel enthält die Kollineation und die Reziprozität räumlicher Systeme. Ferner ist bei zwei reziproken Systemen bemerkenswert das Polarsystem, als dessen Ordnungsfläche die Fläche zweiter Ordnung auftritt, woraus sich nun wichtige Eigenschaften derselben, ihre Identität mit der Fläche zweiter Klasse und die Unterscheidung der einzelnen Arten von Flächen zweiter Ordnung ergiebt. Der letzte Paragraph handelt vom Nullsystem und mehreren Haupteigenschaften desselben. Endlich zeigt das letzte Kapitel, dafs die Transformation homogener Koordinaten durch eine lineare Substitution herbeigeführt wird und schliefst die Bedeutung der orthogonalen Substitution an.

Das Buch ist elementar und anregend geschrieben; die vielfachen Übungen erhöhen seinen pädagogischen Wert, sodafs eine weite Verbreitung desselben im Interesse der Geometrie erwünscht ist. Kenntnisse der analytischen Geometrie der Ebene werden kaum vorausgesetzt, Differentialrechnung ist gar nicht benutzt, wohl aber wird von den Determinanten eingehend Gebrauch gemacht.

Leipzig. WEINMEISTER I.

A. MILINOWSKI (Oberlehrer am Gymnasium zu Weifsenburg i. E.). Die Geometrie für Gymnasien und Realschulen, ein Lehr- und Übungsbuch. II. Teil. Stereometrie. I. Heft: Lehrbuch. Mit 37 Holzschnitten im Text. [VI u. 46 S.] gr. 8. ℳ — 80 ₰. II. Heft. Übungsbuch. Mit 4 Figurentafeln. [IV u. 68 S.] gr. 8. 1881. Leipzig bei B. G. Teubner. ℳ 1.

Dieser zweite Teil*) der Milinowski'schen Geometrie bietet dem Leser auf verhältnifsmässig wenig Raum eine solche Fülle von

*) Über den I. Teil sehe man ds. Jahrg. d. Z. Heft 1, S. 40. D. Red.

Stoff, wie kaum irgend ein anderes Lehrbuch. In ihm sind aufser den Sätzen und Aufgaben der euklidischen Geometrie noch die Lehre von den Ähnlichkeitspunkten und Ähnlichkeitsaxen der Kugeln, von den Kugelbüscheln und die polaren Beziehungen bei Kugeln behandelt, ferner ziemlich eingehend die Fundamentaleigenschaften der Kegelschnitte, sodann die Kubatur des Prismatoïdes, die Guldin'sche Regel vom Schwerpunkt und die Bestimmung gröfster und kleinster Werte. Freilich wird durch die Aufnahme dieser letzteren Gebiete die eigentliche euklidische Geometrie sehr in den Hintergrund gedrängt, und es dürfte in der That der ihr zugewiesene Raum von 14 Seiten etwas zu kurz bemessen sein, wenn auch die Ansicht des Verfassers über die möglichste Einschränkung des Lehrstoffes zu billigen ist. Da man unmöglich in einer normalen Klasse in der gegebenen Zeit alles mit Erfolg durcharbeiten kann, so wird man sich beim Gebrauch des Leitfadens auf das Wichtigste beschränken und aus dem Übrigen das Passendste auswählen. Der Inhalt des Buches ist bei präciser Darstellung klar und durchsichtig gegeben.

Was zunächst die der Kugelgeometrie entlehnten Sätze betrifft, so ist deren Aufnahme in den Unterricht bei solchen Schülern, die die entsprechenden Sätze in der Kreislehre bereits gehabt haben, wünschenswert. Sie gehen nicht über das Fassungsvermögen der Schüler hinaus, erweitern ihren Gesichtskreis, geben neue Analogien zwischen Planimetrie und Stereometrie und endlich — was die Hauptsache ist — sie üben das räumliche Vorstellungsvermögen und die Phantasie des Lernenden in vorzüglicher Weise. Interessant ist das, was der Verfasser in dem §. 8 über Kegelschnitte bringt. Dieser Paragraph zerfällt in drei Teile: *A*) Brennpunkteigenschaften, *B*) Polareigenschaften und *C*) Bestimmung des Kegelschnittes aus Punkten und Tangenten. In *A*) wird der Kegelschnitt als ebener Schnitt eines geraden Kreiskegels aufgefafst und die Bedeutung von Brennpunkt und Leitlinie mittelst eingeschriebener Kugeln nach der Quetelet'schen Methode gezeigt. Aus den erhaltenen Sätzen ergeben sich dann rein planimetrisch wichtige Eigenschaften der Tangente u. s. w. In *B*) werden hierauf die Sätze über Pol und Polare aus der Kreislehre durch Centralprojektion auf den Kegelschnitt übertragen und vervollständigt, und in *C*) endlich wird bewiesen, dafs ein Kegelschnitt sowie jede Centralprojektion desselben durch fünf seiner Punkte und auch durch fünf seiner Tangenten bestimmt ist. Die Durchführung ist dem Verfasser gelungen ohne Anwendung der ein- und umgeschriebenen Sechsecke, welche gewöhnlich herangezogen werden. Dem Referenten waren die Beweise bisher unbekannt, und sie sind wahrscheinlich, ebenso wie die übrigen des Abschnittes *C*, geistiges Eigentum des Verfassers. Hieran schliefsen sich die Sätze, dafs jede Centralprojektion eines Kegelschnittes wieder ein Kegelschnitt ist, und dafs durch fünf beliebige Punkte immer

ein einziger Kegelschnitt möglich ist. Der Beweis des letzteren Satzes wird so geführt, daſs man ein beliebiges Fünfeck zu einem Kreisfünfeck centrisch projiciert. Wer die Schwierigkeiten kennt, die sich entgegenstellen, wenn man in der Schule vom Rotationskegel zum allgemeinen Kegel II. Ordnung übergehen will, oder von den Fokaleigenschaften der Parabel, Ellipse und Hyperbel in kontinuierlicher Folge zum Kegelschnitt, wie ihn die neuere Geometrie auffaſst, der wird dem Verfasser für die Methode, die durch einfache Hilfsmittel auf kurzen Wegen zum Ziel führt, seinen Beifall nicht versagen können. Freilich kann man sich des Bedenkens nicht erwehren, ob der Schüler auf dieser Entwickelungsstufe schon für das Verständnis der Beweise und für die Erkenntnis der Tragweite der Lehrsätze die nötige Reife besitzt. Der Abschnitt *C*) tritt rücksichtlich der Anforderungen an das Fassungsvermögen der Schüler aus dem Rahmen des Ganzen heraus, was namentlich beim Übergang des §. 8 zu §. 9 in die Augen fällt, von welchen der eine mit der Bestimmung des Kegelschnittes aus drei Tangenten und den Berührungspunkten zweier schlieſst, der andere mit der Kubatur des Prismas beginnt. Es wird sich empfehlen den Inhalt des §. 8 an verschiedene Punkte zu verteilen; die Sätze von den Brennpunkten, Leitlinien, Tangenten u. s. w. können schon in der Planimetrie bewiesen werden, wo sie an jedem einzelnen Kegelschnitt besonders zu behandeln wären; der Kegelschnitt am Rotationskegel würde wohl am besten die Stelle, die er einnimmt, behalten; der Schüler würde dann die drei Kurven, die er bisher für verwandt, aber doch im Wesen verschieden hält, von einem einheitlichen Gesichtspunkt aus kennen lernen und Gelegenheit haben, manche bereits planimetrisch bewiesenen Sätze von neuem, aber stereometrisch, zu beweisen. Endlich würde der Abschnitt *C*) wegen seiner Schwierigkeit am Schlusse des Buches, oder noch besser am Anfang eines dritten Teiles (Neuere Geometrie) Stellung finden. Die Sätze vom Schwerpunkt, welche bereits in verschiedenen Lehrbüchern Aufnahme gefunden haben, sind für den Unterricht recht geeignet. Die groſse Allgemeinheit, in welcher sie auftreten, und, was damit im Zusammenhang steht, ihre Anwendung auf zahlreiche Aufgaben, sowie der Umstand, daſs sie dem Grenzgebiet zwischen Mathematik und Mechanik entnommen sind, gewinnen dem Schüler Interesse ab. Hinsichtlich der Darstellung im vorliegenden Buch hätte der Referent nur zwei Wünsche; nämlich erstens den Beweis von VIII, 2a. durch einen einfacheren ersetzt zu sehen, und zweitens die Aufnahme der Formeln für die Mantelfläche und den Kubikinhalt eines cylindrischen Körperstückes, welches von zwei nicht parallelen Ebenen begrenzt wird. Was die Bestimmung der Maxima und Minima betrifft, so ist ohne Zweifel die hier angewandte Schellbach'sche Methode allen anderen elementaren vorzuziehen. Durch sie wird der Schüler in die Praxis des Differenziierens

eingeführt, ohne dafs er die grofsen theoretischen Schwierigkeiten, welche das Differenziieren mit sich bringt, überwinden mufs. Gut wird es jedenfalls sein, wenn man die theoretische Abteilung II des §. 11 nicht zu frühzeitig durchnimmt.

Dafs die sogenannte euklidische Geometrie einer eingehenden Behandlung bedarf, war bereits oben gesagt worden. Es gilt dies namentlich von dem Satze: „Prismen und Cylinder von gleichen Grundflächen und Höhen haben gleiches Volum" und von dem Cavaleri'schen Prinzip. Die ausführlichen Beweise, welche die anderen Lehrbücher von diesen Sätzen bringen, dürfen nicht so ignoriert werden, wie das hier geschehen. Vom Euler'schen Polyedersatz werden zwei Beweise gegeben, einer mittelst Centralprojektion und einer mittelst des Körpernetzes. Der Beweis des Satzes, dafs es nur fünf regelmäfsige Polyeder giebt, wird ohne Zuhilfnahme der dreiseitigen Ecke geführt. Übrigens dürfte es sich empfehlen, die Überschrift dieses §. 5 abzuändern, da dieselbe nur für den kleineren Teil des Paragraphen gilt. Dafs auf die Projektions-Methoden frühzeitig hingewiesen wird, ist jedenfalls anzuerkennen, zumal da hierdurch ein besseres Verständnis der stereometrischen Figuren angebahnt wird. Ein ziemlich unangenehmes Versehen hat sich nach Mitteilung des Verfassers der Setzer am Schlufs des §. 1 auf Seite 2 zu Schulden kommen lassen. Es mufs von Zeile 11 ab heifsen:

IV. a. Sind zwei Gerade a und b einer dritten c parallel, so sind sie selbst parallel.

a und b schneiden c in dem unendlich fernen Punkt von c. Pl. §. 16. Xd.

b. Winkel mit parallelen Schenkeln sind gleich.

Auf den parallelen Schenkeln u. s. w.

An Druckfehlern wurden weiter bemerkt: S. 2, Z. 12 v. o., S. 3, Z. 11; S. 5, Z. 23; S. 9, Z. 3 u. Z. 15; S. 15, Z. 15; S. 22, Z. 7; S. 28, Z. 3 v. u.; S. 35, Z. 8 v. u. Endlich S. 42 dreimal Coeff. statt Koeff.

Dem obigen Lehrbuch steht ein aufserordentlich reichhaltiges Übungsbuch (800 Aufg.) zur Seite. Welchen hohen Wert der Verfasser mit vollem Recht auf die Übungen legt, geht aus seinem Vorwort hervor: .... „Wenn das Hauptziel des geometrischen Unterrichts die Bildung des räumlichen Anschauungsvermögens ist, so mufs der Schwerpunkt nicht im Lernen der Lehrsätze, sondern in der konstruktiven Thätigkeit gesucht werden und deshalb ist ein Übungsbuch notwendiger als ein Lehrbuch. In der Arithmetik hat sich diese Erkenntnis längst Bahn gebrochen;" ..... Nicht minder beachtenswert sind die folgenden Worte: ... „Dazu kommt, dafs auch die sogenannten geometrischen Aufgaben häufig mehr in die Arithmetik als in die Geometrie gehören; gehen doch die stereometrischen Aufgaben in den bekannteren Sammlungen

kaum über die Berechnung von Strecken, Flächen und körperlichen Inhalten hinaus. Deshalb hat der Verfasser versucht, die stereometrischen Übungen zum Teil der Geometrie der Lage zu entnehmen und so durch bloſse Lagenbeziehungen der Ebenen und Kugeln gegeneinander die stereometrische Vorstellung zu üben." Manches ist in das Übungsbuch aufgenommen, was man sonst im Lehrkursus durchzunehmen und vom Schüler lernen zu lassen pflegt, wie z. B. die Sätze von den Seiten der Ecke u. s. w. (Polarecke?). Die ersten Anfänge der v. Staudt'schen Geometrie der Lage, welche in den §§. 1 und 2 Aufnahme gefunden haben, müssen das Interesse des weiter vorgeschrittenen Schülers in hohem Grad in Anspruch nehmen; die harmonischen Elemente, mit deren praktischer Verwendung er bereits vertraut geworden ist, zeigen sich ihm nun in ihrer tiefen rein theoretischen Bedeutung. Die einzelnen Paragraphen des Übungsbuches schlieſsen sich den entsprechenden des Lehrbuches vollständig an, so daſs der, welcher das letztere kennt, sofort auch im ersteren zu Haus ist. Daſs die verschiedenen Projektions-Methoden vielfach Verwendung gefunden haben, ist bei der ganzen Anlage des Buches selbstverständlich. Wiederholt treten Aufgaben der darstellenden Geometrie auf, unter welchen namentlich die Abbildungen der Erde (stereographische Polar-, Äquatorial- und Horizontal-Projektion) hervorzuheben sind. Endlich sei noch auf die Kugelaufgaben hingewiesen, die damit abschlieſsen: diejenigen Kugeln zu konstruieren, welche vier gegebene Kugeln unter gegebenen Winkeln schneiden (s. Plan.). Druckfehler machten sich bemerklich bei den Aufgaben 12 und 312, ein kleines redaktionelles Bedenken bei A. 375 und ein mathematisches bei A. 113.

Leipzig. WEINMEISTER I.

DRONKE, Dr. A. (Direktor der Realschule I. O. zu Trier). Die Kegelschnitte in synthetischer Behandlungsweise für die Prima höherer Lehranstalten. Mit Figuren im Text. Leipzig, bei B. G. Teubner. 1881. (IV u. 75 S.) gr. 8. Preis 2 ℳ.

Der vorliegende Leitfaden zerfällt in zwei Teile mit den Überschriften: „Kegelschnitte in euklidischer Behandlungsweise" und „Neuere Geometrie". Der Verfasser will, wie aus der Vorrede zu ersehen ist, die Kegelschnitte in der Schule nicht allein auf synthetischem Weg, sondern auch nach analytischer Methode behandelt haben; doch hat er letztere nicht in sein Buch aufgenommen, da die Zahl der Lehrbücher der analytischen Geometrie für höhere Lehranstalten eine sehr groſse ist. Diese Vielseitigkeit in der Methodik der Kegelschnitte ist es nun, welche dieselben zu einem vorzüglichen Unterrichtsstoff an allen solchen Lehranstalten macht, die die Mathematik eingehend behandeln können; man wird daher dem Verfasser beistimmen, wenn er sagt: „Der Unterricht in der

Lehre von den Kegelschnitten wird erst recht fruchtbar, wenn die verschiedenen Methoden dem Geist des Schülers die Mannigfaltigkeit der Wege zeigen, auf denen man zu denselben Resultaten gelangen kann.“ Der erste Teil hat den Namen „euklidische Behandlungsweise“ erhalten, weil einstweilen ein anderer Name für die früher allgemein gebräuchliche Behandlungsweise nicht existiere (elementar-synthetisch, alt-synthetisch??). Mit Recht ist in der Darstellung das Lehrsatz-Beweis-Verfahren gewählt, wodurch indeſs dem Vortrag des Lehrers nicht vorgegriffen werden soll, da derselbe am besten das entwickelnde genetische Verfahren einhalten wird. Geometrische Lehrbücher, welche ihren Stoff in kontinuierlicher Folge bringen, ohne ihn auf einzelne Lehrsätze zu verteilen, werden sich schwerlich auf die Dauer in den Schulen einbürgern.

Im ersten Teil behandelt der Verfasser zunächst Ellipse und Hyperbel gleichzeitig und zwar mittelst einer Leitlinie und eines Brennpunktes. Um sodann zum anderen Brennpunkt überzugehen, ist es notwendig, die Symmetrie der Kurve in Beziehung auf ihre Nebenaxe zu beweisen, was mit Hülfe harmonischer Punkte ziemlich einfach geschieht. Hieraus ergeben sich dann leicht die Sätze über Summe bezw. Differenz der Brennstrahlen und über den Centralort eines Kreises, welcher zwei gegebene Kreise berührt. Im §. 3 folgt der Satz über die zu einer Axe senkrecht stehende Halbsehne, der eigentlich nichts anderes ist, als die Gleichung der Kurve in geometrischem Gewand, und dann kommen Sätze über den Durchmesser an und für sich und über konjugierte Durchmesser. Der Referent würde diese Paragraphen am liebsten gestrichen haben. Sein Inhalt wird viel naturgemäſser in der analytischen Geometrie und zum Teil auch in der neueren synthetischen Geometrie wiedergegeben. Die Beweise dieser Sätze nach euklidischer Methode sind gekünstelt, wenig durchsichtig und nicht ohne Rechnung. Das Lehrbuch soll aber doch wohl eine jede Methode von ihrer vorteilhaften Seite zeigen, während der Lehrer im Unterricht es nicht versäumen wird, auf ihre Schattenseiten aufmerksam zu machen. Mag der Schüler immerhin aus dem genannten Paragraphen lernen, wie wenig sich die synthetische Geometrie der analytischen gegenüber für die vorliegenden Sätze eignet, aber man verlange nicht, daſs er diese Beweise eingehend studiere und dem Gedächtnis einpräge — er würde sie recht bald wieder vergessen; sollen sich doch die verschiedenen Methoden nicht gegenseitig ersetzen, sondern vielmehr einander ergänzen. In gleicher Weise würde die Herleitung der Parabelgleichung für das allgemeine System von Durchmesser und Tangente besser der analytischen Geometrie, hingegen die Lehre vom Pol und von der Polare der neueren synthetischen vorbehalten bleiben. Welchen Unterschied sodann — um Einzelheiten zu erwähnen — der Verfasser im §. 4 zwischen Theorem und Lehrsatz macht, ist nicht ersichtlich; würde es an der betreffenden Stelle nicht besser sein,

das erstere ganz zu streichen? Ferner vermifst man in der nun kommenden Erklärung der Tangente mit Hülfe der Sekante die Bewegung der letzteren. Den Berührungs- oder Taktionspunkt als Doppelpunkt zu charakterisieren hält Referent für gefährlich, da in der Kurvenlehre der Doppelpunkt in einer anderen Bedeutung auftritt. Alsdann ist bei dem Satz, dafs die Tangente den Winkel der Brennstrahlen halbiert, der schöne Steiner'sche Beweis leider durch einen andern ersetzt, wahrscheinlich um den Übergang der Sekante zur Tangente mehr hervortreten zu lassen. Endlich schliesst der vierte Teil mit dem Nachweis der Ellipse u. s. w. am geraden Kreiskegel und im besondern Fall auch am schiefen. Neu ist wohl die nicht ungeschickt gewählte Bezeichnung: $X_1 \div X$, um anzudeuten, dafs die Punkte X_1 und X in Beziehung auf eine gegebene Gerade Spiegelpunkte sind; weniger dürfte es sich hingegen empfehlen, die Endpunkte der kleinen Ellipsenaxe „stumpfe Scheitel“ zu nennen (warum nicht „Nebenscheitel“?); schliefslich wäre es wünschenswert, die Fassung des Satzes auf Seite 9 zu ändern, da derselbe in seiner jetzigen Form nicht leicht verständlich ist.

Nachdem im zweiten Teil zunächst das Doppelverhältnis erklärt, und seine wichtigste Eigenschaft nachgewiesen worden ist, wird die Perspektive eingeführt, und zwar, um Punkte aus einer Ebene auf eine andere zu projicieren. Dafs der Verfasser das letztere Verfahren dem gewöhnlich beim Beginn der neueren Geometrie angewandten, nämlich Punkte der einen Geraden auf eine andere Gerade zu projicieren, vorgezogen hat, verdient jedenfalls vom pädagogischen Gesichtspunkt aus volle Anerkennung. Das Projicieren der Punkte einer Geraden auf eine andere ist für den Anfänger zu theoretisch und abstrakt, er sieht den Zweck dieser Mafsregel nicht ein, aber beim Projicieren der Punkte einer Ebene auf eine andere hat er ein viel breiteres Feld der Untersuchung vor sich, denn die Deformationen der auftretenden Figuren und ihre Beziehungen zu einander bieten viel gröfseres Interesse dar, als die reizlosen Formeln der Longimetrie. Hierauf folgen harmonische Systeme und sodann im Anschlufs an Steiner projektivische Punktreihen und Strahlenbüschel und deren Anwendung auf den Kreis. In den beiden letzten Paragraphen sind die Kegelschnitte behandelt. Zunächst wird bewiesen, dafs die Schnittpunkte homologer Strahlen zweier projektivischen Büschel eine Kurve zweiter Ordnung geben, d. h. eine Kurve, welche von einer Geraden in zwei Punkten geschnitten wird, dann, dafs die Projektion eines Kreises auf eine beliebige Ebene eine Kurve zweiter Ordnung ist, und dann, dafs umgekehrt jede Kurve zweiter Ordnung auf die genannte Art erzeugt werden kann. Die nun folgenden instruktiven Figuren lassen deutlich erkennen, wie beim Projicieren des Kreises zum Kegelschnitt die Art des letzteren von der Lage des Projektions-Centrums abhängt. Der letzte Paragraph handelt von der Konstruktion der

Kegelschnitte aus fünf gegebenen Punkten und von der einer gleichseitigen Hyperbel und einer Parabel aus vier, hieran schliefst sich die Entstehungsweise der Kegelschnitte nach Mac Laurin und der Satz des Pascal mit seinen Erweiterungen und speziellen Fällen.

Was nun den zweiten Teil im ganzen anlangt, so scheint es dem Referenten, als ob die Kegelschnitte in demselben viel zu kurz gekommen wären; nehmen doch die vorhergehenden Paragraphen, welche eigentlich nur eine Einleitung in die Kegelschnittslehre bilden sollen, gerade noch einmal so viel Platz in Anspruch, als die beiden letzten. Vielleicht hätten sich jene Paragraphen oder lieber noch die im ersten Teil befindlichen, kürzen lassen, damit die Kegelschnite im zweiten Teil mehr in den Vordergrund treten; namentlich wäre es wünschenswert, dafs die Dualität, dieses wichtige Prinzip der neueren Geometrie, auch im Schlufs des Werkchens Beachtung gefunden hätte, aber die Kurve zweiter Klasse und den Lehrsatz des Brianchon sucht man vergebens, wiewohl die Überschrift des letzten Paragraphen — um- und eingeschriebene Figuren — auch die Behandlung des Tangenten-Sechsseits erwarten lassen mufs.

Ist somit auch der Referent nicht mit Allem, was und wie es der Verfasser brachte, einverstanden, so kann er doch nicht umhin, das Buch bei seinem gediegenen Inhalt, bei der Klarheit seiner Darstellung und dem Reichtum vortrefflicher Figuren den Kollegen angelegentlichst zu empfehlen.

Leipzig. WEINMEISTER I.

WEINHOLD, Dr. Ad. F. (Professor an der königl. höheren Gewerbeschule zu Chemnitz.) Physikalische Demonstrationen, Anleitung zum Experimentieren im Unterricht an Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen. Mit 4 lithographierten Tafeln und gegen 500 (483) in den Text gedruckten Holzschnitten. 3. (Schlufs-) Lieferung.*) Leipzig, Quandt & Händel. 1881. Mit Vorwort, Inhaltsverzeichnis und alphabetischem Register. Preis der 3. Lieferung 8,50 ℳ. Preis des ganzen Werkes (6 + 6,50 + 8,50 =) 21 ℳ.

Unseren früheren Berichten (s. u.) lassen wir nun den über die 3. (Schlufs-) Lieferung dieses für den physikalischen Unterricht hochwichtigen Werkes folgen. Diese 3. Lieferung enthält zugleich neben einem ausführlichen „Inhaltsverzeichnis" (S. VII—X) und einem praktisch angelegten „Register" (S. 664—677) das „Vorwort" (S. III—VI), in welchem der Hr. Verfasser sich über Veranlassung der Abfassung, Zweck und Gebrauch des Buches ausspricht und zugleich andeutet, inwiefern sich dasselbe von den verwandten Werken von Heumann, Frick, Heussi, Külp und Kohlrausch unterscheidet.

*) S. I. Lieferung Jahrg. XII, S. 136 ff. und II. Lieferung Jahrg. XII, S. 217 ff.

Die 2. Lieferung brach mitten in der Wärmelehre S. 368 (Bestimmung der Fundamentalpunkte des Thermometers, s. XII_3, 219) ab und wird also hier fortgesetzt. Es folgen nacheinander folgende Abschnitte*): Ausdehnung starrer Körper, (Zusammenziehung gespannten Kautschuks beim Erwärmen), Ausdehnung tropfbarer Körper (Kaltwasserschwimmer, Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers, Dichtigkeitsmaximum des Wassers), Zirkulation des erwärmten Wassers. Ausdehnung der Luftarten (Gase) bei konstantem Druck und konstantem Volumen, Ausdehnungskoeffizient. Luftthermometer zu Demonstrationen. Zirkulation erwärmter Luft (Zentralheizung). Nun kommen einige §§ aus dem Grenzgebiete der Chemie und Physik: Einflufs der Temperatur auf die Löslichkeit, Schmelzen und Erstarren, Erstarrungsverzug, Volumenminderung beim Erstarren, Schmelzpunktänderung durch Druck, Schmelzpunkt der Legierungen, Gefrierpunkte von Salzlösungen. Dampfbildung, Spannkraft der Wasserdämpfe, Sieden bei verändertem (gröfserem, geringerem) Druck, Leidenfrosts Versuch, Sieden der Salzlösungen, gesättigter und überhizter Dampf, Spannkraft des Dampfes aus Salzlösungen, Siedeverzug, Dampf im lufterfüllten Raume. Kritischer Druck, Verdichtung der Gase, kritische Temperatur. — Wärmestrahlung: Durchläsigkeit der Wärmestrahlen, Wärmespektrum, Emissions-, Absorptions- und Reflexionswendungen der Wärmestrahlen. Radiometer. Wärmeleitung starrer, tropfbarer, gasförmiger Körper. Relative, spezifische, latente Wärme. Bestimmung der spezifischen Wärme durch Eisschmelzen. Kältemischungen. Verdampfungskälte (Kryophor), Verdampfen des Eises. Flüfsige und feste Kohlensäure zur Kälteerzeugung (Apparate von Natterer und Staudinger). Flüfsige schweflige Säure zur Kälteerzeugung. Regelation. Temperaturänderung durch Ausdehnen und Zusammenpressen der Gase (pneumatisches Feuerzeug). Wärmeentwickelung durch Stofs und Reibung. Mechanisches Äquivalent der Wärme (Puluj's Apparat).

VI. Elektricität und Magnetismus. A. Reibungs- und Verteilungselektricität (S. 492—555). Elektricität durch Druck und Wärme. Anziehung und Abstofsung elektrischer Körper. Fundamentalversuche. Elektrische Pendel. Mitteilung der Elektricität, Leiter und Nichtleiter. Influenz (Riefs's Verteilungskonduktor). Blatt-Elektroskop (Gold, Aluminium). Elektrophor. Anordnung der Elektricität auf Leitern. Wirkung der Spitzen und brennender Körper. Elektrisierte Wasserstrahlen. Wasserinfluenzelektrisiermaschine. Reibungselektrisiermaschine mit Nebenapparaten (Versuche). Unterschied (Gegensatz) der beiden Elektricitäten (Lichtenbergische Figuren).

---

*) Der Herr Verfasser hat dieselben im ganzen Buche weder mit Nummern oder §§, noch auch am Rande der Seite bezeichnet, sondern die Überschriften (den Inhalt) nur durch fetten Druck angegeben. Wir glauben, dafs dies der Orientierung im Buche (z. B. bei Citaten) Eintrag thut.

Influenzelektrisiermaschine (Töpler, Holtz, Leyser). Versuche mit derselben*). Ansammlungsapparate: Franklinsche Tafel (Blitztafel, Rosettische Figuren). Verstärkungs- (Leydener oder Kleistsche) Flasche; Entladung, Entlader (Henley, Riefs), Messung der Schlagweite, Lanes Mafsflasche. Flaschen-Batterie. Versuche. — Dampfelektricität. Elektricität durch Druck und Temperaturänderung.

B. Berührungselektricität (Galvanismus) (S. 555—620). Apparate zur Nachweisung schwacher Elektricität. Kondensator, Säulen-Elektroskop (Bohnenberger, Fechner), Quadranten-Elektrometer (Thomson). Elektricitäts-Erregung durch Berührung (Voltas Fundamentalversuch). Zusammengesetzte Ketten (galvanische Batterien). Trockene (Zambonische) Säule. Schliefsungsstrom. Voltasche Säule, physiologische und chemische Wirkungen des Stromes. Hülfsapparat zu galvanischen Versuchen. Verschiedene Arten der Elemente (Bunsen, Grove, Tauch-Elemente). Pachytrop. Stromunterbrecher (Commutator). Verschiedene Arten desselben (Hörmann). Strommessung. Voltameter, Tangentenboussole. Messung schwacher Ströme: Galvanometer (Multiplikator), Reflex-G. Verzweigungsvorrichtung. — Leitungswiderstand: von Metallen, von tropfbarflüfsigen Körpern. Abhängigkeit desselben von der Temperatur und Änderung desselben durch Druck. Ohmsches Gesetz. Innerer Widerstand und elektromotorische Kraft eines Elements. Anordnung der Elemente. Wheatstonsche Brücke. Rheocord. Poggendorfs Kompensationsmethode. — Elektrolyse. Polarisation. Polarisationsbatterie. Elektro-Kapillarerscheinungen. Konstante Elemente. Wärmeentwickelung durch den Strom. Anziehung und Abstofsung von Strömen (Ampères Gestell). Solenoid.

C. Elektromagnetismus, Magnetismus und Diamagnetismus, Induktion. Thermoelektricität. (S. 620—660.) Einwirkung von Kreisströmen auf Eisen und Stahl, magnetische Anziehung und Abstofsung. Magnetische Verteilung; Magnetisieren durch Streichen. Einwirkung des Stromes auf die Magnetnadel. Magnetische Kurven (Kraftlinien). Erdmagnetismus. Natürlicher Magnet. Hufeisenelektromagnet. Elektromagnetische Bewegungsapparate. Diamagnetismus. Induktion. Fundamentalversuche. Induktion durch relative Bewegung von Magnet und Leiter. Induktion durch den Erdmagnetismus. Magnetinduktionsapparate. Dynamoelektrische Induktionsmaschine. Dämpfung der Schwingungen. Rotationsmagnetismus. Elektromagnetische Induktionsapparate. Funkeninduktor. — Durchgang der Elektricität durch verdünnte Luft. Vacuum- (Geifslersche) Röhren. — Telephon, Mikrophon, Photophon. — Thermoelektricität.

Vorangedruckt ist dieser Lieferung ein ausführliches Inhaltsverzeichnis. Den Schlufs der Lieferung bilden: drei Seiten Zu-

*) Vgl. hier unsere Zeitschr. Jahrg. II, 423; III, 27 u. 270.

sätze und Verbesserungen und ein alphabetisches Register (mit kursiv gedruckten Eigennamen), eine für den Gebrauch des Buches höchst wichtige und notwendige Zugabe, die überhaupt in keinem mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrbuche mehr fehlen sollte. Angehängt ist das Preisverzeichnis der in dieser 3. Lieferung aufgeführten Apparate aus der mechanischen Werkstatt von G. Lorenz in Chemnitz, so dafs den Herren Physiklehrern an höheren Schulen hiermit zugleich die unterrichtetste Bezugsquelle geboten wird.

Über den Wert des Buches, über etwaige Mängel oder anzubringende Verbesserungen enthalten wir uns jedes Urteils und wollen das für eine spätere Zeit einer gewandteren und gelehrteren Feder überlassen, wobei wir nicht verfehlen, auf die anerkennenden Rezensionen des Werkes in wissenschaftlichen und pädagogisch-didaktischen Journalen hinzuweisen. Nur einen Punkt von allgemeinerem Interesse möchten wir gleich jetzt noch berühren. Wir fürchten nämlich, dafs das Weinholdsche Werk für diejenigen Schulen, denen unsere Zeitschrift vorzugsweise gewidmet ist, zu viel biete, zumal den Gymnasien, deren Lehrmittel meist recht bescheiden sind. Wer wie Referent das Weinholdsche vortrefflich eingerichtete Laboratorium gesehen hat*) und wer wie er die bescheidenen Mittel kennt, welche den meisten Gymnasien zu Gebote stehen, für den ist es sofort klar, dafs das vorstehende Buch mehr den technischen Lehranstalten und Universitäten, welche über reiche Mittel gebieten, allenfalls noch sehr gut situierten Realschulen I. O. zu Gute kommen wird. Für Gymnasien und tiefer stehende Schulen dürften also Frick, Heussi, Crüger u. A. und vor allen auch Weinholds eigene Vorschule der Physik immer noch ihre Geltung behalten. Um das Weinholdsche Buch recht zu würdigen, darf man nicht vergessen, dafs es kein „Lehrbuch“ sein will. Die Wissenschaft mufs der Lehrer der Physik, für den es ja in erster Reihe geschrieben ist, schon mitbringen. Ganz besonders aber dürfte es den Studierenden der Physik (und hierher gehören ja meist alle Mathematiker) zu empfehlen sein, welche bei den doch meist reichen Mitteln ihres Universitätskabinetts die hier angegebenen Versuche unter Leitung des Physikprofessors leicht ausführen können und dann erwägen und abwägen mögen, was davon sie dereinst als Lehrer brauchen werden und was über die Mittelschule (im Gegensatz zur Hochschule) hinausgeht. Universitätslehrer aber, denen die Aus- und Heranbildung von Lehrern der Physik vom Staate anheimgegeben und zur Pflicht gemacht ist, sollten weniger ihre Stärke und ihren Ruhm darin suchen, junge

*) Referent widmete im vorigen Sommer (1881) der Ansicht desselben einen Tag und fand an Herrn Professor Weinhold den liebenswürdigsten Führer und Erklärer. Er kann allen Physiklehrern, die durch Sachsen reisen, nicht genug anempfehlen, sich das Chemnitzer Laboratorium anzusehen, obschon er nicht wünscht, dafs dem geehrten Herrn Vorstand hieraus eine Last erwachse.

„Gelehrte“ heranzubilden, sollten vielmehr mit einem solchen Buche in der Hand den Studierenden Anweisung geben, wie sich dieselben später als „Lehrer“ auch in bescheidenen Verhältnissen ihr physikalisches Kabinett und Laboratorium einrichten können.*)

KALTBRUNNER, D. (Mitglied der geogr. Gesellschaften von Genf, Bern und St. Gallen), Der Beobachter, allgemeine Anleitung zu Beobachtungen über Land und Leute für Touristen, Excursionisten, Forschungsreisende. Nach dem vom Verfasser durchgesehenen „Manuel du voyageur“ bearb. von E. KOLLBRUNNER (Mitglied der schweiz. naturf. und der ostschweiz. geogr.-kommerciellen Gesellschaft). XX u. 904 S. Zürich, Wurster & Co. 1881. 11 Lief. à *M.* 1.20.

Dieses litterarische Unternehmen, welches sehr dem bekannten Werke von Neumayer „Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen“ (s. d. Ztschr. VIII, 68) ähnelt, und von E. Kollbrunner nach dem allgemein sehr gut recensierten**) „Manuel du voyageur“ bearbeitet ist, scheint eine Lücke in der deutschen geographischen Litteratur ausfüllen zu sollen. Indem wir uns vorbehalten, auf Einzelnes in ds. Zeitschr. zurückzukommen, wollen wir für jetzt nur den Inhalt des nun vollendeten Werkes skizzieren: Die zwei ersten Lieferungen geben (S. 1—156) eine „Vorbereitung auf das Reisen“, enthaltend eine Anzahl wissenschaftlicher Vorkenntnisse und praktischer Fertigkeiten, die in das Bereich der praktischen Geometrie und Physik, des Zeichnens und der Anthropologie (Sprachenkunde) fallen; obschon manche derselben für unsere Fachgenossen sehr überflüssig erscheinen könnten, sind sie doch für das grosse Reisepublikum, bei dem man diese Kenntnisse nicht voraussetzen darf, nichts desto weniger nothwendig. Uns wenigstens hat die Lectüre dieser Hefte, deren erstes uns Lehrern der Mathematik und der Naturwissenschaften meist Bekanntes bringt, sehr angesprochen, da alles zum Gegenstande Gehörige in einer hübschen Ordnung vorgeführt wird und die reichlichen Anmerkungen Manches klären und litterarisch belegen. Manche Dinge sind hier für den Laien so klar und verständlich vorgetragen, dass man ein didaktisches Muster zur Popularisierung der Wissenschaft vor sich zu haben glaubt.

---

*) In den sogen. „physikalischen Seminaren,“ selbst wenn sie, was selten ist, mehr die Praxis des Unterrichts, als die Heranbildung von Gelehrten berücksichtigen, wird meist zu viel „gerechnet.“ Diese Übungen sind mehr „mathematische“ als physikalische. Experimentieren wird dort selten oder nicht gelernt. (Vgl. die preufsische Verordnung in ds. Zeitschr. VIII, 186).

**) Eine Anzahl dieser Rezensionen sind in dem der 1. Lieferung beigegebenen Prospekte abgedruckt.

Die folgenden (9) Hefte bringen unter dem Haupttitel: „Beobachtungen und Studien“ nacheinander: I. „Das Land: Konfiguration desselben (Topographie), Geologie der Erdoberfläche und des Erdinnern, Boden (Schätze und Erzeugnisse desselben), Klima. Hierauf folgen: Hydrologie, die Pflanzen- und Thierwelt. Sodann wird (von Lieferung 7 ab) der Mensch Gegenstand der „Beobachtungen und Studien“ und unter dem Titel II „Das Volk“ werden nacheinander besprochen: Bevölkerungsstatistik, Rassen und Typen, Sprachen und Dialekte, Sitten und Gebräuche, Ideenwelt, Glaube und Religion, Kleidung und Schmuck, Nahrung und Wohnung, Lebensweise, Organisation der Familie, der Gesellschaft und des Staates. Recht und Eigentum. Verschiedene spezielle Einrichtungen im Staats-, Gerichts- und Schulwesen; Gewerbe und Handel; Litteratur, Kunst und Wissenschaft; Ursprung und Geschichte der Völker. Den Schlufs des eigentlichen Inhalts bilden „Allgemeine Betrachtungen“ (im Geiste Ritters: Einflufs der Bodengestaltung auf den Menschen). — Das Ganze durchzieht natürlich — der Bestimmung des Buches gemäfs — der leitende Gedanke, wie der Reisende dies Alles geschickt und mit den einfachsten Mitteln beobachten, bezw. erforschen könne und solle.

Ein geodätisch-mathematisch-physikalischer Anhang (mit Tabellen) und ein (alphabetisches) Register, sowie ein ausführliches Inhaltsverzeichnis erleichtern die Orientierung in dem Werke; in demselben ist eine reiche Fülle des Wissens enthalten, welches durch viele litterarische Citate in den Anmerkungen noch wertvoller wird. Jeder unserer Eachgenossen, welcher Richtung des Naturstudiums er auch angehören möge, wird darin etwas für sich finden, ganz besonders aber der Geographe, für den ja das Buch in erster Linie geschrieben ist. Zur Erreichung wissenschaftlicher Korrektheit oder wenigstens zur Reduzierung von Mängeln auf ein Minimum sind die einzelnen Wissenszweige Spezialisten von Gelehrten unterbreitet worden.

Man glaube nicht, dafs das Buch nur bestimmt sei für Entdeckungs- und Forschungsreisende; vielmehr läfst es sich ebenso gut bei Exkursionen in der Heimat oder bei Reisen im engern Vaterlande (der Provinz) mit Gewinn verwenden und es berücksichtigt auch technisch-kaufmännische Interessen (Gewerbe und Handel S. 731—761). Darum dürfen wir es unbedenklich allen Geographielehrern zur Anschaffung in die Schul- oder ihre Privatbibliotheken empfehlen, selbst wenn es nicht schon von Autoritäten (Chavanne, Hellwald, Kersten, Schweinfurth) warm empfohlen wäre. Nicht minder wird es sich auch für Bibliotheken von Vereinen (litterarischen und Gewerbe-Vereinen) eignen. Die hübsche Ausstattung des durch 24 Bildertafeln und 270 Figuren gezierten Werkes macht der Verlagshandlung alle Ehre. H.

Wagner, R. von, **Jahresbericht über die Leistungen der chemischen Technologie für das Jahr 1880. Fortgesetzt von Ferd. Fischer. Neue Folge. XI. Jahrgang. Mit 166 Abbildungen. Leipzig, O. Wigand. 1881.**

Gewifs hat schon mancher Kollege das Glück gehabt, sein Lehramt an einer Schule zu beginnen, deren fachwissenschaftliche Bibliotheksverhältnisse möglichst vernachlässigt waren. Ich nehme an, das passiere einem Chemiker: Derselbe findet vielleicht einen alten Gmelin vorrätig, 3—4 Jahrgänge von dieser Zeitschrift, dann wieder einen Band von einer andern — überall etwas und im Ganzen nichts und dazu vielleicht noch für den Bücheretat recht bescheidene Mittel. Was läfst sich nun unter solchen Umständen machen, wenn dem neuen Lehrer nichts anderes zur Verfügung steht als der gute Wille, mit geringen Mitteln für die Schule und für die eigene Fortbildung das Möglichste zu leisten? In einer solchen Lage war ich selbst schon, nur mit dem Unterschiede, dafs mir von Seite meines Rektorats jede erdenkliche Unterstützung zu teil wurde. Ich glaube nun auf Grund meiner Erfahrungen das Recht zu haben, für solche Fälle als das einzig beste Mittel die Anschaffung von Jahresberichten zu empfehlen. Auf dem Gebiete der Chemie haben wir jetzt deren zwei: die von Städel und von Fittica, auf dem Gebiete der chemischen Technologie in erster Linie Wagner und dann das Repertorium von E. Jacobsen. Schafft man sich dazu als Grundstock etwa Muspratts technische Chemie oder Wagners Handbuch der Technologie an, so kann man der Entwickelung der jungen Bibliothek ruhig zusehen. Es ist zwar vorderhand wenig, aber es ist ein Plan in der Anschaffung — und mit Jahresberichten mufs jeder Nachfolger zufrieden sein.

Die drohende Gefahr, dafs durch den Tod Wagners das Erscheinen seiner vortrefflichen Jahresberichte gefährdet werde, ist glücklich abgewendet, da sofort der Bericht für 1880 von Ferdinand Fischer in Hannover (den die Leser d. Ztschr. auch aus Aufsätzen derselben kennen), übernommen und im Sommer 1881 schon dem Buchhandel übergeben wurde. Durch die Redaktion des Dingler'schen Journals mit allen Zweigen der Technologie in engster Fühlung, beherrscht Fischer wie wenige den Stoff, den er auch meisterhaft verarbeitet hat.

Es ist hier nicht meine Sache, auf die in den meisten Kapiteln geradezu erschöpfende Wiedergabe der wichtigsten technologischen Jahreserscheinungen einzugehen: nur zur Begründung des Gesagten sei z. B. darauf hingewiesen, dafs, während Fresenius (Ztschr. f. analyt. Chem. 1880. 486) die neuen Alkoholtafeln von Hehner nur von 0—30 Gew. % reproduzierte, dieselben im Wagner'schen Jahresberichte in gröfserem Umfange 0—24 und von 82,58—100 % wiedergegeben sind.

Doch auf derartigen Publikationen beruht noch lange nicht der Hauptwert dieser Jahresberichte. Gerade wir Lehrer kommen doch sehr häufig in die Lage, dafs das Publikum uns mit Fragen nahe tritt, die wir ohne die genauesten Fachkenntnisse nicht sofort zu beantworten imstande sind. In welch verzweifelter Lage befindet sich aber nun ein Lehrer der Chemie, dem in seiner Verlegenheit jede Quelle fehlt, um sich Rechenschaft aus der Litteratur über diesen oder jenen, seinen Studien ferne liegenden Gegenstand zu erholen! Hier bietet uns nun der Wagner'sche Bericht seine vorteilhafteste Seite, weil wir die gründlichste Belehrung ihm entnehmen können. Es sei mir noch gestattet, auf einen kleinen aber verhängnisvollen Druckfehler aufmerksam zu machen, welcher folgenden Zwischenfall veranlafste: ich liefs kürzlich einem Glaser zur Fertigung von Glycerinkitt aus dem Jahrgange 1880, S. 445 die dortigen Rezepte abschreiben. Dieser Mann kam jedoch jammernd zurück, versichernd, dafs diese „Schmiere" absolut nichts tauge; — es stellte sich aber bald heraus, dafs er viel zu viel Glycerin der Bleiglätte zugegeben hatte. Es mufs nämlich Zeile 11 von unten heifsen: „Von dieser Flüssigkeit giebt man zu 50 Gr. Bleiglätte **6 (statt 60)** cbcm." Jetzt lobt der obige Glaser ebenso sehr diesen trefflichen Kitt, als er ihn zuvor geschmäht hatte. —

Vogel.

Atlas der Alpenflora, zu der von Prof. Dr. K. W. Dalla Torre verfafsten vom deutschen und österreichischen Alpenvereine herausgegebenen „Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Alpenreisen", Abteilung Botanik. Nach der Natur gemalt von Anton Hartinger (quiesc. Rektor und Kunstmitglied der k. k. Akademie der bildenden Künste in Wien). Heft 1. Wien 1881. Verl. d. Deutsch-Östr. Alpenvereins in Wien. Preis 2 *M.* (für Mitglieder des Vereins 1 *M*).

Das uns vorliegende erste Heft des in 35 Lieferungen erscheinenden Werkes enthält 14 Tafeln mit den Abbildungen folgender Pflanzen: *Anemone sulfurea*, *Eranthis hiemalis*, *Papaver pyrenäicum*, *Zahlbrucknera paradoxa*, *Erica carnea*, *Rhododendron hirsutum*, *Rh. ferrugineum*, *Pirola uniflora*, *Gentiana angulosa*, *G. Clusii*, *Androsace lactea*, *Primula farinosa*, *P. Clusiana*, *Soldanella alpina*. Die Abbildungen sind naturgetreu und zeichnen sich besonders dadurch aus, dafs nicht, wie dies sonst so häufig geschieht, das erste beste Exemplar als Vorlage gedient hat, sondern mit vollem botanischen Verständnis die zu zeichnenden Pflanzen ausgewählt worden sind. Auch in der Darstellung der Farbentöne, die gerade bei den intensiv gefärbten bunten insektenblütigen Pflanzen der Alpenflora besonders schwierig ist, zeigt es sich, dafs der Verfasser gleichzeitig ein tüchtiger Botaniker und ein bewährter Meister in der Blumenmalerei

sein mufs. So lebensfrisch und vortrefflich sind die Abbildungen, dafs man wähnen möchte, ein sauber zusammengestelltes Herbarium oder noch vielmehr lebende Blumen vor sich zu haben und wundern sollte es uns nicht, wenn einer der Schmetterlinge unseres vorzeitigen Frühjahrs zum Fenster herein käme, um die vor uns liegende Alpenrose oder Heide zu umflattern. Der graue Ton des Papieres und das ganze Äufsere dient dazu, das Auge völlig zu befriedigen. Unterhalb der vorzüglichen Abbildungen finden sich noch gut ausgewählte Analysen, welche den Zweck haben, durch die vergröfserte Darstellung kleiner Pflanzenteile die Unterscheidung von verwandten und ähnlichen Gattungen und Arten besonders zu erleichtern und auch wichtigere biologische Eigentümlichkeiten z. B. den heterostylen Dimorphismus der Primulaceen zur Anschauung zu bringen. Neben dem botanischen und deutschen Namen sind die genauen Angaben über Vorkommen, Bodenunterlage, Meereshöhe und Blütezeit noch besonders angegeben.

Mögen die folgenden Hefte in gleicher Weise vorzüglich ausfallen! Es wird dann der Atlas der Alpenflora zu den besten Werken der neueren botanischen Litteratur gehören und es verdienen, in erster Reihe unseren Schulbibliotheken mit empfohlen zu werden.

Greiz. Dr. F. Ludwig.

---

von Schlechtendal, D. H. R. Die Gliederfüfsler mit Ausschlufs der Insekten. Eine Anleitung zur Kenntnis derselben. Mit lithographischen Tafeln. Leipzig, Teubner. 1881. Preis 2 *M*. 40 ₰.

Es schliefst sich dieses Werkchen in Form und Anlage an die vom Verf. und Dr. O. Wünsche gemeinschaftlich herausgegebenen „Insekten“ an, die wir seiner Zeit hier besprochen haben.*) Dem Titel und Vorwort nach soll es den Anfänger einführen in die übrigen Klassen der Arthropoden, also der Spinnentiere, Kruster und Tausendfüfsler; von den beiden letzten Abteilungen ist jedoch in dem ganzen Buche nichts zu finden, es sind in ihm nur die Spinnentiere bearbeitet. Von den Ordnungen der Arachniden sind auch nur die Arten der Araneïden, Scorpioniden, Phalangiden einer genaueren Bearbeitung unterzogen worden, die Bestimmungstabellen für die Acariden und Ixodiden führen nur zur Auffindung der Gattungen. Dazu sind die letzteren, wie der Verf. zugesteht, nach dem veralteten C. L. Koch'schen System bearbeitet, auf die neuere, allerdings sehr lückenhafte Litteratur ist keine Rücksicht genommen. So wären manche Gattungen wie z. B. unter den Gamasiden *Zercon* u. s. w. jetzt ganz zu

*) Vgl. XI, 386. Red.

streichen. Von einzelnen Arten sind nur genannt *Uropoda vegetans* und *Sarcoptes scabiei;* weshalb nicht noch eine Anzahl recht gut bekannter und zum Teil auch ohne Lupe erkennbarer Arten z. B. *Trombidium holosericeum,* deren Larven (Leptus autumnalis) auch auf den Menschen schmarotzen und eine lästige Hautkrankheit erzeugen, *Sarcoptes minor* und *squamiferus*, die Räudemilben von Katze und Hund, *Dermanyssus avium* und *gallinae* u. s. w., die Milben unserer Singvögel und Hühner, *Acarus siro, farinae*, *prunorum*, die gemeine Milbe der Bierfilze *Glyciphagus longior* etc. etc.? Jedenfalls hätte der Titel des Buches etwa heifsen sollen „die Spinnentiere mit besonderer Berücksichtigung der Araneïden, Phalangiden und Scorpioniden“. Das Gegebene steht hinter den früheren Leistungen nicht zurück und wird das Buch ein recht brauchbarer und willkommener Leitfaden sein für Jeden, der sich mit den Gliederfüfslern vertrauter machen will, auch für den Schüler, der Zeit und Lust hat, einzelne Blätter des Buches „Natur“ zur Privatlektüre zu wählen.

Greiz. Dr. F. Ludwig.

Zu den Lehrmitteln.

Wir haben in Folgendem die Herren Fachgenossen auf zwei für den astronomisch-geographischen Unterricht bestimmte, teils schon erschienene, teils in Vorbereitung begriffene ausgezeichnete Lehrmittel aufmerksam zu machen:

I. Die Projektionsphotogramme aus dem Gebiete der Astronomie von Wigand in Zeitz.*)

II. Die bewegliche, transparente Sternkarte vom Seminar-Oberlehrer Schneider in Cöthen.

Ad I. Diese Photogramme sind teils Abbildungen von bereits vorhandenen Darstellungen, doch nach den besten Originalen (nicht

*) Projektionsphotogramme von Otto Wigand in Zeitz (Provinz Sachsen). Der Katalog enthält für Astronomie 36 Nummern, für Physik und physikalische Geographie 42 Nr., für Zoologie (Parasiten) 104 Nr., für Botanik 38 Nr. (pflanzliche Schmarotzer 15 Nr., Krankheiten der Kulturpflanzen 23 Nr.). — Ueberdies sehe man: Verzeichnis der Projektionsphotogramme aus dem Gesamtgebiete der Botanik von demselben (Februar 1879, Zeitz, bei C. Brendel) mit Preis-Verz. — Ferner sei noch aufmerksam gemacht auf „das Skioptikon als Unterrichtsmittel“, Abdruck aus der „Natur“ von C. Müller nebst Prospekt „Neuestes verbessertes Skioptikon“ von O. Wigand in Zeitz (eine Besprechung desselben s. in der Central-Zeitung für Optik und Mechanik vom 1. Mai 1882). — Bei dieser Gelegenheit wollen wir nicht unterlassen, aufmerksam zu machen auf das Werkchen: „Die Projektionskunst für Schulen, Familien und öffentliche Vorstellungen u. s. w. 8. Aufl. Liesegangs Bibliothek für Photographie Nr. 16. Düsseldorf 1882, auf das wir in ds. Ztschr. zurückkommen werden.

nach Reproduktionen), teils von neuerdachten und zumeist von Hrn. Dr. Weinek, erstem Observator an der Leipziger k. Sternwarte, meisterhaft ausgeführten Zeichnungen für den Unterricht in der Astronomie. In einer durch das Skioptikon bedingten handlichen Gröfse, meist weifs auf schwarzem Grunde, machen dieselben auch auf das Auge einen angenehmen Eindruck.

A. Abbildungen aus Originalwerken.
1. Saturn.
2. Orion-Nebel.
3. Vollmond.
4. Erstes und letztes (Mond-)Viertel.
5. Fünf landschaftliche Detailkarten über Mondgebirge.
6. Verfinsterung der Sonne durch die Erde vom Monde aus gesehen.

B. Demonstrationsphotogramme für den Unterricht entworfen und gezeichnet von Dr. Weinek.
1. Kerguelen-Station (transportables Observatorium).
2. Leipziger Sternwarte (zum Vergleich mit Nr. 1).
3. Perspektivische Darstellung des Venusdurchgangs.*)
4. Messung von Entfernungen zur Illustration des Begriffs „Parallaxe“.
   a) Messung der Entfernung eines irdischen Gegenstandes. (Thurm am jenseitigen Ufer eines Flusses.)
   b) Messung der Entfernung des Mondes von der Erde.
   c) Messung der Entfernung eines Fixsterns von der Erde.
5. Die Erscheinungen der jährlichen Parallaxe in mehreren Phasen (abhängig von der Breite des Gestirns).
6. Jährliche Aberration (ebenfalls abhängig von der Breite des Gestirns).
7. Schlingenbildung bei Planetenbewegungen zur Zeit der Opposition.
8. Donatis Komet (1858).
9. Doppelbild des Donati'schen Kometenlaufs: a) scheinbarer, b) wirklicher Lauf (Bahn i. Raume).
10. Perspektivische Darstellung der Sonnen- und Mondfinsternisse.**)
11. Zodiakallicht, gezeichnet von Dr. Weinek bei der Venusexpedition nach der Kerguelen-Insel 1874. (Gez. bei Mauritius im offenen Meere.)***)
12. Sämtliche Coordinatensysteme des Himmels in einer (perspektivischen) Darstellung.

*) Man vergl. Leipz. Illustr. Zeitung von 1881, Nr. 2003.
**) Man vergl. die Darstellung in der Wochenschrift „Daheim“. Beilage zu Nr. 36 (1882) S. 568. Von Dr. Weinek.
***) Publiziert in den Verhandlungen der k. sächs. Gesellschaft d. W. vom J. 1878.

NB. Herr Wigand teilt uns noch mit, dafs ihm für die naturgeschichtlichen Photogramme die Unterstützung der Herren Professoren Zürn (Zoologie) und Credner (Geologie), beide in Leipzig, zugesagt sei.

II. Die bewegliche Sternkarte von Schneider.

Dieselbe besteht aus einer Scheibe von ca. 60 *cm* Durchmesser und 6 *cm* Dicke, welche eine höchst akkurat ausgeführte Sternkarte des nördlichen Himmels trägt; diese Scheibe rotiert unter einer elliptisch ausgeschnittenen metallnen Horizontplatte und innerhalb eines 4 *cm* breiten Zeitringes, der zugleich die Differenzen zwischen wahrer und mittlerer Sonnenzeit von 8 zu 8 Tagen angibt. Man kann mit diesem Apparat so ziemlich alle Aufgaben, die man sonst am Globus löst, in der Ebene lösen. Besondere Vorzüge des Apparates sind: dafs er transparent ist und die Sterne (durch sinnreiche Vorrichtungen) nicht nur in ihrem eigentümlichen Glanze und Farbe, sondern auch in ihrer relativen Helligkeit (als Sterne 1. 2. 3. 4. 5. Gröfse) erscheinen läfst. Der Apparat erklärt auch in anschaulicher Weise z. B. wie es kommt, dafs im Anfange des Winters die Vormittage uns verhältnismäfsig länger erscheinen, als die Nachmittage; ferner gibt er den Stundenwinkel jedes Gestirns und die Sternzeit des Ortes nach der Formel an: Sternzeit = Stundenwinkel + Rektascension ($\Theta = t + \alpha$). An dem (auf einem Gestelle stehenden) Apparate kann man also vor den Schülern im verdunkelten Zimmer die Sterne auf- und untergehen lassen. Endlich kann der Apparat noch mit einem Sternzeit-Uhrwerk verbunden werden, durch welches der wirkliche Lauf der Gestirne dargestellt wird, so dafs man (bei unbewölktem Himmel) die Congruenz der Karte mit dem gestirnten Himmel prüfen kann. Der Apparat ist, wie bereits erwähnt, unter der Controle des Hrn. Observ. Dr. Weinek construiert und ausgeführt worden, so dafs auch der neueste wissenschaftliche Standpunkt gewahrt ist. Dem Vernehmen nach hat auch Hr. Prof. Dr. Förster, Direktor der Berliner Sternwarte, dem Erfinder des Apparates seinen lebhaften Beifall ausgesprochen*).

Den Vertrieb der Apparate, teils einfacher mit Drehvorrichtung, teils solcher mit Uhrwerk hat die Lehrmittelhandlung von Heitmann (Leipzig, Hospitalstrasse) übernommen.

Zum Schlusse möge noch, gegenüber unserer in ds. Z. häufig ausgesprochenen (motivierten) Ansicht über den mangelhaften mathematischen (u. naturw.) Seminarunterricht in Deutschland, ausdrücklich bemerkt werden, dafs Hr. Oberlehrer Schneider nicht ein seminaristisch, sondern ein akademisch gebildeter Fachgenosse ist, welcher mit grofsem Eifer astronomischen Studien obliegt. Dieser

*) Man sehe Saale-Zeitung v. 12. IV. 1882.

Umstand, in Verbindung mit der durch Hrn. Dr. Weinek gewährten Unterstützung möge das Vertrauen stärken, mit dem die Herren Fachgenossen an die Anschaffung des betr. Apparates für ihre Lehranstalten gehen können. H.

B) Programmschau.

Naturwissenschaftliche Programme*) der Provinz Hessen-Nassau. Ostern 1881.

Referent Dr. Ackermann in Cassel.

Frankfurt a. M. Wöhlerschule. Programm Nr. 349. Dr. Ferd. Richters, *Das Aquarium des zoologischen Gartens zu Frankfurt a. M.* (32 S.)

Neben den zahlreichen und gröfstenteils reich dotierten der Förderung der Naturwissenschaften dienenden Anstalten, welche Frankfurt besitzt — wir erinnern an das Senckenbergische Museum mit seinen grofsartigen Sammlungen und seiner reichen Bibliothek, den zoologischen Garten, den botanischen Garten, den Palmengarten, die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft, den physikalischen Verein, die neue zoologische Gesellschaft, den Verein für Geographie und Statistik, den mikroskopischen Verein u. a. m. —, ist seit dem Sommer 1877 ein weiteres Förderungsmittel der Naturwissenschaften hinzugetreten, ins Leben gerufen von der neuen zoologischen Gesellschaft, das Aquarium. Die vorliegende Abhandlung hat es sich zur Aufgabe gemacht, eine Beschreibung der neuen Schöpfung zu geben und damit dem Besucher derselben über die wichtigsten der sich ihm aufdrängenden Fragen Aufklärung zu verschaffen. Zunächst werden die Einrichtungen geschildert, durch welche es ermöglicht wird, die in 14 geräumigen Becken untergebrachten Bewohner (vorwiegend Seethiere) längere Zeit am Leben zu erhalten; dabei werden eingehend besprochen: Wasser, Salzgehalt, Luftzufuhr, Temperatur- und Lichtverhältnisse, sowie Ernährung. Hieran reihen sich einige Bemerkungen über das Aquariumsgebäude, über die Bezugsquellen und die Transportmittel für die Thiere und endlich eine Betrachtung der Bewohner selbst. Diese werden in systematischer Reihenfolge vorgeführt, wobei die fast regelmäfsig anzutreffenden Species durch einen Stern ausgezeichnet sind. Selbstverständlich bezweckt dieser Teil der Arbeit nicht, eine ausführliche Naturgeschichte zu liefern; es soll derselbe blofs dem Besucher des Instituts zur Erklärung dienen und diesen Zweck erfüllt er in vollkommenster Weise. Eine beigeheftete Tafel mit dem Querschnitt des Gebäudes, welches das Aquarium enthält, erleichtert die Orientierung.

Hanau. Gymnasium. Progr. Nr. 337. Johannes Rittau, *Johann Reinhold Forsters Bemerkungen auf seiner Reise um die Welt.* (34. S.)

Joh. Reinh. Forster war von der englischen Regierung für die zweite Reise Cooks' (1772—1775) diesem als Naturforscher und Historiograph beigegeben worden. Nach Beendigung der Reise liefs es sich Forster vor allem angelegen sein, eine Geschichte und Beschreibung der glücklich überstandenen Entdeckungsreise zu bearbeiten. Er hatte bereits auf Grund seines wie Cooks' Tagebuchs einige Bogen seiner Arbeit vollendet und diese zur Probe der britischen Regierung eingereicht, als diese den Plan

---

*) Die mathematische Programmschau soll später erscheinen. — Wir bitten die Herren Programm-Referenten in denjenigen Landesteilen, wo die Programmschau von zweien besorgt wird, dringend, ihre Referate immer gleichzeitig einzureichen, um die Pr.-Sch. nicht zu zerstückeln. D. Red.

zu diesem Werke verwarf und ihm aufgab, weniger eine zusammenhängende Erzählung der Reise zu schreiben, als vielmehr sich nur auf einzelne „philosophische Bemerkungen" zu beschränken. Forster bequemte sich zur Erfüllung dieser Vorschrift und schrieb im Jahre 1778 seine „Observations made during a voyage round the world", welche noch in demselben Jahre ins Französische, 1783 (von seinem Sohne Georg, der die Reise mitgemacht hatte und diese in einem 3bändigen 1784 in Berlin herausgegebenen Werke beschrieben hat) ins Deutsche übersetzt wurden und wenige Jahre später auch in schwedischer und holländischer Uebersetzung erschienen. Forsters Werk hat zum Gegenstand der Betrachtung „die Natur im weitumfassendsten Sinne des Wortes: Erde, Meer und Luft, unorganische und belebte Körper, hauptsächlich aber das Menschengeschlecht", es ist also eine allgemeine Geographie mit Auschlufs der mathematischen. Was das Buch den Zeitgenossen aber besonders so werthvoll gemacht und dessen weite Verbreitung veranlafst hat, sind die zum grofsen Teil neuen Ansichten über Fragen aus der allgemeinen Geographie, welche die gelehrte Welt überraschten und das Interesse auf sich ziehen mufsten, es waren vor Allem die Klarheit und überzeugende Kraft, mit welcher diese Ansichten ausgesprochen wurden. Verfasser der vorliegenden Programmabhandlung legt nun in seiner Arbeit unter Zugrundelegung der von Forsters Sohne Johann Georg Adam besorgten deutschen Übersetzung (Berlin, Haude und Spener, 3 Bde., 2. Aufl. 1783) dar, welches im Vergleich zur Vorzeit die neuen Ansichten Forsters sind und in wie weit diese nach dem heutigen Standpunkte der geographischen Wissenschaft Bestätigung oder Widerlegung gefunden haben. Die Betrachtungen erstrecken sich auf 1. Erde und Land: Unebenheiten, Schichten und Bestandteile; 2. Wasser und Weltmeer: Quellen, Bäche, Meere, Eis; 3. Dunstkreis: Thau, Regen, Nebel, Schnee, Hagel, Wasserhosen, Lufterscheinungen, feurige Erscheinungen, Winde; 4. Veränderungen der Erdkugel: regelmäfsige, zufällige Abnahme der Seen und des Wassers überhaupt. — Schliefslich bemerkt der Verfasser, dafs, obschon Forsters Bemerkungen sich vielfach durch überraschende Neuheit, überzeugende Kraft und dauernden Wert auszeichnen, manche derselben noch heute nicht genügend gewürdigt, teilweise sogar ganz in Vergessenheit gerathen seien, dafs Forster selbst aber unzweifelhaft ein allseitig gebildeter Naturforscher, scharfer Beobachter und klarer Darsteller des Wahrgenommenen gewesen und mehr Beachtung verdiene, als er bisher im Allgemeinen gefunden habe.

Homburg v. d. H. Realschule II. O. Progr. Nr. 354. Dr. H. Spranck, *Die Wälder Europas während der Tertiärperiode im Vergleich zu denen der Jetztzeit.* (42 S.)

Der erste, gröfsere, Teil der Abhandlung beschäftiget sich mit den europäischen Wäldern während der Tertiärperiode und giebt zunächst „systematische Bestandteile", behandelt die geographische Verbreitung der wichtigsten Waldbäume Europas während der gedachten Periode und liefert endlich eine ausführliche Übersicht über die Verbreitung und den physiognomischen Charakter der Wälder jener Periode. In einer besondern Tabelle zusammengestellt finden sich die tertiären baumbildenden Familien und Gattungen (incl. der zum Teil strauchartigen) von drei gröfseren Florengebieten, dem arktischen, schweizerischen und piemontesischen, und von 17 tertiären Lokalfloren, nämlich von: Gelinden, Monte Bolka (Eocän); Aix, Häring, Göhren, Sagor, Sieblos, Stedten, Spitzbergen, Salzhausen, Tschnernowitz, Kunzendorf, Öningen, Liescha, Toscana (Miocän); Meximeus und Lombardei (Pliocän). Der zweite Teil ist den Wäldern Europas in der Jetztzeit gewidmet und giebt auch hier zunächst systematische Bestandteile und deren geographische Verbreitung — in einer Tabelle sind

dieselben zusammengestellt, und zwar umfaſst dieselbe 23 Familien (gegen 79 der Tertiärzeit) mit 39 Gattungen und 102 Arten —, sodann zum Schluſs eine Übersicht über die Verbreitung und eine Schilderung des physiognomischen Charakters der jetzigen europäischen Wälder.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Preussen, Posen und Schlesien. Michaelis 1881.

Referent Dr. Meyer, Rektor des Realprogymnasiums zu Freiburg, i. Schl.

NB. In den Michaelisprogrammen von Preuſsen und Posen vom Jahre 1881 befinden sich keine mathematischen und naturwissenschaftlichen Abhandlungen.

Schlesien.

Neisse. R. I. O. Progr. Nr. 185. Oberlehrer Karl Blasel, *Die Cissoide und eine ihr verwandte Kurve. Analytisch-geometrische Abhandlung für den Wissensstandpunkt der Schüler der obersten Klasse einer Realschule I. O.* (16 S. und 1 Figurent.)

Man pflegt bei der Behandlung der analytischen Geometrie auf den Realschulen gewöhnlich nicht über die Linien zweiter Ordnung, die Kegelschnitte, hinauszugehen. Bei der vorliegenden Arbeit hat der Verfasser zunächst nur den Zweck im Auge, seine Schüler dadurch zu weiterem eigenen Fortschreiten anzuspornen, daſs er ihnen zeigt, wie sie das in den Elementen der analytischen Geometrie Erlernte bei Linien höherer, als zweiter Ordnung zweckmäſsig verwenden können. Zu diesem Zwecke hat er die Cissoide gewählt, welche er zunächst auf zwei Arten als geometrischen Ort darstellt, sodann nach der von Newton angegebenen Methode durch eine stetige Bewegung entstehen läſst. Hierauf entwickelt er die Cissoiden-Gleichung für Polarkoordinaten und die Gleichung der Cissoiden-Tangente. Sodann wird noch die Gleichung der sogenannten Ophiuride (Schlangenschwanzlinie) entwickelt, gezeigt, daſs die Cissoide nur ein specieller Fall derselben ist, und wie sich beide Linien zur Lösung des sogenannten delischen Problems verwenden lassen. Schlieſslich wird noch angeführt, daſs der Flächenraum, welcher zwischen den beiden sich ins Unendliche erstreckenden Ästen der Cissoide und ihrer Asymptote liegt, eine endliche Gröſse ist.

Reichenbach. R. 1. O. Progr. Nr. 186. Emil Hoffmann, *Der Anfangsunterricht in der Geometrie.* (20 S.)

Die vorliegende Arbeit ist ein recht verständig geschriebener Leitfaden des geometrischen Pensums der Quarta, den keiner unserer Kollegen, welche diesen grundlegenden Unterricht zu erteilen haben, ungelesen lassen sollte. So ist gleich an den Anfang der Arbeit, durchaus zweckmäſsig für den Standpunkt der Quarta, statt der sonst üblichen Erklärungen für „gerade (Linie)“ und „ebene (Fläche)“ die Angabe des Verfahrens gestellt, wie man dieselben prüft. Hieran schlieſsen sich dann die entsprechenden Bemerkungen über Körper, Fläche, Linie und deren Entstehung, Strecke, Strahl, Gerade, Winkel, deren Gröſse und gegenseitige Lage an einem Scheitel und an zwei Scheiteln (gleichliegende, (korrespondierende), entgegengesetzte, Wechselwinkel und verschränkte). Mit besonderem pädagogischen Geschick ist das so heikle Kapitel der Parallelen behandelt. Hieran schlieſsen sich einige Bemerkungen über Winkel an 3 und 4 Scheiteln, und dann folgen die Sätze von den Winkeln und Seiten des Dreiecks. Den bekannten Kongruenzsätzen sind zwei „Nichtkongruenzsätze“ beigefügt, worauf die Arbeit mit den Sätzen von der gefällten Normale, vom „Deltoid“, vom „Umkreis“ und vom „Inkreis“ schlieſst. Die Arbeit verweist wiederholt auf Liersemann, Planim. Konstr.-Beilage d. 5. Jahresberichts ders. Schule, welche dem Verf. augenscheinlich vorbildlich gewesen ist. —

C. Bibliographie.

April. Mai.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Schröer, Wider die Schulsparkassen. (64 S.) Wittenberg, Herrosé. 1.

Sommer, Sem.-Dir. Dr., Materialien zu pädagogischen und didaktischen Aufsätzen. (112 S.) Münster, Nasse. 1,35.

Steur, Simon und Töplitz, Dr. Dr., Über Ferienkolonien. (33 S.) Breslau, Schletter. 1.

Goldschmidt, Henriette, Ideen über weibliche Erziehung. Sechs Vorträge. (172 S.) Leipzig, Reifsner. 3.

Wolff, Doc. Dr., Gemüt und Charakter. Sechs Vorträge. (144 S.) Leipzig, Gerhard. 2,50.

Grube, A. W., Pädagogische Studien und Kritiken für Lehrer und Erzieher. 3 Reihen. Leipzig, Brandstetter. 10,10.

Spieker, Prov. Schulr., Die Hohenzollern und die Volksschule. Ein Beitrag zum richtigen Verständnis des preufsischen Volksschulwesens. (71 S.) Hannover, Meyer. 0,80.

Pfeil, L. Gr., Unser höheres Schulwesen ist schwer krank. Ein Mahnruf an deutsche Eltern und Lehrer. (19 S.) Breslau, Max. 0,50.

Schultz, Über das teleologische Fundamentalprinzip der allgemeinen Pädagogik. (89 S.) Mülhausen, Bufleb. 1,60.

Biese, Wissenschaftliche Propädeutik. Eine Ergänzuug und Vertiefung allgemein humaner Bildung. (112 S.) Leipzig, Fues. 2.

Köhler, Gymn.-Lehrer, Schule und Haus. Ein wohlgemeintes Wort für häusliche Erziehung und Belehrung. (26 S.) Neisse, Graveur. 0,50.

Lehrpläne für die höheren Schulen, nebst der darauf bezügl. Zirkularverfügung des königl. preufs. Unterrichtsministers vom 31. März 1882. (45 S.) Berlin, Hertz. 0,60.

Wackernagel, Temperament u. Erziehung. (46 S.) Berlin, Rother. 0,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Hochheim, Prof. Dr., A., Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. 1. Heft. Die gerade Linie, der Punkt, der Kreis. A. Aufgaben. (79 S.) Leipzig, Teubner. 1,50.

—, Dasselbe. B. Auflösungen. (102 S.) Ebda. 1,50.

Schöffler, Oberleutnant, Lehrer, Synthetische Theorie der Kurven II. Ordnung, für den Selbstunterricht bearbeitet. (38 S.) Wien, Seidel. 2.

Abendroth, Gymn.-Prof. Dr., Anfangsgründe der analytischen Geometrie der Ebene, für die oberste Stufe der höheren Schulen etc. bearbeitet. (134 S.) Leipzig, Hirzel. 1,80.

Steiner's, Jac., gesammelte Werke. Herausgegeben auf Veranlassung der königl. preufs. Akademie der Wissenschaften, von Weierstrass. (748 S.) Berlin, Reimer. 34.

Rüefli, Sek.-Lehrer, Kleines Lehrbuch der ebenen Geometrie, nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben. (108 S.) Bern, Dalp. 1,20.

—, Kleines Lehrbuch der Stereometrie, nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben. (90 S.) Ebda. 1,20.

Greve, Oberl. Dr., Lehrbuch der Mathematik. Für den Schulgebrauch und zum Selbstunterricht methodisch bearbeitet. 3. Kursus. Berlin, Stubenrauch. 4,20.

Baltzer, Prof. Dr. R., Analytische Geometrie. (535 S.) Leipzig, Hirzel. 8.

Bendt, Ingen., Ebene und sphärische Trigonometrie. (128 S.) Leipzig, Weber. 1,50.

Smolik, Prof., Elemente der darstellenden Geometrie. Ein Lehrbuch für Oberrealschulen. Mit 345 Holzschnitten. (271 S.) Prag, Tempsky. 3,60.

2. Arithmetik.

Kronecker, Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Gröfsen. Festschrift. (174 S.) Berlin, Reimer. 6.

Nissen, Sem. L., Lehrbuch der elementaren Mathematik für den Unterricht in Schullehrerseminarien und Realschulen. 1. Teil: Arithmetik und Algebra. Herausgeg. von Dohrn. (162 S.) Schleswig, Bergas. 2.

Du Bois-Reymond, Die allgemeine Funktionentheorie. 1. Teil. Metaphysik und Theorie der mathematischen Grundbegriffe: Gröfse, Grenze, Argument und Funktion. (292 S.) Tübingen, Laupp. 8.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Fuhrmann, Prof. Dr. A., Aufgaben aus der analytischen Mechanik. Ein Übungsbuch für Studierende der Mathematik, Physik, Technik etc. Leipzig, Teubner. 6.

Hauser, Das Klydoskop. Graphisches Tellurium und Darstellung der wirksamsten Anziehungsstellungen von Sonne und Mond zur Erde. Für das Jahr 1882. Mit 1 Tafel. (20 S.) Wien, Hartleben. 0,75.

Reinhardt, Gymn.-Oberl., Magister Georg Samuel Dörffel. Einleitung zur Geschichte der Astronomie im 17. Jahrh. Wien, Seidel & Sohn. 1,60.

Exner, Prof. Dr., Über das Funkeln der Sterne und die Scintillation überhaupt. Wien, Gerold. 0,90.

Gretschel, Dr., Lexikon der Astronomie. Das Gesamte der Himmelskunde mit Berücksichtigung der astronomischen Instrumente, der Zeitrechnung und der hervorragendsten Astronomen. (572 S.) Leipzig, Bibl. Institut. 5,50.

Falb, Rud., Sterne und Menschen. Skizzen und Glossen aus der Mappe eines Naturforschers. (479 S.) Wien, Hartleben. 6.

Israel-Holtzwart, Oberl. Dr., Elemente der sphärischen Astronomie für Studierende. (88 S.) Wiesbaden, Bergmann. 4,80.

—, Abrifs der mathematischen Geographie für höhere Lehranstalten. (39 S.) Ebda. 2,70.

Wirth, Friedrich Zöllner. Ein Vortrag zum Gedächtnis, gehalten im akademisch-philosophischen Verein zu Leipzig. Mit Zöllners Bild und Handschrift. (32 S.) Leipzig, Mutze. 0,40.

Grimm, Jul., Photographie der Mondoberfläche, 45 cm breit, 48 cm hoch. Offenburg, Mikrophotographische Anstalt von Jul. Grimm. 1,80.*)

Physik.

Perry, Prof. J., Die zukünftige Entwickelung der Elektrotechnik. Vortrag, gehalten in der Soc. of arts zu London. Aus dem Englischen von Dr. F. Weinhold. (61 S.) Quandt & Händel. 1,50.

Strouhal und Barus, Über den Einflufs der Härte des Stahls auf dessen Magnetisierbarkeit und des Anlassens auf die Haltbarkeit der Magnete. (53 S.) Würzburg, Stahel. 2,40.

Urbanitzky, Dr., Die elektrische Beleuchtung und ihre Anwendung in der Praxis. Mit 85 Abb. (216 S.) Wien, Hartleben. 4.

Börnstein, Prof. Dr., Regen oder Sonnenschein? Gemeinverständlicher Leitfaden der Wetterkunde. (112 S., mit 1 Wetterkarte.) Berlin, Parey. 3.

---

*) Preis bei direkter Bestellung.

Rosenberger, Dr., Die Geschichte der Physik in Grundzügen mit synchronistischen Tabellen der Mathematik, Chemie und der beschreibenden Naturwissenschaften. I. Teil. Altertum und Mittelalter. (175 S.) Braunschweig, Vieweg. 3,60.

Gajdeczka, Gymn.-Prof., Maturitätsprüfungsfragen aus der Physik. (174 S.) Brünn, Winkler. 2,40.

Chemie.

Richter, M., Hülfstabellen für das Laboratorium zur Berechnung der Analysen. (50 S.) Berlin, Springer. 1.

Rammelsberg, Prof. Dr., Handbuch der krystallographisch-physikalischen Chemie. 2. Abtl. Organische Verbindungen. (532 S.) Leipzig, Engelmann. 14.

Bell, Dir., Die Analyse und Verfälschung der Nahrungsmittel. Übersetzt von C. Mirus. (128 S.) Berlin, Springer. 2,80.

Medicus, Prof. Dr., Kurze Anleitung zur qualitativen Analyse. Zum Gebrauche beim Unterricht in chemischen Laboratorien. (125 S.) Tübingen, Laupp. 1,60.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Vacat.

2. Botanik.

Enderes, A. v., Frühlingsblumen. Mit einer Einleitung und methodischen Charakteristik von Prof. Dr. Willkomm. Mit 71 Abb. in Farben. In 12 Lfgn. Leipzig, Freytag. 12.

Lindberg, L. O., Musci scandinavici in systemate novo naturali dispositi. (50 S.) Berlin, Friedländer. 1,60.

Tschaplowitz, Doc. Dr., Untersuchungen über die Einwirkung der Wärme und der anderen Formen der Naturkräfte auf die Vegetationserscheinungen. (58 S.) Leipzig, Voigt. 2.

Traumüller und **Krieger**, Gymn.-L. Dr. Dr., Grundrifs der Botanik für höhere Lehranstalten. (77 S.) Leipzig, Brockhaus. 1,20.

Pfister, J., Die Farrenkräuter in Naturselbstdruck, nach dem vereinfachten Verfahren von J. Pf. Prag, Neugebauer. In Lfgn. à 1,30.

Nördlinger, Forstr. Prof. Dr., Querschnitte von 100 Holzarten (aufgeklebt). (99 S.) Stuttgart, Cotta. 14.

Hahn, Moosherbarium. 10 Bl. mit 90 getrockneten Pflanzen. Gera, Kanitz. 4.

3. Mineralogie.

Weinland, Dr. D. F., Über die in Meteoriten entdeckten Thierreste. (12 S.) Esslingen, Fröhner. 2.

Pettenkofer, Prof. Dr. M., Der Boden und sein Zusammenhang mit der Gesundheit des Menschen. (12 S.) Berlin, Pätel. 1.

Geologische Tabellen und Durchschnitte des grofsen Gotthardtunnels. Zürich, Orell. 42,40.

Fraas, Prof. Dr., Geognostische Beschreibung von Württemberg, Baden und Hohenzollern. (217 S.) Stuttgart, Schweizerbart. 5.

Geographie.

Riecke, Kleiner methodischer Schulatlas für die Unterklassen höherer Schulen in 12 Karten. (16 S.) Gera, Ifsleib. 1.

Perthes' Elementaratlas für Schulen des deutschen Reichs. 12 Karten. Gotha, Perthes. 1,20.

Baumgarten, Dr., Amerika. Eine ethnographische Rundreise durch den Kontinent und die Antillen. (456 S.) Stuttgart, Rieger. 5.

Lossen, Dr., Geognostische Übersichtskarte des Harzgebirges. 1 : 100 000. 2 Blatt. Berlin, Schropp. 22.

Hirt's Geographische Bildertafeln. Eine Ergänzung zu den Lehrbüchern der Geographie, insbesondere zu denen von Seydlitz. 2. Tl. Typische Landschaften. 172 Holzschnitte auf 28 Tafeln. Breslau, Hirt. 4,50.

Lange, Dr., Südbrasilien. Die Prov. São Pedro do Rio Grande und S. Catharina. (166 S.) Berlin, Verlagsagentur. 5.

Richthofen, v., China. 2. Bd. Das nördliche China. (792 S.) Berlin, Reimer. 32.

Hauptformen, die, der Erdoberfläche. Ölfarbendruck. Imp. Fol. Breslau, Hirt. 4.

Hüttl, Prof., Kartenlesen, Kartenprojektionen, Kartendarstellung und -Vervielfältigung. (32 S. mit 2 Tafeln.) Wien, Hölzel. 1.

Paulitschke, Prof. Dr., Die Afrikalitteratur in der Zeit von 1500—1750 n. Chr. Ein Beitrag zur geogr. Quellenkunde. (123 S.) Wien, Brockhausen. 4.

Willkomm, Moritz, Aus den Hochgebirgen von Granada. Naturschilderungen, Erlebnisse und Erinnerungen. (414 S.) Wien, Gerold. 8.

Treutler, 15 Jahre in Südamerika an den Ufern des Stillen Oceans. (232 S.) Leipzig, Weltpostverlag. 3,50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Salmon, Analytische Geometrie der höheren ebenen Kurven. Deutsch von Fiedler. 2. Aufl. (508 S.) Leipzig, B. G. Teubner. 11,20.

Prel, Dr. C. du, Entwickelungsgeschichte des Weltalls. Entwurf einer Philosophie der Astronomie. 3. Aufl. der Schrift: Der Kampf ums Dasein am Himmel. (378 S.) Leipzig, Günther. 6.

Schlömilch, 5stellige logarithm. trig. Tafeln. 8. Aufl. (151 S.) Braunschweig, Vieweg. 1.

Koppe, Prof. Dr., Die Arithmetik und Algebra. 12. Aufl., bearbeitet von Dr. Dahl. (254 S.) Essen, Bädecker. 2,70.

Wiegand, Dir. Dr., Analytische Geometrie. 6. Aufl. (123 S.) Halle, Schmidt. 1,60.

2. Naturwissenschaften.

Reis, Prof. Gymn.-L. Dr., Lehrbuch der Physik. Einschliefslich der Physik des Himmels (Himmelskunde), der Luft (Meteorologie) und der Erde (physikalische Geographie). 5. Aufl. Mit 394 Holzschnitten und 849 Aufgaben nebst Lösungen. (791 S.) Leipzig, Quandt & Händel. 8,20.

Huxley's in Amerika gehaltene wissenschaftliche Vorträge, nebst einer Vorlesung über das Studium der Biologie. Autor. deutsche Ausgabe von Dr. Spengel. 2. Aufl. (141 S.) Braunschweig, Vieweg. 3.

Fittig, Prof. Dr., Grundrifs der Chemie. 3. Aufl. (543 S.) Leipzig, Duncker & Humblot. 7,20.

Boymann, Prof. Dr., Lehrbuch der Physik. 4. Aufl., besorgt von Oberlehrer Dr. Werr. (460 S.) Düsseldorf, Schwann. 4.

Wilde, Unsere efsbaren Schwämme. Populärer Leitfaden. Mit 4 Taf. Abb. 2. Aufl. (29 S.) Kaiserslautern, Gotthold. 0,60.

Hayek, Prof. Dr., Leitfaden der Zoologie. 2. Aufl. (195 S.) Wien, Pichler. 2,40.

Gretschel, Dr., Katechismus der Physik. 3. Aufl. (327 S.) Leipzig, Weber. 2,50.

Krass, Sem.-Dir. Dr. und Landois, Prof. Dr., Der Mensch und das Tierreich. (240 S.) 4. Aufl. Freiburg, Herder. 2,20.

Woldrich, Dr., Leitfaden der Zoologie für den höheren Schulunterricht. Mit 585 Abb. 4. Aufl. (280 S.) Wien, Hölder. 3,20.

Krebs, Oberl. Dr., Lehrbuch der Physik und Mechanik für Realschulen, Gewerbeschulen und Seminarien. 4. Aufl. (275 S.) Wiesbaden, Bergmann. 3,60.

3. Geographie.

Guthe's Lehrbuch der Geographie. Neu bearb. v. H. Wagner. 5. Aufl. I. Allgemeine Erdkunde. Länderkunde der aufsereuropäischen Erdteile. (580 S.) Hannover, Hahn. 5.

Balbi's allgemeine Erdbeschreibung. 7. Aufl. Vollkommen neu bearbeitet von Dr. Chavanne. Mit 400 Illustr. und 159 Karten. Wien, Hartleben. In 45 Lfgn. à 0,75.

Dronke, Dir. Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Geographie an höheren Lehranstalten. 1. Teil: Propädeutischer Kursus. 2. Aufl. (58 S.) Bonn, Weber. 0,80.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Das Maturitätsexamen an den Gymnasien in Preußsen nach dem neuen Lehrplane.

Aus Niederhessen, Mitte Juni. „In diesen Tagen ist eine neue Ordnung für das Maturitätsexamen an den (preußsischen) Gymnasien*) vom Ministerium den Direktoren zugegangen. Die Hauptpunkte sind folgende: Das bisherige griechische Extemporale, d. h. die Übersetzung aus dem Deutschen ins Griechische wird ersetzt durch eine Übertragung aus einem griechischen Schriftsteller ins Deutsche, wobei das Lexikon gebraucht werden darf. Das französische Extemporale fällt ganz weg. Dafür tritt eine mündliche Prüfung in diesem Fache ein. Das ist ein entschiedener Fortschritt. Für Lektüre der Schriftsteller, besonders der griechischen — und diese ist der Mittelpunkt aller Gymnasial-Lektüre — wird mehr Zeit gewonnen. Vor der Versetzung von Obersekunda nach Unterprima muß jedoch der Schüler durch ein griechisches und ein französisches Extemporale den Nachweis der Reife in diesen beiden Fächern liefern. Von Ostern 1883 an tritt dieser Teil der Prüfungsordnung in Geltung, d. h. zu Michaelis des nächsten Jahres werden sich die Primaner zum ersten Male obiger Benefizien erfreuen. Was die Übergangszeit betrifft, so haben die jetzigen Unterprimaner kurz vor Schluß des Jahres durch ein griechisches und ein französisches Extemporale zu zeigen, daß sie auf diesem Gebiet wirklich die Reife eines nach Unterprima versetzten Obersekundaners haben. Diese beiden Extemporalien sollen nämlich immer beim Maturitätsexamen vorgelegt und die Prädikate ins Reifezeugnis aufgenommen werden. Ferner ist es als ein bedeutender Fortschritt zu bezeichnen, daß von Ostern nächsten Jahres an nicht genügende Leistungen in dem einen Fache durch mindestens gute in einem anderen Gegenstande ausgeglichen (kompensiert) werden können. Bisher konnten nur schwache Leistungen in der Mathematik durch mindestens gute in den alten Sprachen kompensiert werden und umgekehrt.**) Auch die Änderung der Prädikate ist mit Dank zu begrüßen: 1) sehr gut, 2) gut, 3) genügend, 4) nicht genügend. Die bisherigen Censuren waren für die Examinanden nicht so günstig, denn sie lauteten: 1) vorzüglich, 2) gut, 3) befriedigend, 4) nicht befriedigend. Zu einer andern Neuerung können wir uns freilich nicht zustimmend aussprechen, daß nämlich die Gelegenheit wahrgenommen werden soll, eine gewisse Geübtheit im Lateinsprechen zu erzielen. Es wird darunter die Lektüre der Schriftsteller — und das ist doch in den oberen Klassen die Hauptsache — ein wenig leiden". Hessische Morgenzeitung v. 19. Juni 1882.

*) Ordnung der Entlassungsprüfung an den höhern Schulen (Preußens) erschienen bei W. Herz in Berlin.

**) Über die Berechtigung dieser „Compensation" haben wir uns in einem früheren Jahrgange ausgesprochen. S. Jahrg. IX, 484. Red.

Dieselbe Zeitung schreibt vom 23/VI. noch Folgendes:

Im dritten Halbjahr kann die Zulassung eines Primaners zum Maturus nur ausnahmsweise auf den einstimmigen Antrag der der Prüfungskommission angehörenden Lehrer seitens des Provinzial-Schulkollegiums genehmigt werden. Unbedingt erforderlich für die Zulassung eines Schülers ist, dafs derselbe in dem Halbjahre der Meldung der Oberprima angehört. Wenn ein Primaner im Disciplinarwege von einem Gymnasium entfernt worden ist oder dasselbe verlassen hat, um sich einer Schulstrafe zu entziehen oder in willkürlicher, durch die Verhältnisse nicht genügend gerechtfertigter Weise, so darf ihm an dem Gymnasium, an welches er übergegangen ist, bei seiner Meldung zur Entlassungsprüfung das Halbjahr, in welches oder an dessen Schlufs der Wechsel der Anstalt fällt, nicht auf die zweijährige Lehrzeit der Prima angerechnet werden. Ob in dem letztbezeichneten Falle der Wechsel der Anstalt als ein gerechtfertigter zu betrachten ist, entscheidet auf den Vortrag des Direktors, bezw. des Direktors und der der Prüfungskommission angehörenden Lehrer das Provinzial-Schulkollegium. Was die schriftlichen Arbeiten betrifft, so wird empfohlen, eine der mathematischen Aufgaben (je eine aus der Planimetrie, Stereometrie, Trigonometrie und Algebra) so zu wählen, dafs sie den Schülern Gelegenheit giebt, ihre Bekanntschaft mit physikalischen Gesetzen darzulegen. Wenn die Leistungen eines Schülers während der Lehrzeit der Prima nach dem einstimmigen Urtheil der Lehrer befriedigt haben und die schriftlichen Arbeiten der Entlassungsprüfung sämtlich genügend, einige darunter besser ausgefallen sind, so kann derselbe von der mündlichen Prüfung befreit werden. Ein dahin gehender Beschlufs mufs einstimmig gefafst sein. Bei Anwendung dieser Bestimmung ist auf die sittliche Führung des betreffenden Schülers während seiner Lehrzeit in der Prima entsprechende Rücksicht zu nehmen. Die geschichtliche Prüfung hat insbesondere die Geschichte Griechenlands, Roms, Deutschlands und des preufsischen Staats zum Gegenstande. Jedem Schüler sind, abgesehen von den in der geschichtlichen Prüfung etwa vorkommenden Beziehungen auf Geographie, einige geographische Fragen vorzulegen.*) Die Prüfung in der Mathematik darf nicht auf das Lehrpensum der Prima beschränkt werden. Die Physik bildet nicht einen besonderen Prüfungsgegenstand, es wird aber empfohlen, physikalische Fragen mit den mathematischen zu verbinden.*)

Journalschau.

Zeitschrift für Schulgeographie. Bd. III.

Heft 1 (October). Die geographischen Unterrichtsmittel auf der geogr. Ausstellung in Venedig 1—30. Sept. 1881. Bericht von Chavanne-Wien. — Jarz-Znaim, über die Einteilung der Gebirge. — Steiner-Wien, Tafelzeichnen der Alpen und des deutschen Mittelgebirges. — Hain-Wien, Schülerreisen. — v. Klöden-Berlin, Lemuria (versunkener Continent) und Atlantis mit Rücksicht auf seinen Aufsatz in der „deutschen Revue“ Jahrg. II, Heft 9, S. 299 ff. — Die Pflanze als Landbildnerin in stehenden Gewässern, ein Capitel aus der physischen Geographie, von Dr. Senft-Eisenach (aus dem „Centralblatt f. d. gesammte Forstwesen“). — Die

*) Dafs die Geographie Prüfungsgegenstand sei, wird wohl niemand ernstlich verlangen. Dafs aber nicht einmal die Physik (incl. Chemie), sozusagen als Repräsentantin der naturw. Disciplinen, Prüfungsgegenstand geworden, sondern mit der Mathematik verquickt ist, werden viele Lehrer der Naturw. mit uns bedauern. In Sachsen ist, so viel uns bekannt, wenigstens die Physik Prüfungsgegenstand.

geogr. Lehrmittel der Schweizerschule aus dem schweiz. Schul-Archiv von Koller und Runziker. — „Erbsünden“: Vom Genitiv der Flufsnamen männlichen Geschlechts, von Branky-Wien. — Notizen. Litteratur (Bücher, Zeitschriften, Programme, Karten. Unter den Büchern ist auch Paulitzschke, geogr. Verkehrslehre besprochen). — Anfragen (Deutung des Namens der Städte „Waldenburg“). —

Heft 2 (December). Simony-Wien über Schulwandkarten. — Erklärung geographischer Namen Österreich-Ungarns: a) ungarischer v. Schwicker-Budapest (Forts. f.) — Wagners Vortrag über die zeichnende Methode im geogr. Unterricht, aus einem Referate Petzolds i. Päd. Archiv XXIII, 8. — „Erbsünden“ mitgeteilt von Güssow i. Rucewko (Posen). — Notizen. Litteratur (Bücher, Bibliogr.-Rundschau, Fortsetzungen, Zeitschriften, Karten). — Anfragen (Nipigon-See, Petroleumgebiet d. Lüneburger-Haide, Erklärung von „Amazonas“). — Dem Hefte beigegeben ist eine Skizze der neuen Grenze Griechenlands und eine vergleichende Zusammenstellung von (ca. 70) Flufslängen v. O. Delitsch (der längste: Missouri). —

Heft 3 (Februar). Kirchhoff-Halle, Aufruf zur Beschickung des Geographentags in Halle (Ostern 1882) mit freihändigen Kartenentwürfen von Schülerhand. Über Skizzen in geographischen Lehrbüchern und Leitfäden von Norden. (Dort wird auch eine von uns Jahrg. 1881, S. 300 ausgesprochene Ansicht diskutiert.) Bafs, Über geographische Zahlen mit Rücksicht auf den ähnlichen Aufsatz von Knaus (Jahrg. II, H. 3), bespricht mnemotechnische Hülfsmittel. — Wolkenhauer, Die geogr. Lage der menschlichen Ansiedlungen im geogr. Schulunterrichte (mit Beispielen). — Jarz, Über die Behandlung der Verkehrswege beim geogr. Unterricht. — Gerster, Dr. Arnds Halbstern-Projektion (mit Figur und Tafel). — Franges, Erklärung geogr. Namen Österreich-Ungarns (Forts.). — Thessalien, Ein geogr. Charakterbild aus A. v. Schweiger-Lerchenfelds „Der Orient.“ — „Erbsünden“ (von Goetz-Waldenburg b. Basel). Notizen. Litteratur (Bücher, Zeitschriften, Karten). Beantwortung von Anfragen (Handelsmarine Europas im Goth. diplom.-stat. Jahrb. 1882). — Königl. belgische Preisausschreibung für ein geogr. Werk: „Beste Darstellung der Mittel und Wege zur Popularisierung des geogr. Studiums und zur Entwickelung des geogr. Unterrichts in den Unterrichts-Anstalten der verschiedenen Grade.“ Preis 25,000 Fr. Eingabe vor dem 1. Januar 1885 beim Ministerium des Innern in Brüssel. —

Heft 4 (März). Zehden, Die illustrierte Zeitung in der Schule. — Kienitz, Zeitgemäfse geographische Charakterbilder. Ein Vorschlag zur schnelleren Verwertung der neuesten Litteratur im geographischen Unterricht. — Grienberger, Reiseberichte eines Naturforschers mit Rücksicht auf den geogr. Unterricht besprochen. Der Naturforscher ist der Botaniker Dr. O. Kuntze, der nur „Selbsterlebtes“, nicht Reisemärchen oder erdachte Abenteuer erzählt und manchen Aberglauben blofslegt.

Franges-Petrinja, Erklärung geogr. Namen Österreichs (Forts.) Daran schliefst sich: Richter, Erklärung salzburgischer Namen. — Die natürlichen Verkehrsgebiete der Oceane nach dem „Ausland“ (von E. Deckert). — Thessalien (s. 3. Heft) Forts. — Notizen (Falbs Erdbeben-Theorie, Oase Kufra, Wüste Atakama, Dschidda). Litteratur (Rezensionen, Zeitschriften, Karten). Beantwortungen und Anfragen (Aussprache von „Ukraine“).

Heft 5 (Juni). Kurzer Rückblick auf den Verlauf des zweiten deutschen Geographentages von Kirchhoff. — Mayr, Allgemeine und spezielle Erdkunde im Kreise der Wissenschaften und der Schuldisziplinen. Zur Abwehr gegen Herrn Prof. Hermann Wagner in Göttingen. — Güssow, Wo ist die Aussprache-Bezeichnung in geographischen Leitfäden anzubringen? (Antwort: Im Index!) nebst darauf bezügl. Schreiben der Ver-

lagshandlung von A. Hirt in Leipzig. — Eine Stimme betr. die Erklärung geogr. Namen Österreich-Ungarns von Egli (Verf. d. „nomina geographica"). Hieran schliefst sich: Erklärung tschecho-slavischer Namen v. Knaus. — „Im fernen Osten" (China und Japan), geogr. Notizen, gesammelt aus dem gleichnamigen Werke von Kreitner (mit Karte). — „Erbsünden" von Jarz. — Notizen. — Litteratur (Bücher, Zeitschriften, Karten). — Bekanntmachung Eglis bezügl. der geogr. Onomatologie in Wagners geogr. Jahrbüchern. — Beantwortung von Anfragen „Ukraine" sprich „Ukráïne" (Accent auf a).

Zeitschrift für wissenschaftliche Geographie. Band III.

Heft 1. Krümmel, Das Relief des austral.-asiat. Mittelmeers. Bemerkungen zur beigegebenen Tiefenkarte dieses Meeres. — Hellmann, Klima des Brockens (mit vielen Vergleichen anderer Berge und Übers.-Tabellen). — Eine Beschreibung der Markgrafschaft Baden aus dem 17. Jahrh. — Besprechungen: Der Mond von Nasmyth und Carpenter, deutsch von Klein. (Bespr. von G. Leipoldt-Dresden). Schulgeographie von Kirchhof, bespr. v. Schunke. — Die Bodenkultur des deutschen Reichs. Atlas. — Saggio di cartografia della regione Veneta, bespr. v. Günther. — Tunis, Land und Leute, von Hesse-Wartegg, bespr. v. Nachtigal. — Wolf u. Luksch, physikal. Untersuchungen im adriat. Meere, bespr. v. Supan. — Notizen: Zur Orographie und Klimatologie der vereinigten Staaten, quellenmäfsig dargestellt von Klöden (1. Höhenangaben). — Die Pflege der geogr. Studien in fremden Ländern. 6. Wissenschaftl.-geogr. Publikationen in Dänemark 1880. 7. Neueste geogr. Arbeiten in Persien. — Fortschritt und Pflege der offiziellen Kartographie. 4. Schweiz.

NB. Eine Notiz Kettlers über den Geographentag in Halle bezeichnet denselben als dritten, da der erste der Frankfurter (1865) gewesen sei. Bekanntlich ist der nächste, also der 4., Geographentag wieder in Frankfurt, und da werden sich wohl die Frankfurter rühren.

Heft 2. Metzger, Beiträge zur Kartographie von Niederländisch-Ostindien, speziell von Java. — Hellmann, Klima des Brocken (Schlufs). — Ulrici, Land und Volk der Aisten (Litauen zwischen Weichsel und dem Kurischen Haff bis zum finn. Meerbusen). — Algerien vom Pastor Schwarz (zugleich Docent der Erdkunde an der Bergakademie) zu Freiberg*) i/S. — Vögelin, Sebastian Münsters Cosmographey. — Neuere geogr. Arbeiten über Persien. — Notizen (woher der Name „Schweiz"?). Zur Orographie und Klimatologie der vereinigten Staaten von Klöden (Forts. 2. Höhen, Regenmengen und Temperaturen).

Miscellen.

1. Eine neue Erfindung und weltrettende Entdeckung.

In No. 64 (1882) des Leipziger Tageblattes (einer Schwester der „Hamburger Nachrichten") findet sich folgende für alle Mathematiker der Gegenwart wichtige Mitteilung:

„Wie sehr wichtig auch das Rechnen in allen Lebenszweigen ist, ohne Rechnen kann die Geschäftswelt ja gar nicht bestehen, so widerstrebt doch die unvermeidliche, immer und immer sich (sic?) gleichmäfsige Wiederholung der abstrakten Zahlen naturgemäfs dem menschlichen Geiste, und es tritt Abstumpfung, Gleichmut,**) ja sogar Widerwille, ein, wenn nicht

---

*) Hier fälschlich Freiburg gedruckt!

**) Soll wohl heifsen „Gleichgültigkeit"?

für gehörige Abwechslung und Erfrischung Sorge getragen wird. Deshalb sucht auch der denkende Mensch über die mechanischen und Geist ermüdenden Zahlenoperationen sich hinwegzuhelfen, einerseits durch bekannte Hilfsmittel, Rechenknechte, Logarithmentafeln, Multiplicationstafeln und Rechenmaschinen, die aber teils unverständlich, (?) teils zu teuer und darum nicht allgemein einführbar sind, und andererseits durch besondere Hilfsmittel, welche als Geheimgut wenig oder nur dem Erfinder bekannt sind, daher Kunstgriffe und Kunstkniffe genannt und sogar von schlauen Leuten in sogenannten Wunderproduktionen zum Zweck des Gelderwerbs und der Ausbeutelung (!) des Publikums benutzt werden. Um diese patentlosen, aber nichts desto weniger sehr wertvollen Rechen-Hilfsmittel zu sammeln, zu hegen und pflegen, weiter zu entwickeln, teils vor dem mit dem Tode des Besitzers häufig drohenden Untergange zu bewahren und so zum Gemeingut des rechnenden Publikums zu machen, beabsichtigt eine Anzahl Herren in Leipzig die Gründung eines Schnellrechner-Vereins, der gewifs allgemeinen Anklang finden wird, und welchem wir unter Hinweis auf die betreffende Anzeige in der heutigen Nummer unseres Blattes eine rege Teilnahme wünschen."

Nun freue dich liebe Mathematikerwelt! Denn das, woran noch kein Mensch dachte, — das „Schnellrechnen" ist nun erfunden und wird fortan in Leipzig cultiviert. Bislang rechneten Kaufleute, Banquiers und — Mathematiker nur nach Schneckenart! —

2. Die schöne Gleichung in Heft 1. S. 165 aus den „Grenzboten" hat ein Seitenstück gefunden.

In der neuesten (13.) Auflage des Brockhaus'schen Conversations-Lexikons 1882 ist zu lesen im Artikel „Acht" (Bd. I. S. 111):

„Ferner ist es eine arithmet. Eigentümlichkeit der Zahl 8, dafs alle ungeraden Quadratzahlen stets um das Achtfache der Zahlen in deren natürlicher Folge steigen:

$$1^2 = 1 + 8 = 9\ (3^2) + 16 = 25\ (5^2) + 24$$
$$= 49\ (7^2) + 32 = 81\ (9^2) \ldots\ldots"$$

Hiernach scheint 1 (1^2) eine Art von „Chamäleon" zu sein, da sie sich in so viele andere Zahlen verwandeln kann. Oder sollte vielleicht das Zeichen = hier verwechselt sein mit $\equiv$? (Vrgl. den Anfang von Gaufs disq. arith. — Legendre bediente sich noch des Zeichens =.)

3. Anfrage eines Mathematikers an der deutsch-österr. Grenze.

Eignet sich als Dezimalzeichen das Komma oder der Punkt (oben rechts) besser? Mit Rücksicht auf eine Bemerkung Kolbes in d. österr. Zeitschr. f. R.-W. Jahrg. VI, Heft 9, S. 565 und im Hinblick auf die preufs. Verordnung (8. III. 1881). Man sehe z. B. in Bardey, arithm. Aufgaben 2. Aufl. S. 184 No. 69, wo nebeneinander stehen:

8,8 , 7,2 , 7,3 , 7,2

Ob nicht in Fällen, wo das Dezimalkomma mit dem Interpunktionskomma zusammentrifft, der Punkt (oberhalb rechts der Einer) zweckmäfsiger wäre? Obige Stelle würde dann so geschrieben sein (wie die Oesterreicher und Engländer schreiben)

8·8 , 7·2 , 7·3 , 7·2

Eine Verwechslung mit dem Multiplikationspunkte ist nicht zu befürchten, wenn der Punkt hoch genug steht.

4. Stofsseufzer eines Mathematikers und Expektoration eines Rezensenten mathematischer Schulbücher (aus einem Briefe an die Redaktion). „Schon wieder ein unaufgeschnittenes und schlechtgeheftetes

Exemplar! Die Blätter fliegen nach allen Winden! Kein Preis? Kein Register! Keine §§. am Kopfe der Seiten! Finde weder den Menelaus noch den Ceva noch auch den Ptolemäus, noch auch die andern alten und neuen Bekannten. Von Geschichte keine Spur! Und die Zeichen statt der Worte: △ für „Dreieck", ∢ oder gar ∧ statt „Winkel", ∥ für „Parallele", ⊥ für „Normale", ≅ für „Congruenz" u. s. f. Fürwahr, der Verfasser scheint's sehr eilig gehabt zu haben! O diese Bücherfabrikannten! Und nicht einmal „billig und schlecht", sondern „teuer und schlecht". Und welcher Stil! Ja sogar grammatische Fehler! Ich sende Ihnen also das Buch wieder zurück, es ist eine Besprechung nicht wert. Versenken Sie es in die tiefste Tiefe Ihres Papierkorbes." —

Die diesjährige Philologen-Versammlung in Karlsruhe.

Für die Ende September d. J. in Karlsruhe stattfindende allgemeine Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner hat der Unterzeichnete vorläufig die Geschäftsführung der „Sektion für mathematischen u. naturwissenschaftlichen Unterricht" übernommen und bittet die Herren Fachgenossen um gefällige Mitteilung über die von ihnen zu haltenden Vorträge.

Karlsruhe, den 28. Juni 1882. (Bismarckstraſse 79.)

Professor P. Treutlein.

Die diesjährige Naturforscher-Versammlung in Eisenach.

Bezüglich der diesjährigen (55.) „Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte" in Eisenach (Sept. ds. J.) erhalten wir von dort die Mitteilung, daſs für die „Sektion für mathematischen u. naturw. Unterricht" Hr. Prof. Dr. Weissenborn z. Einführenden bestimmt worden ist und daſs nächstens Aufrufe der Geschäftsführer erlassen werden sollen.

Bei der Redaktion eingelaufen.

A) Schulbücher.

Koppe-Dahl, Die Arithmetik und Algebra für den Schul- und Selbstunterricht (Anfangsgründe der reinen Mathematik, I. Teil.) 12. Aufl. Essen, Bädecker. 1882.

Staudacher, Elementares Lehrbuch der algebraischen Analysis. München, Oldenburg. 1882.

Müller, Einführung in die Elemente der Raumlehre. 16.

Piltz, Über Naturbeobachtung des Schülers. Beitrag zur Methodik etc. nebst 700 Aufgaben und Fragen für Naturbeob. d. Sch. in der Heimat. Weimar, Böhlau. 1882.

v. Mojsisovics, Systematische Übersicht des Tierreichs. Graz, Leuschner und Lubensky. 1882.

Letoschek, Tableau der wichtigsten meteorologisch-geographischen Verhältnisse. Wien, Pichlers Wittwe und Sohn. 1882.

Ferd. Hirts geographische Bildertafeln. II. T. Typische Landschaften. 1882.

Coordes, Kleines Lehrbuch der Landkarten-Projektion. Kassel, Keſsler. 1882.

Hintz, Die Baustatik. Weimar, Voigt. 1882.

Ducrue, Die Absolutorial- (Maturitäts-) Aufgaben aus den mathem. und naturw. Fächern der bayerischen höheren Schulen (humanist. und Real-Gymnasien und Realschulen). Würzburg, Stahel. 1882.

B) Werke für Lehrer und Studierende.

Schlömilch, Übungsbuch zum Studium der höheren Analysis. II. T. Aufgaben aus der Integralrechnung. Leipzig, Teubner. 1882.
Pasch, Vorlesungen über neuere Geometrie. Ebda. 1882.
Heilsberg, Litteraturgeschichtliche Studien über Euklid. Ebda. 1882.
Du Bois-Reymond, Die allgemeine Funktionentheorie. 1. T. Tübingen, Laupp. 1882.
Neumann, Lehr- und Handbuch der Thermochemie. Braunschweig, Vieweg und Sohn. 1882.
Guthe-Wagner, Lehrbuch der Geographie. 5. Aufl. Hannover, Hahn. 1882. 1. Hälfte. Allgem. Erdkunde und aufsereurop. Erdteile.
Bibliographie générale de l'Astronomie p. Houzeau-Lancaster. Tom. II. Mem. et Notices avec introduction. Bruxelles, 4. Fasc. Avril 1882, Havermanns. 1882.
Falb, Sterne und Menschen (Skizzen aus der Mappe eines Naturforschers). Wien-Pesth-Leipzig, Hartleben. 1882.
Klein, Allgemeine Witterungskunde (II. Bd. des Werkes: Das Wissen in der Gegenwart, deutsche Universalbibliothek für Gebildete). Leipzig, Freytag. 1882.

C) Zeitschriften und Programme (antiq. Kataloge).

Pädag. Archiv XXIV, 5.
Öst. Zeitschr. f. R.-W. VII, 5.
Strack, C.-O. X, 5.
Zeitschr. f. Schulgeographie III, 5.
Nouv. Ann. de Math. 30. Ser. 1882 (Mai u. Juni).
Zeitschr. f. wiss. Geogr. III, 1—2.
Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXVII, 2—3.
Revue de l'instruction etc. en Belgique XXV, 1.
Katalog No. 45 von A. Stubers Antiquariat in Würzburg (enthält das Bibliotheksverzeichnis des verst. Hofrat Dr. J. Rud. v. Wagner).
Wolffs naturw. Vademecum. Kösslingsche Buchhandlung. (Neue Ausgabe.)
Programm der Realschule zu Essen (Ost. 1882), enth. „Bemerkungen über den mathem. Unterricht an der Realschule" von Dir. Dr. Heilermann.

Briefkasten.

1. Dringende Bitte an die Herren Referenten: In den litter. Berichten sind häufig Eigennamen von Personen oder Naturkörpern (bes. aus Botanik und Zoologie) so undeutlich geschrieben, dafs sie nur schwer zu entziffern sind. Dies ist sowohl für die Setzer als auch für den Korrektor höchst unangenehm, für die Redaktion aber zeitraubend, weil sie dadurch zum Nachschlagen in Wörterbüchern, Sammelwerken u. dergl. auf Bibliotheken genötigt wird. Die Herren Referenten (auch der Programmschau) werden deshalb dringend ersucht, derartige Namen sehr deutlich und vollständig (nicht abgekürzt) zu schreiben, ausgenommen, wo die Abkürzungen wie bei Autornamen (z. B. L. = Linné u. dergl.) litterarisch gebräuchlich ist. Zugleich wird gebeten, alle Namen, welche die Verfasser gesperrt gesetzt haben wollen, einmal, die fett zu setzenden zweimal (geradlinig) und die kursiv zu setzenden wellenförmig zu unterstreichen.

2. Die Programm-Referate für Schleswig-Holstein (mit Hamburg und Lübeck) hat Herr Dr. v. Fischer-Benzon in Kiel gütigst übernommen. Wir bitten daher die Herren Programm-Autoren jener Provinz, ihre Progr.-Arbeiten unaufgefordert an genannten Herrn behufs Besprechung in dieser Zeitschrift einzusenden.

3. Zwei Fragen an praktische Chemiker: 1) Wie schafft man leicht Petroleumgeruch von den Händen, wenn dieselben mit Petroleum verunreinigt waren? 2) Welcher Korke bedient man sich für gelösten Klebgummi, damit der Kork nicht im Halse des Gläschens anklebt?

Über allgemeine Zahlzeichen.

Eine kritische Studie.

Von Prof. J. St. Schuster in Pola.

Der durch die Miscelle X, 479 f. angeregte und XI, 187 ff. eröffnete Meinungsaustausch brachte die überraschende Erscheinung zu Tage, dafs wir mathematische Zeichen noch immer nicht in gleicher Weise deuten. So wurde $a:b\cdot c$ S. 189 für unzulässig, S. 190 für $a:bc$, S. 191, 195 für $\frac{a}{b}\cdot c$ erklärt; so wurde S. 188 die Form $a:b:c$ perhorresciert, während sie S. 190 für korrekt erachtet wird; S. 191 gilt a^{b^c} als $(a^b)^c$ *), während es das Citat S. 194 zu $a^{(b^c)}$ stempelt.

Dieselben Formen sind schon von Sickenberger d. Z. IV, 379 ff. besprochen und ihre Bedeutung folgendermafsen bestimmt worden: $a:b\cdot c = \frac{a}{b}\cdot c$, $a:b:c = \frac{a}{bc}$; a^{b^c} ist als zweideutig erklärt. Da es Sickenberger an Gründen für seine Schreib- und Leseweise nicht fehlen läfst, nun aber von der seinigen abweichende Meinungen vorgebracht werden, so mufs wohl seine Begründung nicht ungeteilte Billigung gefunden haben (ich bin auch nicht mit allem einverstanden). Doch ist von Gegengründen**) in dem erwähnten Meinungsaustausch wenig zu finden: die Berufung auf ein „persönliches Gefühl“ oder auf einen fraglichen Usus wechselt da mit Utilitätsgründen ab — lauter Dinge, welche einer einheitlichen mathematischen Orthographie nicht zu Grunde gelegt werden können.

---

*) Bedenklich wegen $a^{b^c} = a^{bc}$.

**) Die Herren, welche sich an jener Diskussion (XI, 187 u. f.) beteiligten, nahmen wenig oder keine Rücksicht auf den Artikel Sickenbergers. D. Red.

Daher unternahm es Hr. Dr. Strack, in den Conventionen XII, 256 ff. das „seither Anerkannte über die Reihenfolge der Operationen bei Verknüpfung mehrerer derselben auszusprechen" und auf dieser Basis den eingangs erwähnten Formen zu einer einheitlichen Deutung zu verhelfen. Nun beschränkt sich aber Hr. S. nicht auf das wirklich Anerkannte, er spricht mehr aus als dieses, und dadurch wird die Basis hinfällig.

Wahrscheinlich, um die Form a^{b^c} eindeutig zu machen, bestimmt Hr. S. in Conv. I die Reihenfolge der vorzunehmenden Operationen nach der „Wortschreibweise" von links nach rechts und läſst in Conv. II und III Ausnahmen folgen. Darnach fällt aber von den zweizahligen Verbindungen aus n Elementen*) genau nur der $(n - 1)$te Teil, nämlich eine einzige, unter die Regel, die übrigen $(n - 2)$ Formen zu den Ausnahmen. Was ist da eigentlich Regel, was Ausnahme? — Doch dies wäre Nebensache; viel schlimmer ist der Umstand, daſs bei mehreren der n-elementigen Verbindungen sämtliche zweizahligen und alle mehrzahligen Formen in einem und demselben Zeichen ihren Ausdruck finden, daſs also solchen Zeichen infolge ihrer Bedeutung verschiedene Berechnungsarten zukommen, diese aber von der Conv. negiert werden. Aber selbst in jenem der Wortschreibweise entsprechenden Falle wird nach der Regel nicht gerechnet (s. z. B. XI, 194 f.), daher es für a^{b^c} keine Analogie giebt.

In XII, 356 f. setzt Hr. Schmitz den relativen Zahlen $+ a$ und $- a$ das Zeichen $: b = \frac{1}{b}$ zur Seite, wodurch $a : b \cdot c = a \cdot \frac{1}{b} \cdot c$, $a : b : c = a \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}$ wird. Aber Hr. Sch. bezeichnet mit $b \cdot c$ auch eine Anzahl von c, trennt dabei b von seinem Vorzeichen und dadurch wird $a : b \cdot c$ wieder zweideutig.

Alles, was bisher für die eine oder die andere Schreibweise vorgebracht worden, stöſst in seinen Consequenzen auf Widersprüche, erfordert daher eine Menge von Ausnahmen, ein in der sonst widerspruchsfreien Mathematik miſslicher Umstand. Soll da abgeholfen werden, so genügt es nicht, willkürliche Palliativmittel für einzelne Fälle in Vorschlag zu

*) Mit derselben Reihenfolge der Elemente.

bringen, künstliche Analogien zu schaffen, welche der Sache, der Bedeutung der Ausdrücke fremd sind; es mufs ein allgemeines, an sich jeglicher Willkür fernes orthographisches Prinzip ausgesprochen, und dieses Prinzip mit unerbittlicher Consequenz an sämmtlichen mathematischen Zeichen durchgeführt werden. Das Prinzip Sickenberger's: „die engeren Verbindungen sind als solche zu bezeichnen" (IV, 380) ist dazu zu unbestimmt, es sagt über die Eigenschaften der mathematischen Zeichen gar nichts. Im folgenden versuche ich es, einen orthographischen Grundsatz aufzustellen (und in seinen Consequenzen zu besprechen), welcher nach Aufstellung der Grundbezeichnungen stets zu absolut richtigen, widerspruchsfreien Zeichen führt. Der Grundsatz selbst ist nicht neu, er bildet die Grundlage jeglicher Zeichensprache, und wird auch schon jetzt (vielleicht in Folge inneren Gefühls) in den allermeisten Fällen befolgt.

Zu arithmetischen Ausdrücken gelangen wir durch Ausführung von Operationen*). Die Resultate sind Zahlen. Folglich sind die folgenden von uns allen in demselben Sinne gebrauchten Zeichen

$$a \pm b, \quad a \cdot b, \quad a : b, \quad a^b, \quad \sqrt[a]{b}, \quad {}^a\log b \qquad \text{I**)}$$

Bezeichnungen für Zahlen, also Zahlzeichen. Wir haben somit nicht allein Zahlen von der Form a, b, x; die Formen $a + b$, $a \cdot b$ etc. sind Zeichen für ebensolche Zahlen, nur dafs diese Zeichen zusammengesetzt sind. Dann aber sind die Bestandteile dieser Zeichen untrennbar und bezeichnen zusammen je eine einzige Zahl genau so, wie z. B. das untrennbare Zeichen 82 eine einzige Zahl bezeichnet.

---

*) Wir bedienen uns der compendiösen Resultatform schon in Aufgaben, verwechseln daher häufig Aufgabe mit Resultat, reden z. B. bei $a + b$ von einer auszuführenden Addition, nennen es aber Summe, und dergl. Daneben wird auch Zahl mit Zahlzeichen verwechselt. So fand ich in einem Lehrbuche die folgende Behauptung: „Eine Addition in dem Sinne, dafs eine einzige Zahl ermittelt werde, welche so viele Einheiten enthält, als die gegebenen Addenden zusammen, gibt es bei algebraischen Ausdrücken nicht."

**) Darin ist das Prinzip der Bezeichnung aller Resultate ausgesprochen.

Das Princip der mathematischen Orthographie lautet nun folgendermafsen: **Gleiche Zeichen haben** (in ihrer Sphäre) **stets gleiche Bedeutung**; folglich müssen die in der Reihe I angeführten Zeichen stets und unter allen Umständen dasselbe und zwar nur dasjenige bedeuten, was sie in I darstellen. Demnach mufs beispielsweise überall, wo a und b durch $+$ verbunden erscheint, diese Verbindung stets nur die Summe aus der Zahl a und der Zahl b bedeuten, nichts anderes.

Das hier ausgesprochene Princip hat sicher nichts willkürliches an sich, es ist auch unbestreitbar richtig und eigentlich so selbstverständlich, dafs es mich Wunder nimmt, es bei dieser Gelegenheit nicht schon angezogen gefunden zu haben. Freilich ist es mit den Zeichen der Reihe I nicht gut durchführbar; dies darf aber doch nicht dem Prinzipe, sondern wohl nur der Unvollkommenheit der betreffenden Zeichen zur Last gelegt werden.

Was macht wohl die Zeichen der Reihe I unvollkommen? — Nichts anderes als der Umstand, dafs sie in mehrelementigen Zeichen nicht untrennbar bleiben können. Nach I müfste beispielsweise in $a + b + c$ sowohl $a + b$ als auch $b + c$ Summe bleiben; in $a + b \cdot c$ müfste $a + b$ Summe, $b \cdot c$ zugleich Produkt sein: das geht aber nicht, schon aus dem Grunde, weil die erste Zahl nur aus $a + b$ und c oder aus a und $b + c$ entstehen, $a + b \cdot c$ auch nur aus zwei Elementen, einem einfachen und einem zusammengesetzten hervorgegangen sein kann, wenn b kein Doppelelement darstellen soll.

In einem jeden mehrelementigen Ausdrucke beziehen sich einzelne Operationszeichen auf zusammengesetzte Elemente, auf Resultate vorher ausgeführter Operationen, auf „engere Verbindungen“ nach der Bezeichnung von Sickenberger, und nur in den Fällen $a + b + c$ und $a \cdot b \cdot c$*) ist es nicht nötig, sich über die engeren Verbindungen als solche auszusprechen. Halten wir nämlich an der Vorstellung fest, dafs in diesen Ausdrücken engere Verbindungen vorkommen, dafs $a + b$, $b + c$, $a \cdot b$, $b \cdot c$ ihre ursprüngliche Bedeutung behalten müssen, gestatten aber, dafs dieses letzere nicht zugleich stattfindet, so wird $a + b + c$

*) Dazu tritt noch $a \cdot b : c$.

nur diejenige Zahl vorstellen können, welche aus $a + b$ und c und zugleich aus a und $b + c$ entsteht; $a \cdot b \cdot c$ wird der Ausdruck einer solchen Zahl sein, welche man aus $a \cdot b$ und c und auch aus a und $b \cdot c$ erhält. Verstehen wir unter „Form“ die bestimmte Entstehungsweise einer Zahl aus ihren Elementen, so sind die Zeichen $a + b + c$ und $a \cdot b \cdot c$ „formlos“, in Bezug auf die „Form“ mehrdeutig, d. h. man kann nicht entscheiden, aus welchen zwei Zahlen sie wirklich entstanden sind. Dagegen stellen die beiden Zeichen in allen ihren „Formen“ stets je ein und dasselbe Quantum dar, daher sie zur Bezeichnung dieser Quanta — aber nur der Quanta — vollkommen geeignet sind. Daraus ergiebt sich, dafs klammernlose Polynome und Produkte blofse Wertzeichen sind, also nur quantitativ, niemals qualitativ Verwendung finden können.

In allen übrigen Formen ist es notwendig, die engeren Verbindungen als solche zu bezeichnen. Beispielsweise gibt es keine Zahl, welche durch Multiplikation von $a + b$ und c und auch durch Addition von a und $b \cdot c$ erhalten werden kann, daher hat das Zeichen $a + b \cdot c$ in der Zeichenreihe I keinen Sinn. Dasselbe ist der Fall mit den Zeichen $a + b : c$, $a : b \cdot c$, $a : b : c$, $a \cdot b^c$ u. s. w., sie alle stellen Zahlen vor, welche gar nicht existieren.

Die Wahl einer Bezeichnung für engere Verbindungen, d. h. (streng genommen) für arithmetische Verbindungen überhaupt — ist willkürlich; es ist dabei nur auf möglichste Einfachheit und Gefälligkeit zu sehen. Aber man darf sich, aus Rücksicht auf eine mögliche Vereinfachung der Zeichen an dem Hauptgesetze, an der Eindeutigkeit nicht versündigen; eine etwaige usuelle, gegen dieses Princip verstofsende Eindeutigkeit würde immer und immer wieder angefochten werden: eine schöne Sünde kann bestricken, aber nicht überzeugen.

Als eine solche Sünde betrachte ich die Bestimmung*), dafs eine Operation höherer Stufe niederen Stufen gegenüber als „engere Verbindung“ anzusehen sei**). Sie führt zu un-

*) Hervorgegangen aus dem Wunsche, die Zeichenreihe I aufrecht zu erhalten, ohne Einführung neuer Zeichen undurchführbar, nach Einführung derselben — unnötig.

**) IV, 380, 1).; — XI, 191, 1).; 193; 194 (II. Übereinkunft); — XII, 259; — Matthiessen „Schlüssel etc“, 1. B., Köln 1873, S. 15.

korrekten Zeichen; denn es ist nicht allein unkonsequent, ein und dasselbe Zeichen einmal für untrennbar, das anderemal für trennbar zu halten, es ist auch unzulässig, da ja alle arithmetischen Verbindungen einen gleichen Grad von Festigkeit besitzen müssen. Ich begreife nicht, warum der Sechzehner*) aus 4^2 unlöslicher sein sollte als der aus $2 \cdot 8$ entstandene, und dieser wieder fester als jener aus $11 + 5$.

Aus demselben Grunde ist auch die Regel unstatthaft, dafs bei Operationen gleicher Stufe die Reihenfolge der Zeichen die Reihenfolge der Operationen angeben soll**). Da dies bei $a + b + c$ und $a \cdot b \cdot c$ nicht der Fall ist, so hat diese Regel nicht einmal eine Analogie für sich.

Mit der Zeichenreihe I lassen sich korrekte Zahlzeichen nicht bilden, daher dieselbe aufgegeben und eine andere geeignetere aufgestellt werden mufs.

Gedenken wir der Thatsache, dafs aus Buchstaben als Zahlzeichen gerade so arithmetische Verbindungen gebildet werden, wie man aus Buchstaben Wörter zusammensetzt, und dafs die arithmetischen Ausdrücke gerade so je ein einziges bestimmtes Ding bezeichnen, wie es die Wörter thun, so verfallen wir sofort auf das Mittel, durch auffällige Verbindung der Buchstaben — mittels Bindestriches oder engen Aneinanderrückens (wie im Drucke) — die engeren Verbindungen anzudeuten. Daher kommt es, dafs zur Bezeichnung von engeren Verbindungen — zunächst der Summe — schon sehr frühe horizontale Striche, bald auch Klammern angewendet wurden. Dies wäre nun die wirklich notwendige Convention II. Hr. Stracks (XI, 259.) Demnach haben wir die folgende Reihe absolut untrennbarer Zeichen***):

$$(a + b),\ (a \cdot b),\ (a : b),\ (a^b),\ ({}^a\!\log b),\ (\sqrt[a]{b}), \qquad \text{II.}$$

Die mit dieser Reihe aufgestellten Zeichen $[(a + b) + c]$, $[a + (b \cdot c)]$, $[a \cdot (b : c)]$, $[a : (b^c)]$ u. s. w. sind alle richtig, daher die Reihe II immer anwendbar bleibt. Doch ist die häufige

*) Vgl. $a + b \cdot c^n$.

**) XI, 194 (I. Übereinkunft); — XII, 258; — etwas ähnliches bei Matthiessen a. a. O. S. 15, 1.)

***) Darin liegt die Forderung, dafs ein jedes Resultat für sich eingeklammert werde.

Anwendung von Klammern etwas umständlich, auch führt sie öfter zu Zeichen, welche wenig übersichtlich oder dem Auge unangenehm sind, daher man sich der Reihe II, als Reservereihe nur im Notfalle bedient.

Zunächst kann man die Klammern weglassen, welche Endresultate einschliefsen; weitere Vereinfachung wird durch Schaffung neuer stets untrennbarer, leider nicht immer ausreichender, Zeichen erzielt. Der zunächst und notwendigerweise sich aufdrängende Gedanke ist eben der, Zeichen aufzustellen, welche die Klammernzahlen ersetzen — etwas anderes brauchen wir ja nicht; dann aber nehmen die neuen Zeichen für immer genau die Bedeutung an, welche die Klammernausdrücke in II haben, d. h. sie werden untrennbar.

Zur Bezeichnung der Summe haben wir kein einfacheres Zeichen als $(a + b)$.

Für das Produkt hat man der allgemeinen Arithmetik das Zeichen ab schon in die Wiege gelegt (die Verbindung erinnert lebhaft an die Schreibweise eines Wortes). Da nun dieses Zeichen gar so einfach ist, zur Bezeichnung eines fertigen Produktes vorzüglich sich eignet, auch von uns allen als untrennbar betrachtet wird (über die einzige usuelle Ausnahme später), so gebietet es die Consequenz, ab in die Reihe der absolut untrennbaren Zeichen aufzunehmen.

Der Bruch stellt, vermöge seiner Bedeutung, stets ein fertiges Resultat, eine engere Verbindung vor, er unterscheidet sich von dem Quotienten nur durch den Namen, daher wir uns im Besitze eines vollkommen untrennbaren Quotientenzeichens sehen.

Das Potenzzeichen a^b hat der Usus zu einem unter allen Umständen untrennbaren gestempelt, und die Zeichen $\sqrt[a]{}$ und ${}^a\log$ können eo ipso von der nachfolgenden Zahl nicht getrennt werden*).

Die Reihe der einfacheren nie trennbaren**) Zeichen ist dann die folgende:

*) Diese Untrennbarkeit käme in dem Bardey'schen Zeichen $\log a_{(b)}$ sehr gut zum Ausdruck, wenn nur log und (b) mit einander in Verbindung ständen. Vrgl. ds. Z. VIII, 484 u. f.

**) D. h. wo diese Zeichen vorkommen, da bedeuten sie nur das, was sie hier vorstellen, also ab nur das Produkt aus a und b u. s. w. u. s. w.

$$(a+b),\ ab,\ \frac{a}{b},\ a^b,\ \sqrt[a]{b},\ {}^a\log b \qquad \text{(III)}.$$

und mit dieser reichen wir in allen den (zahlreichen) Fällen aus, wo die Zeichen (III) mit einander nicht in Collision gerathen. Findet aber dieses statt, dann müssen wir zu den Zeichen II oder zu

$$(a+b),\ (a\cdot b),\ (ab),\ (a:b),\ \left(\frac{a}{b}\right),\ \left(\sqrt[a]{b}\right),\ ({}^a\log b) \quad \text{(IV.)}$$

unsere Zuflucht nehmen. In Einzelnheiten — etwa auf die Unkorrektheit der Zeichen a^{b^c}, $\frac{\frac{a}{b}}{c}$ etc. — einzugehen, halte ich für überflüssig, nur auf einen Fall erlaube ich mir die Aufmerksamkeit des geehrten Lesers zu lenken, nämlich auf das Zeichen ab^c. Dieses Zeichen ist nach den obigen Ausführungen unrichtig, da ab und b^c als untrennbar gelten*); es läfst sich aber durch Umstellung das korrekte Zeichen $b^c a$ herstellen.

Ob denn wohl neben ab und $\frac{a}{b}$ auch $a\cdot b$ und $a:b$ anwendbar wären? — Bedenken wir, dafs die Summe aus a und b nicht $a+b$, sondern $(a+b)$ ist, so bleiben in $a+b\cdot c$ und $a+b:c$ die Zeichen $b\cdot c$ und $b:c$ untrennbar, aber nicht mehr in $a:b:c$, $a:b\cdot c$, $a\cdot b^c$, $a:b^c$, $a:bc$, $ab:c$. Als untrennbar kann man sie also in III nicht aufnehmen**); dennoch lassen sie sich in einzelnen Fällen verwerten, dürften aber dann nur scheinbar der Reihe I, in Wirklichkeit der Reihe IV entlehnt sein, wie in $\frac{a\cdot b}{c}$ etc.

Hiermit wäre die Grundlage für den Bau aller Zahlzeichen gegeben, und da es in speciellen Fällen nur darauf ankommt, an die Stelle einfacher Zeichen die zusammengesetzten Elemente der Reihe III oder IV in diese Reihen selbst einzusetzen, so halte ich es für unnötig, die Sache weiter zu verfolgen.

Wenn man von irgend einer Orthographie verlangen kann,

---

*) Wie ich mich überzeugte, fällt dieses Zeichen selbst Schülern auf.

**) Neben $a+b\cdot c$ und $a+b:c$ ist $a\cdot b^c$, $a:b^c$, $ab:c$, $a:bc$ nicht haltbar. Zulässig ist das eine oder das andere, vorzuziehen jedenfalls das letztere. Wohl aber würde mancher die Erhaltung der für numerische Fälle wichtigen Form $a+b\cdot c$ wünschen; ich halte die anderen Formen für wenigstens ebenso wichtig.

dafs sie ein zusammenhängendes organisches Ganzes bildet, dafs ein oberster Gedanke den Bau sämtlicher einschlägiger Gebilde beherrscht, so ist es die mathematische, von dieser darf man erwarten, dafs sie sich selbst treu bleibt und in ihren Mafsnahmen nicht schwankt, mit a. W.: die mathematische Orthographie soll bis in die kleinsten Details konsequent sein und keine blofs conventionellen Ausnahmen dulden, um so weniger, als diese ohnedies nur als überflüssiger Ballast erscheinen. Die Regel „nulla regula sine exceptione“ sollte sich derart bewahrheiten, dafs gerade sie in der Mathematik ihre Ausnahme fände.

Das alles leistet nun das diesem Aufsatze zu Grunde gelegte Prinzip der „Zeichengleichheit“, welches, wie wohl zu sehen, wirklich auch die Grundlage der heutzutage üblichen Bezeichnungsweise von allgemeinen Ausdrücken bildet. Der allgemeine Usus weicht davon nur darin ab, dafs er der zweideutigen Form ab^c einseitig die Bedeutung $a \cdot b^c$ beilegt; die zweideutigen Zeichen $a : b \cdot c$, $a : b : c$, a^{b^c} sind weder allgemein gebräuchlich (in den eigentlichen Lehrbüchern kommen sie bis auf wenige Ausnahmen gar nicht vor, und in mehreren Aufgabensammlungen habe ich sie vergebens gesucht), noch werden sie allgemein gebilligt; ihre Anhänger sind sogar über ihre Bedeutung nicht einig, werden m. E. auch nie einig werden, da beide Parteien in gleichem Mafse recht und wieder unrecht haben. Schliefslich wäre noch der Gebrauch einiger einander gegenseitig auschliessender Zeichen, wie $a + b : c$ und $a : bc$ zu erwähnen, deren Nebeneinanderstellung und gleichzeitige Giltigkeit man nur mit der Begründung rechtfertigen kann, dafs z. B. $a + b : c$ nicht $(a + b) : c$, also $a + \frac{b}{c}$ bedeuten kann. In der Mathematik herrscht ja das „mufs“.

Das Endergebnis meiner Ausführungen, kurz zusammengefafst, lautet:

I. Orthographische Grundforderung: Gleiche Zeichen haben stets gleiche — die ursprünglich festgesetzte — Bedeutung.

II. Folgerungen:

1) Die Resultate von Operationen sind mit $(a + b)$, $(a \cdot b) = ab$, $(a : b) = \frac{a}{b}$, $(a^b) = a^b$ etc. zu bezeichnen;

2) die an sich klammernlosen Zeichen $a + b$, $a \cdot b$, $a : b$ sind unzulässig; das erste an und für sich, die letzteren, damit dem Zeichen $(a \cdot b)$ und $(a : b)$ eine gröſsere Sphäre zukomme, resp. die Zeichen $(a \cdot b^c)$, $(ab : c)$, $(a : bc)$, $(a : b^c)$ möglich werden;

3) unkorrekt sind die Zeichen $(a : b : c)$, $(a : b \cdot c)$, $\left(a^{b^c}\right)$, (ab^c), $(a + b \cdot c)$, $(a + b : c)$, die letzteren zwei wegen 2);

4) $(a + b + c)$, $(a \cdot b \cdot c)$, abc, $(a \cdot b : c)$ sind „Wertzeichen".

Dies meine Ansicht sammt Begründung; ob diese genügt, jene auch anderen plausibel zu machen, muſs ich den Hrn. Fachkollegen zu beurteilen überlassen — ich glaube, nur aus einem richtigen Prinzipe Richtiges gefolgert, das Prinzip konsequent durchgeführt und rein erhalten zu haben.

Kleinere Mitteilungen.

Das Restproblem für nicht teilerfremde Divisoren.*)

Von Oberlehrer Dr. Gerlach in Parchim.

Die ebenso eigentümliche, wie sinnreiche Auflösung dieses Problems durch Yih-hing, welche Prof. Matthiessen in moderner Form im dritten Hefte ds. Jhg. S. 189 mitteilt, entbehrt, wie dort hinzugefügt wird, noch eines strengen Beweises. Indem ich versuche einen solchen zu geben, schliefse ich mich dabei an den erwähnten Aufsatz an.

Es sei also $N \equiv r_1 \pmod{m_1} \equiv r_2 \pmod{m_2} \cdots\cdots \equiv r_n \pmod{m_n}$. Damit die Aufgabe nicht etwa Unmögliches verlange, so wird vorausgesetzt, dafs der gröfste gemeinschaftliche Teiler zweier Divisoren m_v und m_w auch gröfster gemeinschaftlicher Teiler der Differenz der zugehörigen Reste r_v und r_w sei.

Man bestimme den kleinsten gemeinschaftlichen Dividuus m der n Divisoren $m_1 \ldots\ldots m_n$ und zerlege m in n Faktoren μ_1, $\mu_2 \ldots\ldots \mu_n$, die relativ prim,**) aber nicht sämtlich von 1 verschieden sein müssen. Zugleich wähle man sie derartig, dafs allgemein $m_v \equiv o \pmod{\mu_v}$ ist. Eine solche Zerlegung ist stets möglich.

Beispiel: a, b, c, d, e, f seien relativ prim.

$$\begin{aligned} m_1 &= a^5 b; & \mu_1 &= a^5; \\ m_2 &= a^2 c^2 d e; & \mu_2 &= c^2; \\ m_3 &= a^4 b^2 c e^2; & \mu_3 &= e^2; \\ m_4 &= a b^3 c^2 d^3 f; & \mu_4 &= b^3 d^3 f; \\ m_5 &= a^3 c^2 d^2; & \mu_5 &= 1; \end{aligned}$$
$$m = a^5 b^3 c^2 d^3 e^2 f.$$

---

*) Der Herr Verfasser bemerkt hierzu brieflich: „Von der betreffenden Auflösung wird man zwar in der Praxis kaum Gebrauch machen, doch ist sie in zahlentheoretischer Beziehung interessant, sodafs eine nachträgliche Vervollständigung des Matthiessen'schen Artikels durch einen Beweis manchem Fachgenossen nicht unerwünscht sein wird". Wir haben übrigens das S. 189 von Matthiessen gebrauchte „teilfremd" in das (wie uns scheint richtigere) Wort „teilerfremd" umgewandelt. Red.

**) Auf S. 189 steht: „wo also μ_1, $\mu_2 \ldots$ Potenzen von Primzahlen bedeuten".

Bestimmt man nun irgend welche (zweckmäfsig die kleinsten) Wurzeln k der Kongruenzen

$$k_1 \frac{m}{\mu_1} \equiv 1 \pmod{\mu_1} \text{ u. s. w.}$$

so ist

$$N = r_1 k_1 \frac{m}{\mu_1} + r_2 k_2 \frac{m}{\mu_2} + \cdots + r_n k_n \frac{m}{\mu_n} - u \cdot m.$$

Zum Beweise der Richtigkeit genügt der Nachweis, dafs $N \equiv r_1 \pmod{m_1}$ ist. Alles Übrige ergiebt sich dann unmittelbar: man braucht nur statt des Index 1 den allgemeinen Index v einzuführen.

Es sei nun

$$m_1 = \mu_1 . t_1 . t_2 . t_3 \ldots . t_{n-1},$$

wobei sämtliche Faktoren t teilerfremd, aber nicht notwendig von 1 verschieden sein müssen. Alle diese t sind in dem Produkte $\mu_2 . \mu_3 \ldots \mu_n$ enthalten. Da nun die verschiedenen μ teilerfremd sind, so können die t derartig gebildet werden, dafs in jedem der Ausdrücke $\mu_2 \ldots . \mu_n$ je ein t als Faktor vorhanden ist. Um der Übersichtlichkeit und Raumersparnis willen werde angenommen, dafs nur t_3 und t_4 von 1 verschieden und beziehlich in μ_3 und μ_4 enthalten sind. Es kann also $\mu_3 = t_3 v_3$, $\mu_4 = t_4 v_4$ gesetzt werden.

In der vorhin für N aufgestellten Summe enthalten alle Glieder mit Ausnahme des ersten, dritten und vierten die Faktoren μ_1, $\mu_3 = t_3 v_3$, $\mu_4 = t_4 v_4$. Die betreffenden Glieder sind also sämtlich durch $m_1 = \mu_1 t_3 t_4$ teilbar. Es bleiben dann die Glieder übrig:

$$r_1 k_1 \frac{m}{\mu_1}, \qquad r_3 k_3 \frac{m}{\mu_3}, \qquad r_4 k_4 \frac{m}{\mu_4}.$$

Die Zahl $r_1 k_1 \frac{m}{\mu_1}$ ist teilbar durch $\mu_2 . \mu_3 \ldots . \mu_n$, und bei der Division durch μ_1 giebt sie den Rest r_1. Man kann ihr daher die Form geben $p_1 \mu_1 + r_1$, wenn man festhält, dafs dieser Ausdruck durch $\mu_2 \mu_3 \ldots . \mu_n$ teilbar ist. Ebenso ist dann

$$r_3 k_3 \frac{m}{\mu_3} = p_3 \mu_3 + r_3,$$

welcher Ausdruck durch

$$\mu_1 \mu_2 \mu_4 \ldots . \mu_n,$$

und

$$r_4 k_4 \frac{m}{\mu_4} = p_4 \mu_4 + r_4,$$

welcher Ausdruck durch

$$\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_5 \ldots . \mu_n$$

teilbar sein mufs.

Die Summe der oben erwähnten drei Glieder, die nicht von vornherein durch m_1 teilbar sind, kann nun in folgenden drei Formen dargestellt werden:

1) $r_1 + [p_1\mu_1 + (p_3\mu_3 + r_3) + (p_4\mu_4 + r_4)]$;
2) $r_1 + [(p_1\mu_1 + r_1) + (p_3\mu_3 + r_3 - r_1) + (p_4\mu_4 + r_4)]$;
3) $r_1 + [(p_1\mu_1 + r_1) + (p_3\mu_3 + r_3) + (p_4\mu_4 + r_4 - r_1)]$.

Berücksichtigt man, dafs $p_1\mu_1 + r_1$ durch $\mu_2\mu_3\ldots\mu_n$, also auch durch $t_3 t_4$ teilbar ist, $p_3\mu_3 + r_3$ durch $\mu_1\mu_2\mu_4\ldots\mu_n$, also auch durch $\mu_1 t_4$, endlich $p_4\mu_4 + r_4$ durch $\mu_1\mu_2\mu_3\mu_5\ldots\mu_n$, also auch durch $\mu_1 t_3$, so kann man setzen

$$p_1\mu_1 + r_1 = \alpha t_3 t_4, \qquad p_3\mu_3 + r_3 = \beta\mu_1 t_4,$$
$$p_4\mu_4 + r_4 = \gamma\mu_1 t_3.$$

Ferner ist nach dem Früheren $\mu_3 = t_3\nu_3$, $\mu_4 = t_4\nu_4$.

Da endlich m_1 und m_3 (oder μ_3) den gemeinschaftlichen (nicht notwendig gröfsten) Teiler t_3 haben, so hat auch $r_3 - r_1$ denselben, es ist also $r_3 - r_1 = \varepsilon . t_3$, in gleicher Weise $r_4 - r_1 = \eta . t_4$.

Setzt man diese abgeänderten Formen in den voranstehenden Ausdrücken ein, so erhält man:

1) $r_1 + [(p_1\mu_1) + (\beta\mu_1 t_4) + \gamma\mu_1 t_3)]$;
2) $r_1 + [(\alpha t_3 t_4) + (p_3 t_3 \nu_3 + \varepsilon t_3) + (\gamma\mu_1 t_3)]$;
3) $r_1 + [(\alpha t_3 t_4) + (\beta\mu_1 t_4) + (p_4 t_4 \nu_4 + \eta t_4)]$.

Die drei eingeklammerten Ausdrücke sind einander gleich. Da nun der erste durch μ_1, der zweite durch t_3, der dritte durch t_4 teilbar ist, jedoch μ_1, t_3, t_4 teilerfremd sind, so mufs jede der drei Klammern durch $\mu_1 . t_3 . t_4 = m_1$ teilbar sein.

Demnach ergiebt sich bei der Division des für N aufgestellten Ausdruckes durch m_1 der Rest r_1.

Es ist leicht zu übersehen, dafs bei Einführung von $n - 1$ Faktoren t der Beweis nur umfangreicher, aber nicht andersartiger sein würde.

Die Richtigkeit der von Yih-hing aufgestellten, noch allgemeineren Lösung

$$N = \Sigma r_1 k_1 \frac{m}{\mu_1}(1 + m_1 - \mu_1) - u \cdot m$$

ergiebt sich aus dem Vorangehenden fast unmittelbar, so dafs ich diesen Teil des Beweises übergehen kann.

Bei der Auflösung von Restaufgaben für nicht teilerfremde Divisoren ist zu beachten, dafs ein Divisor, welcher im Produkt der übrigen als Faktor enthalten ist, unberücksichtigt bleiben mufs, denn die betreffende Angabe ist entweder überflüssig, oder sie enthält einen Widerspruch. Es sei z. B. $z + n . abc$ der allgemeine Ausdruck für die Zahlen, welche bei der Division durch ab oder ac beziehlich die Reste r_1 und r_2 geben. Offenbar kann dieser Ausdruck bei der Division durch bc keinen andern Rest geben, als den z giebt. Die Bedingung, dafs die gesuchte Zahl fernerhin bei der Division durch bc den Rest r_3 geben solle, ist also entweder

überflüssig, falls r_3 der allein mögliche Rest wäre, oder sie macht die Lösung unmöglich. Im ersteren Falle wäre die von Yih-hing gegebene Lösung noch immer richtig, wenngleich umständlicher als nötig. Es gilt dies z. B. von den beiden auf S. 190 angegebenen Beispielen.

Zum Unterrichte in der Elektricitätslehre.

(Anwendung des Talks.)

Von H. Fritsch in Königsberg.

Zur Erregung von Reibungs-Elektricität wendet man beim Unterrichte wohl meistens Harz, Siegellack, Hartgummi und Glas an. Unvergleichlich kräftiger ist aber die erhaltene Elektricität, wenn man Talk oder Speckstein mit Fuchsschwanz oder verschiedenen Wollenzeugen peitscht. Ein nahezu rechtwinklig geschnittenes Stück von 8, 6 und 3 cm wurde auf nicht leitender Unterlage durch 2 bis 3 leichte Schläge so kräftig negativ, dafs bei trockener Luft Funken von 1—2 cm herausschlugen; bei kleineren, nur etwa fingergrofsen Stücken war die Wirkung entsprechend stark; eine auch nur annähernd eben so schnelle Erregung dürfte bei keinem andern Körper beobachtet sein.

Schon für die ersten Versuche beim Unterrichte ist dieses Verhalten des Talks vorzüglich bequem. Wurde das vorher erwähnte gröfsere Stück öfter gepeitscht, vielleicht 10—20 Mal, so gelang es leicht, ein an einem Seidenfaden befestigtes Markkügelchen in Gröfse einer Kirsche so stark abstofsen zu lassen, dafs der Seidenfaden fast wagrecht lag, das Markkügelchen also fast ganz von der abstofsenden Kraft der gleichnamigen Elektricität getragen wurde; auch für ein gröfseres Klassenzimmer kann so die durch elektrische Anziehung oder Abstofsung bewirkte Bewegung etc. schnell und sicher zur Anschauung gebracht werden.

Besonders wichtig ist dabei, dafs Talk ein guter Leiter ist, fast wie ein Metall. Durch blofses Berühren mit dem Finger, wird daher das ganze erregte Talkstück unelektrisch, einige Schläge mit Fuchsschwanz erregen es von Neuem kräftig negativ; für die Versuche z. B. über die Leitungsvermögen verschiedener Stoffe, über Induktion kann man kaum eine bequemere Quelle für Elektricität finden als die Erregung von Talk.

Am wichtigsten endlich erscheint mir folgende Verwendung. Wer mit der Holtzschen Maschine*) in voller Klasse Versuche angestellt hat, wird sich erinnern, dafs zwar das Trocknen der Scheiben am geheizten Ofen sichere Erregung ermöglicht; zuweilen aber möchte

---

*) Vergl. ds. Zeitschr. II, 423 und III, 27 u. 270 und Weinhold, physikalische Demonstrationen, S. 525. D. Red.

man die Maschine auch dann vornehmen, wenn kein geheizter Ofen vorhanden ist; wenn man sie dann durch einen kalten Hausflur in das mit Wasserdampf gesättigte Klassenzimmer bringt,*) beschlagen die Scheiben so stark, dafs als einziges und nicht immer sicheres Hülfsmittel nur bisher blieb, die schon erregte Maschine, während man sie aus einem Raume in den andern bringt, durch fortwährende Drehung der Scheibe in Erregung zu erhalten. Alle diese Schwierigkeiten fallen fort, wenn man ein Stück Talk zur Hand hat. Soll die Maschine erregt werden, so lege man ein passend grofses Stück Talk — das vorher erwähnte reichte immer aus — auf isolierender Unterlage — etwa auf dem Boden eines umgestülpten dünnwandigen Becherglases — dicht an eine der beiden Papierbelegungen der festen Scheibe; man peitsche das Stück leicht aber andauernd, während man die drehbare Scheibe schnell bewegt; nach wenigen Umdrehungen ist die Maschine erregt. Wie sicher der Erfolg ist, kann man daraus erkennen, dafs es jedesmal gelingt, die kräftig erregte Maschine in derselben Art mit der entgegengesetzten Erregung zu versehen. Die eine Belegung sei z. B. mit Hülfe von Talk negativ gemacht und die Maschine in vollem Gange. Man lege jetzt das Talkstück wieder isoliert an die andere Belegung, welche positive Elektricität enthalten mufs; bei schneller Drehung der Scheibe ist erklärlicher Weise auch das heftigste Peitschen des Talks nicht im Stande, die fortwährend neu entstehende starke positive Ladung dieser Belegung zu zerstören; dreht man aber jetzt die Scheibe gehörig langsam, so dafs die positive Ladung der betreffenden Belegung nur wenig verstärkt wird, so wird, wenn dabei das Talkstück stetig gepeitscht wird, schon nach 1 bis 2 Umdrehungen der Scheibe die auf ihr befindliche Elektricität ihre Verteilung geändert haben; die vorher positive Belegung der festen Scheibe ist jetzt negativ geworden, und bei schnellem Drehen kommt die Maschine mit dieser neuen Erregung in Thätigkeit.

P. S. Hr. Prof. Weinhold-Chemnitz schreibt uns hierüber: „Mir ist die Mitteilung des Hr. F. neu; ob sie es überhaupt ist, kann ich natürlich nicht behaupten; die Richtigkeit der Thatsache, dafs der Talk sehr stark elektrisch wird, und ziemlich gut leitet, haben mir ein paar rasch angestellte Versuche bestätigt."

D. Red.

*) Ein solcher Transport sollte aber bei unsern gegenwärtigen Schulbauten nicht mehr nötig sein. Jede höhere Schule müfste ein physikalisches Lehrzimmer neben dem physikalischen Kabinet haben. Red.

Sprech- und Diskussions-Saal.

Eine Stimme über „die Determinanten in der Schule“.

Hr. Dr. Gerlach-Parchim schreibt gelegentlich einer an uns gesandten Arbeit hierüber:

„Ich benutze diese Gelegenheit, um mich im Anschlufs an Bardeys Aufsatz auf Grund langjähriger Erfahrung über die Determinantenfrage auszusprechen. In der Hauptsache stimme ich mit Bardey vollständig überein. Die Determinanten sind dem Mathematiker von Fach natürlich unentbehrlich, für den Schulunterricht sind sie überaus bedenklich: der geistige Gewinn steht hier in keinem Verhältnis zur aufgewandten Arbeit. Nur in Bezug auf die Gleichungen mit drei Unbekannten liegt die Sache etwas anders Man kann nicht in Abrede stellen, dafs die Auflösungsmethode, für welche Diekmann plädiert, kurz und bequem ist, dafs die Bedingung, unter welcher ein Kegelschnitt zu zwei Geraden degeneriert, am einfachsten durch Determinanten dargestellt wird. Nach den Erfahrungen, die ich hierbei gemacht habe, würde ich Diekmanns Behauptung eine gewisse Berechtigung zugestehen. Dies beweist jedoch gar nichts für die Determinanten, denn zur Erreichung dieser Vorteile bedarf man nicht erst einer grofsen Maschinerie. Ich pflege ein System von drei literalen Gleichungen mit drei Unbekannten auflösen zu lassen, die allgemeine Auflösung ist ja weiter nichts als die auseinandergelegte Determinante. Hiermit komme ich vollständig aus, wenn ich die gerühmten Vorzüge der Determinantenmethode den Schülern zugänglich machen will. Zum Überflufs stelle ich dann noch die Aufgabe: die erwähnten drei literalen Gleichungen beziehlich mit α, β, γ zu multiplizieren und α, β, γ derartig zu bestimmen, dass in der Summe der drei entstehenden Gleichungen zwei Unbekannte verschwinden. Man gelangt dabei natürlich wieder zu dem frühern Resultate. Bei dieser Gelegenheit gebrauche ich dann auch das Wort „Determinante“, lasse mich jedoch nicht tiefer auf das Thema ein.

Die Schüler pflegen sich in diese neue Methode der Auflösung leicht hineinzufinden. Sie bedienen sich derselben gern, weil wenig zu schreiben ist. Sobald wir jedoch das Kapitel von den Gleichungen mit drei Unbekannten verlassen, dann kommt die Sache bald wieder in Vergessenheit, und späterhin, wenn kein Zwang ausgeübt wird, rechnen alle nach der leicht verständlichen Additionsmethode.

Auf Grund aller dieser Thatsachen verhalte ich mich gegenüber den Determinanten durchaus ablehnend. In vorzüglicher Hochachtung Ihr ergebenster Dr. Gerlach.“

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert von Dr. LIEBER-Stettin und von LÜHMANN-Königsberg i. d. N.

A. Auflösungen.

195—199 u. 201.* Sätze über Segmentärpunkte und den Kreis der sieben Punkte. (Gestellt von Brocard XIII_1, 33).

Bezeichnungen wie in den Aufgaben 119, 120, 133, 183 (XII_2, 107, XII_4, 263, XIII_3, 203).

195. Beschreibt man über den Seiten eines Dreiecks nach innen ähnliche gleichschenklige Dreiecke mit den Ecken A_1, B_1, C_1 und dem Basiswinkel φ, so ist $\triangle A_1B_1C_1 \sim ABC$ nur, wenn $\varphi = O^0$ oder $\varphi = \vartheta$.

Beweis. $$B_1C_1^2 = a_1^2 = \frac{b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha - 2\varphi)}{4\cos\varphi^2} = \frac{a^2 - 4bc\sin\varphi\sin(\alpha-\varphi)}{4\cos\varphi^2};$$

mithin mufs

$$\frac{a_1^2}{a^2} = \frac{1}{4\cos\varphi^2} - \frac{bc\sin\varphi\sin(\alpha-\varphi)}{a^2\cos\varphi^2} = \frac{1}{4\cos\varphi^2} - \frac{\sin\beta\sin\gamma\sin\varphi\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\alpha^2\cos\varphi^2}$$

eine symmetrische Function von α, β, γ sein. Dies tritt ein, 1) wenn $\varphi = O^0$, 2) wenn $\frac{\sin\beta\sin\gamma\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\alpha^2} = \frac{\sin\alpha\sin\gamma\sin(\beta-\varphi)}{\sin\beta^2}$, mithin $\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\alpha^3} = \frac{\sin(\beta-\varphi)}{\sin\beta^3} = \frac{\sin(\gamma-\varphi)}{\sin\gamma^3}$. Die Entwicklung der Gleichung führt auf $\cot\varphi = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$; also $\varphi = \vartheta$ (siehe Aufg. 119, XII_4, 107).

FUHRMANN (Königsberg i. Pr.) KIEHL (Bromberg.)
STOLL (Bensheim.)

Anmerkung. Giebt man der Bedingung der Ähnlichkeit die Form $\frac{a_1^2}{a^2} = \frac{b_1^2}{b^2}$ oder $\frac{b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha - 2\varphi)}{a^2} = \frac{c^2 + a^2 - 2ca\cos(\beta - 2\varphi)}{b^2}$, so kommt man nach einigen Umformungen auf die Gleichung $(1 - \cos 2\varphi)$. $(a^2 + b^2 + c^2) - 4\triangle\sin 2\varphi = 0$ oder $2\sin\varphi\,\{(a^2 + b^2 + c^2)\sin\varphi - 4\triangle\cos\varphi\} = 0$, woraus 1) $\varphi = 0$; 2) $\cot\varphi = \cot\vartheta = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\triangle}$.

KIEHL.

196. Die drei Seiten des Dreiecks fallen in eine Gerade, wenn $\sin(2\varphi + \vartheta) = 2\sin\vartheta$ ist.

1. Beweis. Nimmt man BC als X-Achse und ihre Mitte als den Anfangspunkt eines Koordinatensystems, und bezeichnet man die Koordinaten von A_1, B_1, C_1 resp. mit $\xi_1\,\eta_1$, $\xi_2\,\eta_2$, $\xi_3\,\eta_3$, so ist

$\xi_1 = o$, $\eta_1 = \frac{a}{2}\operatorname{tg}\varphi$; $\xi_2 = \frac{a}{2} - \frac{b\cos(\gamma-\varphi)}{2\cos\varphi}$, $\eta_2 = \frac{b}{2}\frac{\sin(\gamma-\varphi)}{\cos\varphi}$; $\xi_3 = -\frac{a}{2} + \frac{c\cos(\beta-\varphi)}{2\cos\varphi}$, $\eta_3 = \frac{c}{2}\frac{\sin(\beta-\varphi)}{\cos\varphi}$. Sollen die drei Punkte in einer Geraden liegen, so mufs nach bekannter Bezeichnung $\begin{vmatrix}\xi_1 & \eta_1 & 1\\ \xi_2 & \eta_2 & 1\\ \xi_3 & \eta_3 & 1\end{vmatrix} = 0$ sein. Multiplicieren wir die beiden ersten Vertikalreihen mit 2 und beachten, dafs $a - b\cos\gamma = c\cos\beta$ und $b\sin\gamma$ $c\sin\beta$ ist, so erhalten wir

$$\begin{vmatrix} 0 & a\sin\varphi & 1\\ c\cos(\beta+\varphi) & b\sin(\gamma-\varphi) & 1\\ -b\cos(\gamma+\varphi) & c\sin(\beta-\varphi) & 1\end{vmatrix} = 0.$$

Benutzen wir die Formeln $a\sin\varphi\,(b\cos(\gamma+\varphi)+c\cos(\beta+\varphi)) = a^2\sin\varphi\cos\varphi - 4\triangle\sin\varphi^2$; $b^2\sin(\gamma-\varphi)\cos(\gamma+\varphi) = \frac{b^2}{2}(\sin 2\gamma - \sin 2\varphi) = bc\sin\beta\cos\gamma - b^2\sin\varphi\cos\varphi$; $c^2\sin(\beta-\varphi)\cos(\beta+\varphi) = \frac{c^2}{2}(\sin 2\beta - \sin 2\varphi) = bc\cos\beta\sin\gamma - c^2\sin\varphi\cos\varphi$, so wird die Determinante:

$$(a^2+b^2+c^2)\frac{\sin 2\varphi}{2} - 4\triangle\sin\varphi^2 - 2\triangle = 0$$

oder

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{4\triangle}\sin 2\varphi + \cos 2\varphi = 2.$$

Da nun $\frac{a^2+b^2+c^2}{4\triangle} = \frac{4r^2(\sin\alpha^2+\sin\beta^2+\sin\gamma^2)}{8r^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma} = \cot\vartheta$, so ist $\sin(2\varphi+\vartheta) = 2\sin\vartheta$. Fuhrmann.

2. Beweis. Die Entfernungen der Punkte A_1, B_1, C_1 von den Seiten des Dreiecks ABC sind resp.: $\frac{a}{2}\operatorname{tg}\varphi$, $\frac{a}{2}\frac{\sin(\gamma-\varphi)}{\cos\varphi}$, $\frac{a}{2}\frac{\sin(\beta-\varphi)}{\cos\varphi}$; $\frac{b}{2}\frac{\sin(\gamma-\varphi)}{\cos\varphi}$, $\frac{b}{2}\operatorname{tg}\varphi$, $\frac{b}{2}\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi}$; $\frac{c}{2}\frac{\sin(\beta-\varphi)}{\cos\varphi}$, $\frac{c}{2}\frac{\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi}$, $\frac{c}{2}\operatorname{tg}\varphi$. Sollen daher A_1, B_1, C_1 in gerader Linie liegen, so mufs die Determinante

$$\begin{vmatrix} \operatorname{tg}\varphi & \sin\gamma - \cos\gamma\operatorname{tg}\varphi & \sin\beta - \cos\beta\operatorname{tg}\varphi\\ \sin\gamma - \cos\gamma\operatorname{tg}\varphi & \operatorname{tg}\varphi & \sin\alpha - \cos\alpha\operatorname{tg}\varphi\\ \sin\beta - \cos\beta\operatorname{tg}\varphi & \sin\alpha - \cos\alpha\operatorname{tg}\varphi & \operatorname{tg}\varphi \end{vmatrix} = 0$$

sein. Entwickelt man und ordnet nach Potenzen von $\operatorname{tg}\varphi$, so ist der Koefficient von $\operatorname{tg}\varphi^3$ identisch gleich Null; der von $\operatorname{tg}\varphi^2$ wird $6\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$. Dividiert man die ganze Gleichung durch $\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$, so erhält man $6\operatorname{tg}\varphi^2 - 4\cot\vartheta\operatorname{tg}\varphi + 2 = 0$ und hieraus $3\sin\varphi^2 - 2\cot\vartheta\sin\varphi\cos\varphi + \cos\varphi^2 = 0$, mithin $2\sin\vartheta = \sin(2\varphi+\vartheta)$. Kiehl. Stoll.

Herr Kiehl weist rein geometrisch nach, dafs es zwei Werte von φ giebt, welche der Bedingung genügen und dafs die entsprechenden Geraden auf einander senkrecht stehen.

197. Aus der Formel $\cot\vartheta = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$ zu entwickeln $\cot 2\vartheta = \frac{\sin\alpha^4 + \sin\beta^4 + \sin\gamma^4}{2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma(\sin\alpha^2 + \sin\beta^2 + \sin\gamma^2)}$

Auflösung. In der Anmerkung zu 195 wurde die Formel hergeleitet $\cot\vartheta = \frac{a^2+b^2+c^2}{4\Delta}$; hieraus folgt

$$\cot 2\vartheta = \frac{\cot\vartheta^2 - 1}{2\cot\vartheta} = \frac{(a^2+b^2+c^2)^2 - 16\Delta^2}{2(a^2+b^2+c^2)4\Delta}$$

$$= \frac{(a^2+b^2+c^2)^2 - 2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2) + (a^4+b^4+c^4)}{2(a^2+b^2+c^2).4\Delta}$$

$$= \frac{a^4+b^4+c^4}{4\Delta(a^2+b^2+c^2)} = \frac{\sin\alpha^4+\sin\beta^4+\sin\gamma^4}{2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma(\sin\alpha^2+\sin\beta^2+\sin\gamma^2)}.$$

Kiehl.

Andere Lösungen von den Herren Fuhrmann, Godt (Lübeck) und Stoll mit gröfserem Aufwand von Rechnung unmittelbar aus der Formel für $\cot\vartheta$.

198. Ist d der Durchmesser des um ABC beschriebenen Kreises und e die Entfernung OO' der beiden Segmentärpunkte, so ist $d = \frac{e}{\sin\vartheta\sqrt{1-4\sin\vartheta^2}} = \frac{2e}{\sin 2\vartheta\sqrt{1-3\operatorname{tg}\vartheta^2}}$.

Beweis. Im Dreieck OAO' ist

$$e^2 = OA^2 + O'A^2 - 2\,OA\cdot O'A\cos(\alpha - 2\vartheta);$$

$$\text{da } OA = \frac{b\sin\vartheta}{\sin\alpha},\ O'A = \frac{c\sin\vartheta}{\sin\alpha},$$

so ist

$$e^2 = \frac{\sin\vartheta^2}{\sin\alpha^2}(b^2 + c^2 - 2bc(\cos\alpha\cos 2\vartheta + \sin\alpha\sin 2\vartheta))$$

$$= \frac{\sin\vartheta^2}{\sin\alpha^2}(a^2 + 4bc\sin\vartheta(\cos\alpha\sin\vartheta - \sin\alpha\cos\vartheta))$$

$$= 4r^2\sin\vartheta^2\left(1 - 4\sin\vartheta^2(\cot\vartheta - \cot\alpha)\frac{\sin\beta\sin\gamma}{\sin\alpha}\right)$$

(siehe den Beweis zu 119, XII_2, 108) $= 4r^2\sin\vartheta^2(1 - 4\sin\vartheta^2)$ $= 4r^2\sin\vartheta^2(\cos\vartheta^2 - 3\sin\vartheta^2) = r^2\sin 2\vartheta^2(1 - 3\operatorname{tg}\vartheta^2)$.

Fuhrmann. Kiehl. Stoll.

199. $\cot\vartheta$ ist das Ähnlichkeitsverhältnis des gegebenen Dreiecks und der unter einander kongruenten Dreiecke, welche man erhält, wenn man auf den Seiten in ihren Endpunkten in gleicher Weise Senkrechte errichtet.

1. Beweis. Eins der beiden kongruenten Dreiecke sei $A_1B_1C_1$,

so ist $B_1A = c \cot\beta$ und $AA_1 = \frac{b}{\sin\alpha}$, also $\frac{B_1A + AA_1}{c} = \cot\beta + \frac{\sin\beta}{\sin\alpha\sin\gamma} = \cot\beta + \cot\alpha + \cot\gamma$; folglich $B_1A_1 = c\cot\vartheta$.

FUHRMANN. STOLL.

2. Beweis. Es ist $\angle CA_1A = \alpha$; die Kreise um CA_1A, AB_1B, BC_1C schneiden sich in O (siehe Aufg. 119, XII_2, 108). Da $\angle OAB = OBC = OCA$ und die Winkel OB_1B, OC_1C, OA_1A jenen gleich sind, so ist Punkt O homologer Punkt (Situationspunkt) für die ähnlichen Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$. Das Ähnlichkeitsverhältnis ist gleich dem der Senkrechten von O auf AB und von O auf A_1B_1, d. i. $= AO\sin\vartheta : AO\cos\vartheta = \operatorname{tg}\vartheta$. Für $\triangle ABC$ und das zweite der beiden kongruenten Dreiecke ist O' Situationspunkt.

KIEHL.

201. Die Dreiecke ABC und $A'B'C'$ haben denselben Schwerpunkt E.

1. Beweis. Die Entfernung des Schwerpunktes des Dreiecks $A'B'C'$ von BC ist (unter Beibehaltung der Bezeichnungen in 196) $= \frac{1}{3}(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3)$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}a\operatorname{tg}\vartheta + \frac{1}{2}b\frac{\sin(\gamma-\vartheta)}{\cos\vartheta} + \frac{1}{2}c\frac{\sin(\beta-\vartheta)}{\cos\vartheta}\right)$$

$$= \frac{r}{\cos\vartheta}(\sin\vartheta\sin\alpha + \sin\beta\sin(\gamma-\vartheta) + \sin\gamma\sin(\beta-\vartheta)),$$

was nach der Entwickelung und Reduktion, wobei sich $\cos\vartheta$ weghebt, in $2r\sin\beta\sin\gamma$, d. h. in die auf BC gefällte Höhe des Dreiecks ABC übergeht.

KIEHL. STOLL.

2. Beweis. Die Gleichung des Punktes A' ist: $\xi_1\sin\alpha\sin\vartheta + \xi_2\sin\beta\sin(\gamma-\vartheta) + \xi_3\sin\gamma\sin(\beta-\vartheta) = 0$ oder $\xi_1\sin\alpha\sin\vartheta + \xi_2\frac{\sin\beta\sin\gamma^2\sin\vartheta}{\sin\alpha\sin\beta} + \xi_3\frac{\sin\gamma\sin\beta^2\sin\vartheta}{\sin\alpha\sin\gamma} = 0$ oder $\xi_1\sin\alpha^2 + \xi_2\sin\gamma^2 + \xi_3\sin\beta^2 = 0$. Ebenso ist die Gleichung von B': $\xi_1{}^2\sin\gamma^2 + \xi_2{}^2\sin\beta^2 + \xi_3{}^2\sin\alpha^2 = 0$ und die von C': $\xi_1\sin\beta^2 + \xi_2\sin\alpha^2 + \xi_3\sin\gamma^2 = 0$. Die Summe der drei Gleichungen oder die Gleichung des Schwerpunktes von $A'B'C'$ ist: $\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 0$, stimmt also mit der Gleichung des Schwerpunktes von ABC überein.

STOLL.

Herr Kiehl bemerkt, dafs dieser Satz für sämtliche Dreiecke der Schaar 195 giltig ist.

203—205. (Gestellt von Hetzer XIII, 33 und 34).

203. Die Seiten eines Dreiecks werden von einer Transversale in X, Y, Z geschnitten; errichtet man in diesen Punkten Lote, so schliefsen sie ein Dreieck $A'B'C' \sim ABC$ ein. Beide Dreiecke liegen kollinear und zwar fällt das Kollineationscentrum

mit einem der beiden Punkte zusammen, in denen die den beiden Dreiecken umschriebenen Kreise K und K' einander schneiden.

1. Beweis. Dafs die Dreiecke kollinear liegen, ergiebt sich daraus, dafs nach der Konstruktion die Schnittpunkte X, Y, Z der homologen Seiten in einer Geraden liegen. Deshalb müssen auch die Verbindungslinien AA', BB', CC' sich in einem Punkte D schneiden, dessen Lage folgendermafsen bestimmt wird: $AYA'Z$ ist ein Sehnenviereck, also $\angle A'AY = A'ZY = B'ZX$, und weil $XB'ZB$ ein Sehnenviereck ist, so ist auch $\angle B'ZX = XBB'$, folglich $\angle A'AY = XBB' = DBC$, also $BACD$ ein Sehnenviereck. Aus ähnlichen Gründen ist $\angle AZY$ einerseits $= AA'Y = DA'C'$, andrerseits $= XZB = XB'B$, also $A'B'C'D$ ein Sehnenviereck. Daraus folgt, dafs D der Durchschnittspunkt der beiden um ABC und $A'B'C'$ beschriebenen Kreise ist.

Fuhrmann. Meyer (Halle a. S.) Stegemann (Prenzlau). Stoll.

2. Beweis. Ähnlichkeit und Kollinearität der Dreiecke ABC und $A'B'C'$ wie vorher. Fällt man von D auf die Seiten des Dreiecks ABC die Senkrechten DX', DY', DZ', so mufs sowohl $Y'X' \parallel XY$, als auch $Y'Z' \parallel YZ$ sein; d. h. X', Y', Z' liegen auf einer Geraden. Daher mufs nach Lehrsatz 166, (XIII_2 119) D ein Punkt des um $\triangle ABC$ beschriebenen Kreises sein. Fällt man ferner von D Senkrechte auf die Seiten des Dreiecks $A'B'C'$, so liegen ebenso die Fufspunkte derselben auf einer Geraden; mithin gehört D auch dem um $A'B'C'$ beschriebenen Kreise an.

Capelle (Oberhausen).

204. Der andere Durchschnittspunkt der Kreise sei D'; dann bestimmen $D'A$, $D'B$, $D'C$ auf K' ein Dreieck $A''B''C''$, dessen Seiten auf den Seiten von ABC ebenfalls senkrecht stehen.

Beweis. $ABCD'$ ist ein Sehnenviereck, daher $\angle A''D'B'' = ACB = A'C'B'$, folglich Bogen $A''B'' = A'B'$; ebenso Bogen $B''C'' = B'C'$ und $C''A'' = C'A'$; folglich $\triangle A'B'C' \cong A''B''C''$. Ferner $\angle D'A'Z = D'DB$ und $\angle D'AZ = D'DB$, mithin $\angle D'A'Z = D'AZ$ und $AA'ZD$ ein Sehnenviereck. Da nun $\angle A'ZA = 90^0$, so ist auch $\angle A'D'A = 90^0$; A'' liegt daher A' diametral gegenüber, ebenso B'' dem B' und C'' dem C'. Folglich ist $A''B'' \parallel A'B'$, $B''C'' \parallel B'C'$, $C''A'' \parallel C'A'$.

Capelle. Fuhrmann. Meyer. Stegemann. Stoll.

205. Die Kreise K und K' schneiden sich rechtwinklig.

Beweis. Die Tangenten an K und K' bilden mit DD' bezüglich die Winkel $D'CD$ und $D'C'D$; das Dreieck $CC'D'$ ist aber bei D' rechtwinklig, wie in 204 bewiesen; daher $\angle D'CD + D'C'D = 90^0$.

Capelle. Fuhrmann. Meyer. Stegemann. Stoll.

Herr Stegemann beweist, dafs die Sätze auch dann gelten, wenn man anstatt Senkrechte zu errichten, Linien unter demselben Winkel anlegt; K und K' schneiden sich dann unter diesem Winkel.

206. (Gestellt von Weinmeister XIII_1, 34). Gegeben die Gerade T, auf ihr Punkt A und aufserhalb C. Von A werden an alle Kreise, welche durch C gehen und T berühren, Tangenten AP gelegt. Gesucht wird der Ort von P.

Aufl. Man wähle T zur X-Achse und A zum Anfang; B sei der veränderliche Berührungspunkt auf T; u, v seien die rechtwinkligen Koordinaten von C, und r, Θ die polaren Koordinaten von P. Dann ist $BC^2 = v$ mal Kreisdurchmesser, oder, da $AB = AP = r : (u - r)^2 + v^2 = v.\ 2r \operatorname{tg} \frac{1}{2}\Theta$. Dies ist die verlangte Gleichung für polare Koordinaten; auf rechtwinklige transformiert, wird sie vom 6. Grade, nämlich $(y(x^2 + y^2 + u^2 + v^2) - 2v(x^2 + y^2))^2 = 4(x^2 + y^2)(yu - xv)^2$.

STEGEMANN. STOLL. WEINMEISTER I (Leipzig).

207. (Gestellt von Weinmeister XIII_1, 34). Sechs gegebene Ebenen sollen von einer siebenten in einem Tangentensechsseit eines Kegelschnittes geschnitten werden.

1. Aufl. Man wähle vier der gegebenen Ebenen zu Seitenflächen eines Koordinaten-Tetraeders; dann seien die Koordinaten der beiden anderen $a_1 a_2 a_3 a_4$ und $b_1 b_2 b_3 b_4$, und die der gesuchten beweglichen Ebene $u_1 u_2 u_3 u_4$. Die von den Koordinatenebenen herrührenden Schnittlinien müssen nach den Bedingungen der Aufgabe die beiden anderen in je vier Punkten schneiden, deren Doppelverhältnisse einander gleich sind. Man fasse die Schnittlinien der vier Koordinatenebenen mit der U-Ebene als vier Koordinatenachsen auf; ist $x_1 x_2 x_3 x_4$ ein Punkt der Ebene, so ist $u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 + u_4 x_4 = o$. Zunächst ist nun das Doppelverhältnis der Schnittpunkte der Geraden $a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 = o$ mit den Geraden $x_1 = o$, $x_2 = o$, $x_3 = o$, $x_4 = o$ aufzufinden. Eliminiert man x_4 und bestimmt dann die Gleichungen der Verbindungslinien der vier vorliegenden Punkte mit dem Schnittpunkt der Koordinatenachsen $x_1 = o$, $x_2 = o$, so erhält man $x_1 = o$, $x_2 = o$, $(a_1 u_4 - a_4 u_1) x_1 + (a_2 u_4 - a_4 u_2) x_2 = o$, $(a_1 u_3 - a_3 u_1) x_1 + (a_2 u_3 - a_3 u_2) x_2 = o$.

Hieraus ergiebt sich: $\text{Doppelverhältnis} = \dfrac{\left[\dfrac{u_4}{a_4} - \dfrac{u_1}{a_1}\right]\left[\dfrac{u_3}{a_3} - \dfrac{u_2}{a_2}\right]}{\left[\dfrac{u_4}{a_4} - \dfrac{u_2}{a_2}\right]\left[\dfrac{u_3}{a_3} - \dfrac{u_1}{a_1}\right]}$.

Ersetzt man in diesem Ausdruck die a durch die entsprechenden b, so erhält man das zweite Doppelverhältnis. Die Gleichheit beider giebt die gesuchte Flächengleichung in Ebenen-Koordinaten an.

WEINMEISTER I.

2. Aufl. Die sechs gegebenen Ebenen seien α, β, γ, δ, ε, ζ. Die Ebenen α und β werden eine jede von allen übrigen in fünf Geraden, den ausreichenden Bestimmungsstücken eines Strahlenbüschels zweiter Ordnung geschnitten. Beide Strahlenbüschel lassen sich projektivisch so auf einander beziehen, dafs sie die Schnittlinie von α und β entsprechend gemein haben und ferner diejenigen Geraden homolog sind, welche je in einer der vier Ebenen γ, δ, ε, ζ gelegen sind. Das Erzeugnis dieser projektivischen Strahlenbüschel ist ein Ebenenbüschel dritter Ordnung (Inbegriff aller Schmiegungsebenen eines kubischen Kegelschnittes). Jede Ebene dieses Büschels schneidet, wie unmittelbar aus seiner Genesis hervorgeht, die sechs gegebenen Ebenen in dem verlangten Tangenten-Sechsseit.

Meyer.

208. (Gestellt von Schlömilch XIII$_1$, 34). Drei koncentrische Kegelschnitte $Ax^2 + By^2 = 1 + k$ (1) $Ax^2 + By^2 = 1$ (2) und $Ax^2 + By^2 = \frac{1}{1+k}$ (3) sind gegeben (k ist eine beliebige absolute Zahl). Von einem Punkt P von (1) sind die Tangenten PT_1 und PT_2 an (2) gezogen; p sei der Abstand des Poles P von der Polare T_1T_2, q die Entfernung des Kegelschnittscentrums von T_1T_2; dann ist $p = kq$ und T_1T_2 berührt (3).

Beweis. P habe die Koordinaten x_1 und y_1; dann ist $Ax_1^2 + By_1^2 = 1 + k$; die Gleichung von T_1T_2 ist: $Axx_1 + Byy_1 = 1$; ferner

$$p = \frac{Ax_1^2 + By_1^2 - 1}{\sqrt{A^2x_1^2 + B^2y_1^2}} = \frac{k}{1+k},$$

und

$$q = \frac{1}{\sqrt{A^2x_1^2 + B^2y_1^2}} = \frac{1}{1+k},$$

also $p = kq$. Die Umhüllungskurve von T_1T_2 findet man, wenn man zu (1) und (2) hinzunimmt $\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} = \frac{1}{\lambda}$. Hiernach ist $A\lambda^2x^2 + B\lambda^2y^2 = 1 + k$ und $A\lambda x^2 + B\lambda y^2 = 1$, folglich $Ax^2 + By^2 = \frac{1}{1+k}$ die Gleichung der Umhüllungskurve.

Capelle. Meyer. Stegemann. Stoll.

209. (Gestellt von Budde XIII$_1$, 34). Welches ist die Umhüllungskurve der Polaren eines festen Punktes als Pol in Bezug auf einen Kreis, der auf der Peripherie eines festen Kreises rollt?

Aufl. r sei der Radius des Kreises, den der Mittelpunkt des rollenden Kreises vom Radius ϱ beschreibt, so dafs also der Radius des festen Kreises $r \mp \varrho$ ist, je nachdem der Kreis auf der äufseren oder inneren Seite rollt, während der feste Pol gh ist. Dann ist die Gleichung der gesuchten Kurve:

$$(gx + hy + r^2 \mp 2r\varrho)^2 = (r \mp \varrho)^2 \left((g + x)^2 + (h + y)^2\right).$$

Dieselbe ist eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel, je nachdem der Pol innerhalb, auf der Peripherie oder aufserhalb des Hülfskreises (vom Radius r) liegt.

Budde (Duisburg). Capelle. Meyer. Stegemann. Stoll. Weinmeister I.

B. Neue Aufgaben.

Sätze, welche mit no. 195 bis 201 (siehe die vorangehenden Auflösungen) im Zusammenhange stehen.

Bezeichnungen wie in 195 bis 201.

247. Fällt man von den Ecken des Dreiecks ABC bezüglich Lote auf die Seiten $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$, so schneiden sich dieselben in einem Punkt, der auf der Peripherie des um ABC beschriebenen Kreises liegt, und zwar zu ABC so, wie der Mittelpunkt H des um ABC beschriebenen Kreises zu $A'B'C'$.

248. Fällt man von K (d. h. vom Schnittpunkt der durch A', B', C', resp. zu den Seiten von ABC gezogenen Parallelen) Lote auf die Seiten des Dreiecks ABC, so erhält man durch die Fufspunkte ein Dreieck $\triangle_2 = \frac{3}{4} \triangle \operatorname{tg} \vartheta^2$. Da noch $\triangle_1 = A'B'C' = \frac{1}{4} \triangle (1 - 3 \operatorname{tg} \vartheta^2)$, so ist $\triangle_2 + \triangle_1 = \frac{1}{4} \triangle$.

249. Fällt man vom Schwerpunkt Lote auf die Seiten des Dreiecks, so erhält man ein Dreieck $\triangle_3 = \frac{2}{3} \triangle \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cot\vartheta = \frac{\triangle^2}{3 r^2} \cot\vartheta$.

250. Zeichnet man über den Seiten eines beliebigen Dreiecks ABC gleichseitige Dreiecke und zwar nach beiden Ebenenteilen, verbindet dann die Ecken des gegebenen Dreiecks entsprechend mit den neu erhaltenen Ecken, so schneiden sich diese Linien in je einem Punkte P resp. Q. Die Längen der einzelnen Linien sind gleich. Bezeichnet man diese Längen mit f und g, so ist

$$f^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} (1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \vartheta); \quad g^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} (1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} \vartheta);$$

also
$$fg = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \sqrt{1 - 3 \operatorname{tg} \vartheta^2}.$$

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.)

Konstruirt man über den Seiten eines Dreiecks ABC gleichschenklige rechtwinklige Dreiecke, so dafs die Seiten des Dreiecks die Hypotenusen werden und bezeichnet die neuen Ecken resp. mit $A'B'C'$, so ergeben sich folgende Sätze:

251. AA', BB', CC' schneiden sich in einem Punkte.

252. $AA' = B'C'$, $BB' = C'A'$, $CC' = A'B'$.

253. Die betreffenden Geraden, also z. B. AA' und $B'C'$ stehen senkrecht auf einander. Der Schnittpunkt der Geraden AA', BB', CC' ist also der Höhenschnittpunkt von $A'B'C'$.

254. Verbindet man die Schnittpunkte von AA' und $B'C'$ u. s. w. mit den resp. Mittelpunkten der Seiten des Dreiecks, so schliessen die Verbindungslinien einen rechten Winkel ein.

255. Diese Geraden bilden resp. gleiche Winkel mit den Seiten des Höhenfufspunktdreieckes von $A'B'C'$, und zwar so, dafs die gleichen Winkel immer an den Ecken des genannten Dreieckes liegen. FUHRMANN (Königsberg i. Pr.).

Stereometrische Sätze (256—258).

256. Es sei $ABCD$ ein Viereck, E der Durchschnitt von AC und BD, F der von AB und CD, G der von BC und DA, mithin FG die dritte Diagonale. Wird nun $ABCD$ zur Basis einer Pyramide genommen und letztere von einer Ebene geschnitten, welche FG in sich enthält, wobei den Punkten A, B, C, D die Schnittpunkte A', B', C', D' entsprechen, so gehen die vier Gegen-Diagonalen des entstandenen Pyramidenstumpfes, nämlich AC', BD', CA', DB' durch einen und denselben Punkt P.

257. Dreht sich die Schnittebene um FG, so durchläuft P die Gerade EO, wo O die Spitze der Pyramide ist.

258. Insofern A', B', C', D' als die perspektivischen Projektionen von A, B, C, D betrachtet werden können, läfst sich dieser Satz als eine Eigenschaft projektivischer Gebilde auffassen; es entspricht ihm dann ein reciproker Satz, welcher formuliert werden soll.
SCHLÖMILCH.

259. Wenn von einem Kapital die jährlich zu 5 (resp. p_1) % fällig werdenden Zinsen vom Zeitpunkt ihrer Fälligkeit an bei einer Sparkasse zu 4 (resp. p_2) % für's Jahr auf Zinseszins wieder angelegt werden, wie hoch ist dann der Zinsfufs (p %) der durchschnittlichen Veranlagung des Kapitals bis zu dem Zeitpunkt, in welchem der Wert seines Gesamt-Zinsenertrages dem ursprünglichen Kapital gleich ist? FLEISCHHAUER (Gotha).

Berichtigung. In den Aufgaben 236 und 237 (XIII_4, 283) ist der Radius des umgeschriebenen Kreises überflüssig, da die dort vorgeschriebene Konstruktion an jedem gleichschenkligen Dreieck ausgeführt werden kann. Die Aufgabe 236 heifst daher: Von „einem gleichschenkligen Dreieck ABC ($AC = BC$) soll an der Basis AB ein Dreieck ABD u. s. w.“

Litterarische Berichte.

A) Rezensionen.*)

A. Milinowski (Oberlehrer am Gymnasium zu Weifsenburg im Elsafs), Elementar-synthetische Geometrie der Kegelschnitte. Mit 195 Figuren im Text. gr. 8. [X und 411 S.] Leipzig 1882, Teubner. Pr.: M. 8.80.

So umfangreich die Kegelschnitts-Litteratur in Deutschland gegenwärtig auch ist, und so sehr ihr Wachstum fortschreitet, so liegt doch ein Abschlufs derselben noch zu fern, als dafs man nicht mit Interesse einer jeden neuen Erscheinung auf diesem Gebiet entgegen sehen müfste. Dieses Interesse wird um so gröfser sein, wenn der Autor eine bereits so tüchtig bewährte Kraft ist, wie Milinowski.

Die verbreitetste Methode, nach welcher auf den Schulen Kegelschnitte unterrichtet werden, ist heutzutage leider immer noch die analytische. Ist man nun auch bestrebt, die Mängel, welche derselben vom pädagogischen Gesichtspunkte aus anhaften, thunlichst durch eingestreute synthetische Betrachtungen abzuschwächen, so hat doch auch die rein synthetische Methode ihre Vertreter, und unter den verschiedenen synthetischen Methoden ist wieder die elementare die für den Schulmann ohne Zweifel wichtigste. Trotzdem war bisher die von Geiser bearbeitete Steiner'sche Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung das einzige deutsche Werk, welches Ansprüchen auf Vollständigkeit einigermafsen gerecht wurde. Dieselbe Aufgabe, wie das Geiser'sche Buch, stellt sich das obige Milinowski'sche, nämlich einen Abrifs der Kegelschnitts-Lehre zu geben nach elementar-synthetischer Methode — aber der Weg, welchen es einschlägt, ist von dem Geiser'schen wesentlich verschieden.

Das Buch zerfällt in vier Abschnitte: 1. Gerade und Kreis. 2. Die Kegelschnitte. 3. Die Kegelschnittbüschel und Kegelschnittschar. 4. Die projektivischen Gebilde.

*) Bei Rezensionsexemplaren, deren Preis uns von den Verlagsbuchhandlungen oder Verfassern nicht angegeben wurde, lassen wir künftig denselben immer weg, um das bis jetzt übliche aber störende Zeichen „Pr. ?“ zu vermeiden. Vrgl. VII, 129. Anm. D. Red.

Der erste Abschnitt behandelt zunächst Fundamentalsätze über harmonische Punkte, die polaren Beziehungen beim Kreis, das Kreisbüschel und im Anschlufs daran die Involution. Eine Punktinvolution besteht aus allen Punktpaaren einer Geraden, deren Abstände von einem bestimmten Punkt derselben ein konstantes Produkt haben. Eine Strahleninvolution besteht aus allen von einem Punkt aus durch eine Punktinvolution gehenden Strahlen. Viele Sätze und Aufgaben folgen dieser Erklärung; namentlich aber tritt die Bedeutung der Involution für den Kreis hervor. Ferner ist es möglich, mit Hilfe derselben den wichtigen Begriff des Imaginären in die Geometrie aufzunehmen. Auf Grund der imaginären Doppelpunkte einer Involution wird z. B. der imaginäre Kreis eingeführt, aufserdem treten die imaginären Kreispunkte der unendlich fernen Geraden auf, imaginäre Kreistangenten u. s. w. Dann folgen die Ähnlichkeitspunkte der Kreise, die Inversion und die Kreisverwandtschaft. Auf Grund der Letzteren werden sodann mehrere berühmte Probleme gelöst: zunächst wird der Feuerbach'sche Satz vollständig bewiesen und zwar mittelst eines durch Eleganz und Kürze gleich ausgezeichneten Verfahrens des englischen Mathematikers Taylor, welches hier wohl zum ersten Male in deutscher Sprache erscheint; sodann folgt die Aufgabe: In einen Kreis ein Polygon zu konstruieren, dessen Seiten durch vorgegebene Punkte gehen, mit der aus Petersens Methoden und Theorieen entlehnten Lösung. Hieran schliesst sich das Fundament, welches dem ganzen Buche zu Grunde liegt — die harmonische Verwandtschaft. Der Verfasser hat dieselbe schon in seinen früheren Lehrbüchern angewendet und gezeigt, wie sehr sie sich dazu eigne, Sätze vom Kreis auf den Kegelschnitt zu übertragen. Nicht allein, dafs die Sätze projektivischer Natur vom speziellen Fall des Kreises auf den allgemeinen des Kegelschnittes geschlossen werden können, ergeben sich auch die Brennpunkts-Eigenschaften ohne Schwierigkeit. Die harmonische Verwandtschaft wird auch „involutorische Centralperspektive“ oder nach Möbius, welcher zuerst auf sie aufmerksam machte, „Kollineare Involution“ genannt. Alle Punkte der Ebene werden paarweise auf einander bezogen, und zwar wird diese Beziehung durch einen festen Punkt (das Centrum) und eine feste Gerade (die Axe) in folgender Weise vermittelt. Man lege durch das Centrum eine beliebige Gerade nach der Axe und teile dieselbe in einem beliebigen Verhältnis harmonisch. Die beiden erhaltenen Punkte entsprechen einander. Jeder Geraden entspricht dann wieder eine Gerade, welche die erste auf der Axe schneidet. Allen Geraden durch einen Punkt entsprechen wieder Gerade durch einen Punkt und allen Punkten der Mittellinie (Ort der Mitten aller vom Centrum nach der Axe gezogenen Geraden) entsprechen die unendlich fernen Punkte. Hieran schliefsen sich Aufgaben, die später von Bedeutung sind, nämlich: eine derartige harmonische Verwandtschaft herzustellen, dafs einem Viereck ein Parallelogramm, ein

Kreisviereck, ein Rechteck, ein Rhombus und Quadrat entspricht und endlich einem beliebigen Fünfeck ein Sehnen- oder Tangentenfünfeck eines Kreises. Aufser der bekannten Verwandtschaft der Polarisation bringt der Verfasser noch eine mit der harmonischen ziemlich eng verknüpfte, die er „harmonische Abbildung" nennt. Auch bei dieser ist ein Punkt einem andern (seinem Bild) zugeordnet, wenn das Centrum, die beiden Punkte und die Verbindungslinie mit der Axe harmonisch sind, indes ist diesmal der eine Punkt dem Centrum zugeordnet und der andere dem Schnittpunkt der Geraden.

Im zweiten Abschnitt wird zunächst der Kegelschnitt, der mittelst Leitlinie und Excentricität erklärt wird, als harmonische Kurve eines Kreises nachgewiesen, welcher das Centrum der Verwandtschaft zum Mittelpunkt hat. Dieser Kreismittelpunkt ist Brennpunkt des Kegelschnittes, die Mittellinie ist Leitlinie, und es hat der Kreis selbst den Parameter zum Durchmesser. Es übertragen sich hierauf die Sätze über Pol und Polare, über konjugierte Punkte und Strahlen vom Kreis auf den Kegelschnitt, und es folgt die Bestimmung des Kegelschnittes aus fünfen seiner Punkte und aus fünfen seiner Tangenten nebst den vier Zwischenfällen. Hieran schliefsen sich die Brennpunkts-Eigenschaften, zu deren Herleitung ebenfalls vom Kreis ausgegangen wird, worauf die Übertragung mittelst harmonischer Verwandtschaft eintritt. Mit Hilfe derselben wird nachgewiesen, dafs sowohl durch die harmonische Verwandtschaft als auch durch die Polarisation einem Kegelschnitt immer wieder ein Kegelschnitt entspricht. Alsdann folgt ein Paragraph, welcher von der Parabel ausschliefslich handelt und die wichtigsten Eigenschaften derselben von neuem ohne Berücksichtigung der früheren Sätze ableitet. Ebenso werden nun auch Ellipse und Hyperbel selbständig behandelt und zwar als Örter von Punkten, die von einem Punkte und von einem Kreise gleichweit entfernt sind. Hierdurch ergiebt sich leicht der zweite Brennpunkt, und man überzeugt sich von der doppelten Symmetrie der Kurve. Die Polareigenschaften werden auf die verschiedensten Weisen hergeleitet, und man erhält so einen Einblick in die grofse Mannigfaltigkeit der Methoden, die bei den Kegelschnitten Verwendung finden. Um Sätze über konjugierte Durchmesser nebst den Gleichungen der Ellipse und Hyperbel ableiten zu können, sind beide Kurven auf den Kreis bezogen und zwar mittelst der folgenden beiden Sätze: Fällt man von den Punkten eines Kreises Senkrechte auf einen Durchmesser und teilt dieselben in einem bestimmten Verhältnis, so liegen die Teilpunkte auf einer Ellipse; und: Zieht man an die Punkte eines Kreises Tangenten bis zu ihrem Durchschnitt mit einem festen Durchmesser und errichtet in den Schnittpunkten Senkrechte auf den Durchmesser, welche zu den Tangenten in einem bestimmten Verhältnis stehen, so liegen die Endpunkte auf einer Hyperbel. Hieraus entwickelt sich eine elliptische und hyperbolische Abbildung. Die

Fokaleigenschaften der Ellipse werden dann dahin erweitert, dafs für den einen Brennpunkt ein die Ellipse in vier Punkten schneidender Kreis und für die Leitlinie zwei der gemeinsamen Sehnen gesetzt werden, sodafs man den Satz erhält: Die Potenz eines Ellipsenpunktes in Beziehung auf einen Kreis, der die Ellipse in vier reellen Punkten schneidet, steht zum Produkt seiner Entfernungen von zwei solchen gemeinschaftlichen Sehnen, welche mit der Axe gleiche Winkel bilden, in einem konstanten Verhältnis. Am Schlufs des Paragraphen findet noch die gleichseitige Hyperbel gebührende Berücksichtigung. Weiterhin treten die Kreise, welche den Kegelschnitt doppelt berühren in ihrer Eigenschaft als Brennkreise auf. Hieran schliefsen sich die verschiedenen Konstruktionen und Sätze vom Krümmungskreis, namentlich die Konstruktionen von Newton und Steiner. Den Schlufs des zweiten Abschnittes bilden 50 Aufgaben über Konstruktion von Kegelschnitten aus Brennpunkten, Leitlinien, Mittelpunkt, Axen u. s. f. und 22 weitere Aufgaben über Konstruktion von Schnittpunkten und Tangenten, wenn von dem Kegelschnitt Peripheriepunkte und Tangenten gegeben sind.

Im dritten Abschnitt wird unterschieden zwischen Kegelschnittbüscheln mit vier reellen Grundpunkten, mit nur zwei reellen und ohne reelle Grundpunkte. Die Theorie des Ersteren basiert auf dem Satz, dafs jede Gerade das Kegelschnittbüschel in Punktparen einer Involution schneidet. Hieraus folgt leicht die Lage sämtlicher Polaren eines Poles und sämtlicher Pole einer Polaren. Interessant ist die Verallgemeinerung der Sätze über konjugierte Kreisbüschel auf Kegelschnittbüschel. Konjugierte Kreisbüschel sind bekanntlich so beschaffen, dafs jeder Kreis des einen Büschels alle Kreise des anderen rechtwinkelig schneidet. Der Verfasser weist nun nach, dafs, wenn man auf einer der gemeinsamen Sehnen eines Kegelschnittbüschels einen beliebigen Punkt wählt und von demselben an alle Kegelschnitte des Büschels Tangenten legt, die Berührpunkte derselben auf einem neuen Kegelschnitt liegen; ferner, dafs vier Punkte dieses Kegelschnittes unabhängig sind von der Wahl jenes Ausgangspunktes der Tangenten. Mithin beschreibt der letztere Kegelschnitt ein Büschel, sobald jener Punkt die Sehne durchläuft. Auf diese Weise entstehen dann die konjugierten Kegelschnittbüschel. In den weiteren Sätzen erkennt man leicht Verallgemeinerungen spezieller aus der Kreislehre wohl bekannter Sätze, wie z. B. des Poncelet'schen Satzes, des Satzes vom Radikalcentrum u. s. w. Die Kegelschnittschar mit vier reellen Tangenten steht dem Kegelschnittbüschel dual gegenüber. Sodann bietet das Kegelschnittbüschel mit zwei oder vier imaginären Grundpunkten den grofsen Vorteil dar, mittels harmonischer Verwandtschaft auf ein Kreisbüschel bezogen werden zu können, während bei der Kegelschnittschar mit imaginären Tangenten konfokale Kegelschnitte herangezogen werden. Ebenso lassen sich Kegelschnitte mit doppelt-imaginärer Berührung zu konzentrischen Kreisen

in Verwandtschaft setzen. Den Schlufs des dritten Abschnittes bildet das Polarsystem. Durch dieses Polarsystem findet eine Zuordnung der Punkte und geraden Linien in einer Ebene in derselben Weise statt, wie bei Polen und Polaren in Beziehung auf einen Kegelschnitt. Die Zuordnung ist aber jetzt in einer solchen Weise gegeben, dafs sie auch dann noch aufrecht erhalten werden kann, wenn der zu Grunde gelegte Kegelschnitt imaginär wird.

Der vierte Abschnitt ist eigentlich ein Anhang, da er projektivische Gebilde im Sinne der neueren Geometrie enthält. Nach den Fundamentalsätzen über Projektivität von Punktreihen und Strahlenbüscheln wird der Kegelschnitt als Erzeugnis projektivischer Gebilde nachgewiesen, und es werden dann die Sätze vom Sechseck, von den Polaren u. s. w. von neuem durchgegangen.

Den Schlufs des Ganzen bildet eine Sammlung von 96 Sätzen und Aufgaben. Dieselbe enthält u. A. Aufgaben über Verwandlung von Kegelschnitten mittelst harmonischer Verwandtschaft, die Verallgemeinerung der Letzteren zur centrischen Kollineation und mit Hilfe dieser eine Konstruktion des Krümmungskreises. Viele Aufgaben finden sich eingestreut über Projektivität, wie z. B. über projektivische Punktreihen auf der Peripherie eines Kegelschnittes; ferner die besonderen Verwandtschaften der Ähnlichkeit und Affinität, Aufgaben über ein- und umgeschriebene Figuren, Erzeugung des Kegelschnittes mittelst Doppelverhältnissen und dann nach der Salmon'schen Art, das Normalenproblem, das Kepler'sche Gesetz über die Bewegung eines Planeten auf Grund des Newton'schen Gravitationsgesetzes, und endlich das Kreisnetz, unter welchem alle Kreise verstanden werden, die einen bestimmten Kreis senkrecht schneiden.

Der Verfasser nennt sein Buch elementar-synthetische Geometrie der Kegelschnitte und fafst den Begriff des Elementaren im Gegensatz zum Projektivischen auf. Gewöhnlich verstehe man unter elementar-geometrischer Behandlung diejenige, die sich nur auf Kongruenz und Ähnlichkeit stütze; da aber beide versagen oder sich nur auf Umwegen zur Geltung bringen lassen, wenn es sich um harmonische oder involutorische Beziehungen handele, so habe er die einfachen Eigenschaften der harmonischen oder involutorischen Gebilde der elementaren Geometrie zugezählt. Dies erscheine um so unbedenklicher, da sie sich als leichte Folgerungen der Eigenschaften ähnlicher Figuren erweisen. Der Verfasser giebt hiernach selbst zu, dafs er unter „elementar“ etwas anderes versteht, als es gewöhnlich der Fall ist, und es wäre aus diesem Grunde vielleicht besser gewesen, wenn er seinem Buche einen anderen Titel gegeben hätte, denn es steht zu befürchten, dafs Mancher, der das Buch nur auf Grund seines Titels kauft, in demselben nicht das findet, was er sucht. Über den Begriff „elementar“ wird es stets die verschiedensten Ansichten geben. Im allgemeinen wird derjenige, welcher tiefer in die Wissenschaft eingedrungen ist, als Andere,

das Gebiet des Elementaren viel weiter auffassen. Dem entsprechend wird aber auch im Laufe der Zeiten bei der fortgesetzten Weiterentwickelung der Wissenschaft der Begriff des Elementaren immer umfassender werden, und man könnte daher von diesem Gesichtspunkte aus dem Verfasser vorhalten, er habe seiner Zeit vorgegriffen. Eine elementar-synthetische Geometrie der Kegelschnitte soll — nach der Ansicht des Referenten — den Anfänger an der Hand der von ihm bisher als bewährt erkannten Euklidischen Methode mit den Grundformen der Kegelschnitte und ihren elementaren Eigenschaften bekannt machen. Bei einem derartigen Studium wird dem Anfänger eine grofse Zahl neuer Fragen sich aufdrängen, bei deren Beantwortung ihn das bisherige Verfahren im Stiche läfst. Hat er derart das Bedürfnis nach neuen Methoden empfunden, so wird er mit um so gröfserem Verständnis die projektivische Geometrie studieren. Wer sich aber auf diesen Boden stellt, kann nicht umhin, das Steiner-Geiser'sche Werk für zweckmäfsiger zu erklären, als das Milinowski'sche. Dafs Jenem die Behandlung der Polareigenschaften, der Kegelschnitt-Büschel und -Scharen fast gänzlich fehlt, ist insofern kein Schade, als das Buch ja nur einführen, nicht erschöpfen will. Hierbei sei nicht vergessen, dafs der Verfasser ja auch die Euklidische Geometrie berücksichtigt (s. §.§. 18. 19), nur tritt dieselbe der Anlage des ganzen Buches nach mehr in den Hintergrund. In den gewöhnlichen Lehrbüchern über Geometrie finden sich fast ausnahmslos Sätze über harmonische Punkte und Strahlen vor, die in der Regel mit dem Satz von den Diagonalen des vollständigen Vierseits abschliefsen. Nicht selten führen sie die stolze Überschrift „Neuere Geometrie“ und werden mit Vorliebe zu Themen der „wissenschaftlichen“ Abhandlungen in den Schulprogrammen gewählt. Dafs ein Durcharbeiten dieser Sätze für den Schüler keinen rechten Zweck hat, ist wohl kaum zweifelhaft; er erhält durch sie keinen Einblick in das Wesen der neueren Geometrie, sondern vielmehr — irre geleitet durch die Überschrift — ein falsches Bild derselben. Man kann daher dem Verfasser nicht Unrecht geben, wenn er das harmonische Gebilde nicht als Zweck, sondern als Mittel betrachtet wissen will. Wenn derselbe aber bemerkt, ohne diese Bedingung werde der geometrische Unterricht unserer Schulen die ihm gebührende Stellung nicht einnehmen, so scheint dies dem Referenten zu weit gegangen. Dafs die harmonische Verwandtschaft ein vorzügliches Mittel zur Hebung und Neubelebung des geometrischen Unterrichts ist, hat der Verfasser durch sein Buch bewiesen; dies schliefst aber doch nicht aus, dafs es noch andere nicht minder vorzügliche Mittel giebt. Ferner kann sich der Referent mit der strengen Scheidung zwischen Planimetrie und Stereometrie nicht einverstanden erklären. Denkt man sich die Punkte, welche kollinear auf einander bezogen sein sollen, in verschiedenen Ebenen gelegen, so ist die Verwandtschaft natürlicher und durch das Auseinanderhalten ver-

wandter Gebilde leichter verständlich, als in dem Falle, dafs die Punkte ein- und derselben Ebene angehören. Vom pädagogischen Gesichtspunkt aus — und der ist ja hier ausschliefslich mafsgebend — dürfte es sich am besten empfehlen, nach der Behandlung des allgemeinen Falles den speziellen des Zusammenfallens der Ebenen durchzunehmen und dann zu zeigen, wie das Letztere notwendig ist, um auf die Theorie der Oberflächen überzugehen. Auch würden die Sätze über imaginäre Kreise dem Verständnis viel näher gerückt sein, wenn man diese als Schnittlinien von Kugeln und Ebenen auffafst, wobei die Centralabstände der Letzteren gröfser sind, als die betr. Kugelradien. (S. Möbius; Über imaginäre Kreise. Ber. d. k. s. Ges. d. W. v. 21. Febr. 57.) Da das Buch Anspruch auf möglichst grofse Vollständigkeit erhebt, so dürfte es sich empfehlen auch die Quadratur der Hyperbel und im Anschlufs an dieselbe die Rektifikation der Parabel (nach Huyghens) mit aufzunehmen. Erstere liefse sich, um so elementar als möglich zu bleiben, ohne Entwickelung einer Reihe herleiten, und die Zahl e würde hierbei nicht als eine von früher her bekannte, sondern als eine auf geometrischem Weg neu aufzufindende zu behandeln sein. Auch wäre die Aufnahme der Dreiteilung des Winkels mittelst der gleichseitigen Hyperbel (vielleicht nach Kosch), sowie die Verdoppelung des Würfels mittelst zweier Parabeln wünschenswert. Schliefslich möchte der Referent noch eine gröfsere Betonung der Kegelschnitts-Konstruktionen mittelst Einhüllung einer beweglichen geraden Linie, namentlich bei der Parabel, empfehlen, da dieselben erfahrungsgemäfs den Schülern grofse Freude bereiten.

Was Einzelheiten betrifft, so ist nur wenig zu erwähnen. Der Beweis des Art. 271 liefse sich wohl durch den in Salmon-Fiedlers Kegelschnitte Art. 385 enthaltenen ersetzen. Ferner findet sich auf S. 202, Z. 6 ein Verhältnis heterogener Gröfsen vor. Endlich sei noch der Verfasser auf die dritte Konstruktion im Art. 214 und auf 215 b) aufmerksam gemacht. Druckfehler: §. 7. Z. 12. §. 9. Z. 4. (In der Fig. fehlt g). S. 187. Z. 3. S. 286. Z. 8. S. 313 Überschrift. Art. 434. Z. 3.

Trotz der einzelnen Meinungsverschiedenheiten zwischen Verfasser und Referent kann der Letztere aber das Buch Jedem, der sich für die Geometrie der Kegelschnitte und namentlich für die Reorganisation des geometrischen Unterrichts interessiert, mit gutem Gewissen empfehlen. Es besitzt vor vielen anderen Lehrbüchern den Vorzug der Originalität; es bringt den Leser, der sich ein gründliches Studium des Buches angelegen sein läfst, zu dem Abschlufs, welchen man gewöhnlich der Lehre von den Kegelschnitten giebt, es läfst seine Kraft an den zahlreichen und gut gewählten Übungsbeispielen erstarken und zeigt ihm am Schlufs den Weg, auf welchem er fortschreiten mufs, um sich zu den modernen Methoden der Geometrie emporzuarbeiten.

Leipzig. WEINMEISTER I.

GALLENKAMP, WILHELM (Direktor der Friedrichs-Werder'schen Gewerbeschule in Berlin). Synthetische Geometrie. I. Abteilung: Die Kegelschnitte in elementar-synthetischer Behandlung. Mit einer Figurentafel. 33 S. Preis ℳ 0,80. II. Abteilung: Die Linien und die Flächen zweiter Ordnung nach den Methoden der Geometrie der Lage.*) 128 S. Pr. ℳ 1,80. Iserlohn bei J. Bädecker. 1880.

Unter den in der Neuzeit erschienenen Lehrbüchern, die sich die Aufgabe gestellt haben, die neuere synthetische Geometrie in unseren höheren Lehranstalten heimisch zu machen, nimmt das obige jedenfalls eine hervorragende Stelle ein. Es bildet den vierten Teil der Elemente der Mathematik, die der Verfasser zunächst für seine Schule bearbeitet hat, ist aber dabei fast völlig unabhängig von den drei ersten Teilen gehalten, da durch die vorkommenden Hinweise auf dieselben eher verglichen als begründet werden soll. Vergegenwärtigen wir uns zunächst den Inhalt des interessanten Buches.

Die erste Abteilung zerfällt in zwei Kapitel; das erste behandelt die Kegelschnitte elementar in der Ebene, das zweite am Kegel. Ellipse und Hyperbel werden zunächst mittelst Summe bezw. Differenz der Brennstrahlen erklärt und treten dann vereint als Centralort eines Kreises auf, welcher einen festen Kreis berührt und durch einen gegebenen Punkt geht. Degeneriert der Kreis zu einer geraden Linie, so ergiebt sich als Grenzfall die Parabel. Hieran schliefsen sich Sätze über Tangenten, Asymptoten, Leitlinien, Excentricität und konjugierte Durchmesser, und zwar werden die Letzteren bei der Ellipse mittelst Parallelogrammen, bei der Hyperbel mittelst Asymptoten behandelt. Im zweiten Kapitel finden sich die Kegelschnitte am Umdrehungskegel mit Hülfe berührender Kugeln vor. Die aus der Planimetrie als bekannt vorausgesetzten Polareigenschaften des Kreises und die Fundamentalsätze über harmonische Beziehungen übertragen sich dann leicht auf den Kegel und den Kegelschnitt. Hierdurch ist das Gebiet der Projektivität eröffnet. Es wird eine projektivische Verbindung von sechs Punkten einer Geraden abgeleitet, und daran die Involution angeschlossen; endlich bilden die Sätze von Pascal und Brianchon den Schlufs.

Die zweite Abteilung charakterisiert in der Einleitung die Stellung der reinen Geometrie der Lage der Geometrie des Mafses gegenüber in strenger präciser Form. Wie man sich in der analytischen Geometrie der Koordinaten bedient, so kann man in der synthetischen bei einer Punktreihe oder einem Strahlenbüschel durch die Wahl zweier festen Anfangselemente und eines bestimmten Verhältnisses jedes Element eindeutig bestimmen. Sollen nun zwei Grundgebilde (Punktreihe, Strahlenbüschel u. s. w.) auf einander eindeutig bezogen werden, so findet man leicht mittelst Gleichungen,

*) Ohne Figuren — worüber man die Vorrede lese. D. Red.

dafs die Bedingung dafür die Gleichheit zweier Doppelverhältnisse ist. Während nun Steiner das Doppelverhältnis zur Grundlage der synthetischen Behandlung der Geometrie gemacht hat, kann in der Geometrie der Lage, welche bei dem Aufbau der geometrischen Gestalten die Mafsbeziehungen ausschliefst, dieser Weg nicht eingeschlagen werden. Man erklärt in derselben zwei Grundgebilde als projektivisch auf einander bezogen, wenn vier harmonischen Elementen des einen Gebildes stets vier harmonische des anderen zugeordnet sind. Die Geometrie der Lage hat dann aber um ihres selbständigen Aufbaues willen vorab drei Aufgaben selbständig zu lösen:

1) Harmonische Elemente unabhängig von Mafsbestimmungen zu definieren.
2) Nachzuweisen, dafs man von drei Elementen eines Gebildes ausgehend durch harmonische Elemente zu allen Elementen des Gebildes gelangen kann.
3) Dafs durch die obige Definition der projektivischen Beziehung die Elemente der beiden Gebilde eindeutig einander zugewiesen sind.

Die Lösung dieser Aufgaben bildet den Inhalt des ersten Kapitels. Ähnlich wie bei Staudt wird zuerst nachgewiesen, dafs man bei der bekannten Konstruktion des vierten harmonischen Punktes mittelst des vollständigen Vierseits trotz der verschiedenen Willkürlichkeiten, welche sie enthält, immer nur einen Punkt als Resultat erhält. Hierdurch sind die harmonischen Elemente ohne Mafsbestimmung erklärt. Sodann wird die zweite Frage zwar ziemlich einfach, aber nicht ohne Anwendung des Unendlichen erledigt, und dann endlich die Eindeutigkeit mittelst perspektivischer Lage nachgewiesen. Im zweiten Kapitel treten die Kegelschnitte als Punktreihe und Strahlenbüschel zweiter Ordnung auf. Sie werden wie in Steiners Vorlesungen und in Reyes Geometrie der Lage mittelst der schiefen Lage zweier projektivischen Gebilde erster Ordnung erklärt, und demnach nicht auf dem etwas künstlichen Wege Staudts mittelst Reciprocität. Alsdann wird die Identität der durch die beiden ebenen Gebilde zweiter Ordnung erhaltenen Kurven nachgewiesen, und dann die Konstruktion von Punkten und Tangenten derselben aus fünf Bestimmungsstücken angeschlossen. Hier hat mit Recht das Möbius'sche Kriterium Aufnahme gefunden, welches die Art des durch fünf Tangenten oder Punkte gegebenen Kegelschnittes erkennen läfst. Die beiden folgenden Kapitel handeln von der Polarität und der Involution. Letztere hat namentlich die Bedeutung, die imaginären Elemente des Kegelschnittes mit in Betracht zu ziehen, da ja eine involutorische Punktreihe oder ein involutorisches Strahlenbüschel zwei Elementen des Kegelschnittes äquivalent ist, dieselben mögen nun reell oder imaginär sein. Man kann daher die früheren Konstruktionen des Kegelschnittes aus ge-

gebenen Elementen dahin erweitern, dafs man jedesmal statt zweier Elemente eine Involution einführt. Ebenso werden in der nun kommenden Lehre von dem Kegelschnittbüschel und von der Kegelschnittschaar, diese beiden als die Gesamtzahl aller Kegelschnitte aufgefafst, welche zwei Involutionen gemeinsam haben. Anhangsweise sind metrische Relationen beigefügt, welche sich auf Mittelpunkt, konjugierte Durchmesser, Asymptoten und Brennpunkte beziehen. Nachdem im fünften Kapitel die Regelflächen zweiter Ordnung, ihre zweifache Entstehung, ihre Einteilung, ihre Schnitt- und Tangentialebenen, sowie die projektivischen Beziehungen ihrer Elemente besprochen worden, kehrt das sechste Kapitel in der Kollineation und der Reciprocität ebener Systeme zu der Ebene zurück. Beide Verwandtschaften treten zunächst in ihrer Allgemeinheit auf, jedoch finden die beiden namentlich für das erste Studium wichtigen Sonderfälle der perspektivischen und involutorischen Lage gebührende Berücksichtigung. Als metrische Relationen sind die Ähnlichkeit und Kongruenz, sowie die Beziehung des Kegelschnittes zum Krümmungskreis zu erwähnen. In den drei letzten Kapiteln ist die Lehre von den Flächen zweiter Ordnung enthalten, deren Entstehung auf die reciproke Beziehung eines Strahlenbündels und eines Ebenenbündels zurückgeführt wird. Analog der Entwickelung in der Ebene folgt die Einteilung der Flächen zweiter Ordnung und ihre Polarität mit dem metrischen Anhang über Mittelpunkt, Durchmesser, Diametralebene, Axen und Asymptotenkegel. Hieran schliefst sich die Reciprocität und die Kollineation räumlicher Systeme mit den besonderen Fällen der Polarreciprocität und der perspektivischen Lage. Weiterhin tritt die Fläche zweiter Ordnung als Ordnungsfläche auf, und es wird dabei diskutiert, in welchem Fall eine solche Ordnungsfläche vorhanden ist und in welchem nicht. Endlich wird die Bestimmung der Fläche zweiter Ordnung durch Punkte, Tangentialebenen u. s. w. durchgenommen, wobei sich schliefslich als notwendig neun Tangentialebenen ergeben, von welchen fünf durch einen Punkt gehen, während die vier übrigen ein eigentliches Tetraeder bilden.

Eine der wichtigsten mathematischen Unterrichtsfragen der Gegenwart ist die über die Einführung der neueren synthetischen Geometrie in unsere höheren Lehranstalten; die Forderung nach derselben wird immer lauter, und das Bedürfnis immer dringender. Unter diesen Umständen gewährt es ein erhöhtes Interesse, zu sehen, wie verschiedenartig die Autoren der in dies Fach einschlagenden Lehrbücher die neuere Geometrie in der Schule behandelt wissen wollen und wie weit sie mit ihren Ansprüchen intensiv und extensiv gehen. Wenn der Verfasser sagt, er halte es für gut, dafs die Schüler, welche bis dahin fast ausschliefslich an der Hand metrischer Relationen fortgeschritten sind, sich eine Zeit lang und bis zu einem gewissen Ziel mit ganzer Energie der Betrachtung und Entwickelung von Lagenbeziehungen hingeben, so wird es dem

gegenüber wohl nur sehr wenig Lehranstalten geben, bei welchen der Mathematiker im stande ist, die Geometrie der Lage mit Erfolg zu unterrichten. Dieselbe ist für die Schule viel zu abstrakt und von zu sehr theoretischem Interesse, der Durchschnittsschüler ist viel zu unreif, um sich auf ihrem Boden zu bewegen, und das Material, dessen man bedarf, um das nötige Fundament zu legen, ist zu grofs, als dafs man bei der gegenwärtigen Einrichtung unserer höheren Schulen an eine Verarbeitung desselben denken könnte. Darf man gleichwohl nicht verabsäumen, auf die Grundidee der Geometrie der Lage zu verweisen, wie z. B. bei dem Desargues'schen Satz über die kollineare Lage zweier Dreiecke und bei den Konstruktionen, welche ohne Zirkel nur mittelst Lineal durchgeführt werden sollen, so stehen jedenfalls der Einführung derselben als Lehrgegenstand in das Klassenpensum gewichtige Bedenken entgegen. Wenn ferner auf der 33. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner die mathematische Sektion einstimmig sich für die synthetische Behandlung der Kegelschnitte aussprach, so hat sie damit nur die elementarsynthetische gemeint, so wie sie von Geiser in dem ersten Teil der Steiner'schen Vorlesungen dargestellt wird; war doch der Referent selbst, nachdem zuvor Professor Buchbinder in Schulpforta auf sein elementarsynthetisches Programm hingewiesen, für den auf die Realschulen bezüglichen Passus mit eingetreten. Dafs die letztere Methode für den Anfänger die beste ist, um in die Lehre von den Kegelschnitten einzudringen, darüber dürfte wohl kaum noch Zweifel vorhanden sein. Will man sodann das Gebiet der Grundgebilde der neueren Geometrie, deren Beziehungen zu einander, Projektivität, Involution etc. betreten, so ist ebensowenig die reine Geometrie der Lage zu empfehlen. Man wird dazu am besten eine jener Methoden wählen, die sich auf Doppelverhältnisse — also auf Mafsbeziehungen — stützen, wie die Methoden von Poncelet, Steiner oder Chasles. Will man sich aber alsdann nicht den Vorwurf machen, die Schüler nur einseitig synthetisch auszubilden, so mufs man notwendig auch die Anfangsgründe der analytischen Geometrie unterrichten, zumal da dieselbe bei ihrer geringeren Schwierigkeit, bei ihrer Vielseitigkeit und bei ihrem grofsen Aufgabenmaterial vom pädagogischen Gesichtspunkt aus nicht zu unterschätzende Vorteile besitzt. Hat so der Schüler erst Euklid und dann die drei letztgenannten geometrischen Disciplinen in sich aufgenommen und hinlänglich verarbeitet, so mag er erst dann an die Geometrie der Lage herantreten und er wird nach solcher ausreichenden Vorbereitung mit wahrem Genufs in dieselbe einzudringen im stande sein. Dafs es aber bei der gegenwärtigen Einrichtung unserer höheren Lehranstalten auch dem besten Mathematiklehrer unmöglich sein wird, das besprochene Material durchzunehmen, ist nicht zu bezweifeln. Anders ist es mit der Friedrichs-Werderschen Gewerbeschule in Berlin. Will dieselbe auch weniger Fachschule, als vielmehr

allgemeine Bildungsanstalt sein, so sieht sie denn doch ihre Hauptaufgabe darin, zu den Studien auf technischen Hochschulen vorzubilden. Sie ist eine Realschule erster Ordnung ohne Latein, und es haben ihre Schüler einen grofsen Teil der Zeit und Arbeitskraft, welche die Realschüler dieser Sprache widmen, auf die Mathematik zu verwenden. Es wird während der beiden ersten Schuljahre wöchentlich in sechs und während der sieben übrigen wöchentlich in sieben Stunden Mathematik unterrichtet; hierzu kommt, dafs die Oberklassen bei der eigenen Art der Schule von einer nur geringen Schülerzahl besucht sind. Berücksichtigt man dies, so wird man, unbeschadet der Verdienste ihres Direktors, erklärlich finden, wie es möglich ist, die Mathematik in einer höheren Lehranstalt auf einen solchen Standpunkt zu erheben, und man wird es dem Verfasser gern glauben, wenn er die Versicherung giebt, dafs seine Erfolge im Unterricht der neueren synthetischen Geometrie in Oberprima gute gewesen sind. Während die analytische Geometrie nebst der algebraischen Analysis und der Infinitesimalrechnung den dritten Teil seines Werkes bildet, ist der vorliegende vierte Teil lediglich der synthetischen Geometrie gewidmet. Von den beiden Abteilungen desselben hat dem Referenten die zweite viel besser gefallen, als die erste. Während die zweite einen einheitlichen, wohl gesichteten Stoff in natürlicher Entwickelung und in klarer und eleganter Weise zur Darstellung bringt, macht die erste den Eindruck, als sei sie nur geschrieben, um auf die zweite vorzubereiten. Das wäre ja nun weiter kein Fehler, hätte nicht der Verfasser die erste Abteilung, wie er selbst sagt, und wie die Ausstattung des Buches zeigt, auch für solche Lehranstalten geschrieben, die nicht in der Lage sind, die zweite verwenden zu können. Will man aber den in der ersten Abteilung enthaltenen Stoff unterrichten, so bedarf man denn doch eines selbständigen, ausführlichen Lehrbuches, nicht aber eines Leitfadens, welcher denselben auf 33 Seiten zusammendrängt. Das Fehlen vieler Beweise, der rechnerische Charakter mehrerer vorhandenen, welcher zwar den Vorzug der Kürze besitzt, den man aber aus methodischen Gründen in den deutschen Lehrbüchern der synthetischen Geometrie nicht gern sieht, sowie endlich das auffällige Zurücktreten der Parabel sind Mängel, die man bei einem Unterricht, der nicht vorbereiten will, sondern Selbstzweck ist, wohl empfinden wird. Um so gröfsere Anerkennung aber verdient die zweite Abteilung. Wird sie auch wohl als Schulbuch wenig Verwendung finden, so ist sie uns doch sehr willkommen, als ein Buch, das auf eine geometrische Disciplin vorbereitet, deren Studium dem Anfänger nicht geringe Schwierigkeit bietet. Dem jungen Studierenden, welchem Abbildungen oder noch besser Modelle von Flächen zweiter Ordnung zu Gebote stehen, dem Lehrer, der auf der Universität keine Gelegenheit hatte, sich mit der Geometrie der Lage zu beschäftigen, und dem daran gelegen ist, möglichst bald einen

klaren Einblick in dieselbe zu erlangen, denen wird das Werkchen einen vortrefflichen Wegweiser abgeben. So wie Prof. Reye seine Geometrie der Lage schrieb, um die wenig zugänglichen Arbeiten Staudts den Studierenden nahe zu bringen, so ist wiederum Gallenkamps synthetische Geometrie ein Buch, das sich die Vorbereitung zur Reye'schen Geometrie zur Aufgabe gemacht hat. In welcher vorzüglichen Weise aber diese Aufgabe erledigt wird, davon kann sich Jeder überzeugen, der das Buch in die Hände nimmt.

Leipzig. WEINMEISTER I.

UNDEUTSCH H. (Prof. a. d. königl. sächs. Bergakademie zu Freiberg i/S.), Einführung in die Mechanik. Zum Gebrauche bei Vorlesungen sowie zum Selbststudiun. (XI u. 447 S. mit 333 Holzschnitten i. T.) Freiberg 1881. Verlag von Graz u. Gerlach. Pr. ℳ 12.

Das genannte Buch war ursprünglich für die „Mathematischen Annalen“ bestimmt. Da diese aber mit Rezensionen sich nicht befassen, so wurde es uns von der Verlagshandlung zur Besprechung zugeteilt. Obschon dasselbe nun aufserhalb unserer litter. Wirkungssphäre liegt, so wollen wir es doch nicht totschweigen, können uns aber kurz fassen, da bereits in der Zeitschr. f. Math. u. Physik eine sehr entschiedene Rezension vorliegt. Dort sagt nämlich (Jahrg. 27. Heft 4. S. 129 der hist.-litter. Abt.) der Referent Prof. H. Zech-Stuttgart:

„Das Werk ist eine Verarbeitung oder, vielleicht besser gesagt, eine Zerarbeitung der Mechanik von Holtzmann (Stuttgart b. Metzler 1861) mit Einschiebung von Figuren und einfachen Aufgaben. Einzelne Sätze sind wörtlich abgeschrieben (vergl. S. 222 und 223 mit Holtzmann S. 94 flgg.), andere Stellen sind stylistisch umgearbeitet. Umstellung von Vordersatz und Nachsatz und Ähnliches (vergl. S. 442 flgg. mit Holtzmann S. 227 flgg.). Die schwierigeren Sachen sind weggelassen. Schwerpunktsbestimmungen füllen etwa ein Fünftel des Werkes, eingereiht unter „Freie Bewegung eines starren Körpers“, sonderbarer Weise aber nicht in das Inhaltsverzeichnis aufgenommen. Es wäre wohl besser gewesen, der Verfasser hätte die „Bitte seiner Zuhörer“*) nicht erfüllt.“

Das ist freilich nicht „undeutsch“ sondern recht „deutsch“ gesprochen. Wir müssen natürlich dem Hr. Rezensenten die Vertretung seiner Ansichten, bezw. die Verantwortung für seine Behauptungen überlassen und enthalten uns sowohl jeder zustimmenden als auch widerlegenden Äufserung, da wir einerseits das Originalwerk von Holtzmann nicht kennen, andererseits keinen Grund haben, in die Behauptungen des Hr. Referenten Zweifel zu setzen.

---

*) Bezieht sich auf eine Stelle der Vorrede zu dem Buche.

Eines aber vermissen wir an dem Werke, was der Hr. Ref. nicht erwähnt: das Übungsmaterial, das auch in einem für Akademien bestimmten Buche nicht fehlen sollte. Das ganze Werk erscheint uns für eine der Praxis zugewandte Anstalt, wie sie doch eine Bergakademie ist, zu theoretisch, ein Mangel, der selbst durch die Vorzüge grofser Anschaulichkeit — das Buch enthält auf 447 S. 333 Holzschnitte — sowie mafsvoller Verwendung höherer Mathematik nicht ausgeglichen werden dürfte. Wir müssen daher auch sehr bedauern, dafs man an jener Akademie das Werk des sel. Weisbach nicht beibehalten hat; dasselbe ist gerade für die Fachkreise des Bergbaues mit berechnet, ist mitten in dieser Sphäre entstanden, enthält eine Fülle von Beispielen aus der Praxis (Übungsmaterial) und wird auch in seiner neuen Bearbeitung durch Prof. Herrmann auf wissenschaftlicher Höhe erhalten. Auch hätte man dadurch der Pflicht der Pietät genügt gegen einen Mann, der eine von jenen bewährten Säulen der berühmten Akademie war, deren gegenwärtige Lehrer zum gröfsten Teile noch mit von dem alten Ruhme derselben zehren. H.

Woldrich, Dr. Johann N. (Prof. der Naturgeschichte am akadem. Gymnasium in Wien.*)) Leitfaden der Zoologie für den höheren Schulunterricht. Mit 585 in den Text gedruckten, darunter 11färbigen Abbildungen. Vierte (gekürzte) Auflage. Wien 1882. Alfr. Hölder.

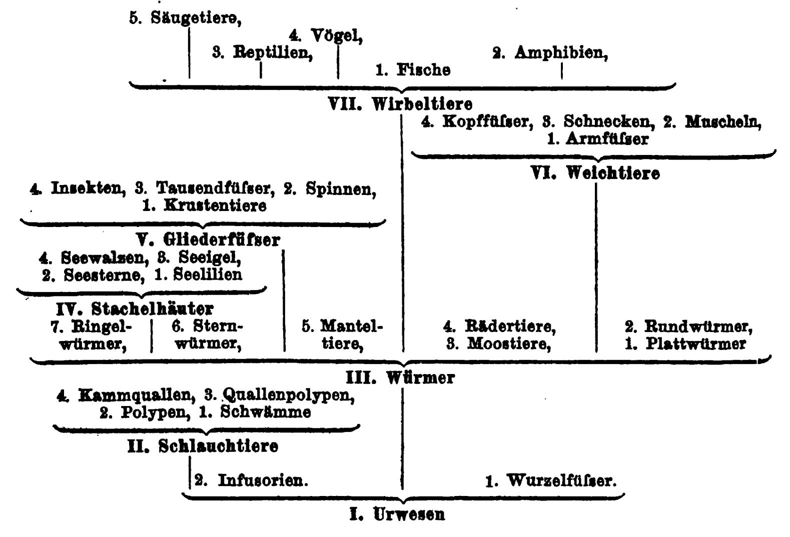
„Die Systematik der Naturobjekte, welche früher als Hauptziel des naturgeschichtlichen Studiums hingestellt wurde, hat gegenwärtig den Zweck, die Übersicht und die Erkennung der Naturprodukte zu erleichtern. So sehr nun auch ein solcher systematischer Überblick der Naturprodukte mit ihren charakteristischen Merkmalen, welche sie derzeit besitzen, das Studium der Naturgeschichte erleichtert, so darf doch die Systematik durchaus nicht als Zweck des Schulstudiums selbst hingestellt werden. Und in der That kann es nichts widernatürlicheres und unpädagogischeres geben, als der Jugend irgend ein System der Naturprodukte mit ihrer Charakteristik einprägen zu wollen. Die Jugend frägt zunächst nach der äufseren und inneren Einrichtung und Zusammensetzung der Naturprodukte, nach den äufseren und inneren Lebenserscheinungen derselben, nach ihren Beziehungen zu anderen Naturprodukten und der Verkettung mit denselben u. s. w. Indem der Lehrer auf der Stufe des wissenschaftlichen Vorunterrichtes in der Anordnung seiner Lehrobjekte ein System verfolgt, bringt er es dem Schüler unbewufst bei, ohne ihn im Vorhinein

---

*) Wir machen die Herren Fachkollegen, welche Wien besuchen, auf das für Lehrzwecke vorzügliche von Hrn. W. angelegte naturgeschichtliche Kabinet des Akadem. Gymnasiums und auf jenes von Hr. Hayek im Gymnasium Landstrafse aufmerksam. Red.

mit Einteilungen zu plagen und ihm das Interesse daran zu verleiden.“ Dies die Gesichtspunkte, die den Verfasser des in 4. Auflage vorliegenden Leitfadens geleitet haben, während die Methode des Unterrichtes, dem derselbe zu Grunde gelegt werden soll, in dem Liebig'schen Ausspruche gipfelt: „Experimente (Objekte), Figuren und Exempel müssen beim Unterrichte den Text bilden, in dessen Interpretation der Schüler zur eigenen Gewandtheit und Fertigkeit gelangen soll.“ Der Inhalt des Buches ist völlig diesen Prinzipien gemäfs gegliedert und so recht dem praktischen Gebrauche angepafst.

Dabei steht dasselbe völlig auf dem gegenwärtigen Standpunkte der zoologischen Wissenschaft und gilt von ihm dasselbe, was wir in Bd. XII. Heft 5, S. 371 ff. dieser Zeitschrift über Kellers Grundlehren der Zoologie“ rühmend hervorgehoben haben. Nur die Anordnung des Stoffes ist dem Zwecke des „Leitfadens“ entsprechend eine andere. Da man sich auf der ersten Unterrichtsstufe in das Wesen der niederen Tiere nicht wohl vertiefen kann, so bildet der Mensch in demselben die Grundlage des zoologischen Unterrichtes. An dem Menschen soll der Schüler den anatomischen Bau und die physiologischen Erscheinungen des tierischen Lebens in ihrer vollendeten Form kennen lernen, um dann deren Vereinfachung nach unten verfolgen zu können, wobei der Lehrer auf den entgegengesetzten Gang der Natur betreffs der Formbildung immerhin hinweisen kann. Die systematische Gliederung der 7 Stämme des Tierreiches zeigt folgendes Schema:



Die nur geringen Abweichungen dieses Systems von dem Keller'schen sind den in erwähnter Recension ausgesprochenen

Wünschen entsprechende. Auch in den Klassen und Ordnungen finden sich nur wenige Abweichungen z. B. bezüglich der Stellung der Prosimii, Brachiopoden. Den meisten Schulplänen entsprechend ist auf die Wirbeltiere und Gliederfüfser ein Hauptgewicht gelegt. Von Repräsentanten der Familien sind nur die wichtigsten Gattungen und Arten angegeben, die Zahl der letzteren hätte etwas gröfser sein sollen. Dafür ist ein besonderes Gewicht noch gelegt auf die anatomischen und physiologischen Eigentümlichkeiten der Stämme, Klassen und Ordnungen, sowie auf die ausgestorbenen Tierformen und teilweise auf die embryonale Entwickelung. Über manche der ausgestorbenen Tierformen, deren verwandtschaftliche Beziehungen durch neuere Arbeiten in ein besonders helles Licht gesetzt worden sind, wäre freilich Ausführlicheres erwünscht, so z. B. über die Ahnen unseres Pferdes von dem fuchsgrofsen *Eohippus* des Eocän bis zu dem *Equus fossilis* und *augustidens* der Eiszeit (Oro-, Meso-, Mio-, Plio-, Protohippus), über die Abstammung unserer Rinder von *Bos frontosus* (Scheckvieh der Schweiz etc.), *B. brachyceros* (Braunvieh der Schweiz, Rinder Thüringens, Frankens) und *B. primigenius*, dem Ur- oder Auerochsen (Rindvieh der Nord- und Ostseeländer etc.). Die richtigere Bezeichnung für den (von *Bos priscus* abstammenden) *Wisent* der Alten, der jetzt noch im Wald von Bialowicza lebt, dürfte *B. bison* (nicht *B. bonasus* oder *urus*) sein etc.

Die äussere Ausstattung in Druck, Abbildungen etc. ist eine äufserst befriedigende; in der neuen Auflage sind noch vorzügliche Abbildungen in Buntdruck zugegeben (Kreislauf des Blutes etc. in Blau und Rot.) Dieselben zeigen uns, dafs wir bei den Zeichnungen an die Wandtafeln, wie in der Botanik (Diagrammatik), Geologie, Chemie etc., so auch in der Zoologie (Anatomie, Embryologie etc.) uns der farbigen Stifte (Anilinfarben) mit Erfolg bedienen können.

Doch es bedarf hier nicht weiterer Empfehlungen: das vorliegende Buch rangiert neben dem Keller'schen in der ersten Reihe der zoologischen Lehrbücher und wird ihm wie diesem voraussichtlich weite Verbreitung zu Teil werden.

Greiz. Dr. F. Ludwig.

Behrens Dr. W. J. Methodisches Lehrbuch der allgemeinen Botanik für höhere Lehranstalten. Nach dem neuesten Standpunkte der Wissenschaft. Zweite durchgearbeitete Auflage. Mit 4 analytischen Tafeln und zahlreichen Original-Abbildungen in 408 Figuren vom Verfasser nach der Natur auf Holz gezeichnet. Braunschweig, C. A. Schwetschke u. Sohn 1882. 3 *M.*; in Halblederband mit Titel 3,60 *M.*

Nachdem wir die erste Auflage dieses vorzüglichen Lehrbuches Bd. XII 1881 S. 296 ff. dieser Zeitschrift eingehender besprochen

haben, genüge es, kurz die wichtigsten Verbesserungen hinsichtlich der Anordnung des Stoffes, oder in Text und Abbildungen zu beleuchten. Sodann mögen einzelne Punkte etwas mehr hervorgehoben werden, als es in der Besprechung der vorigen Auflage geschah.

Was zunächst die Anordnung anlangt, so ist in der neuen Auflage das Capitel über Systematik dem über Biologie vorangestellt. Es ist wohl richtiger, wenn auf diese Weise erst die nötige Kenntnis der Pflanzenformen unserer Flora angebahnt wird, bevor von ihren Beziehungen zu anderen Naturkörpern geredet wird. Der biologische Teil selbst hat manche praktische Abänderung und Erweiterung gefunden. Für die Befruchtung der Blumen sind z. T. neue Beispiele gewählt worden, wie die vom Verf. selbst aufgedeckte interessante Blüteneinrichtung von *Lathraea squamaria* etc., doch hätte der Notbehelf der Kleistogamie, und der bei ausbleibendem Insektenbesuch oft auftretenden Selbstbestäubung nicht gänzlich verschwiegen werden sollen, auch der vielverbreiteten Gynodiöcisten (mit kleinen weiblichen Blüten), sowie der charakteristischen Einrichtungen schneckenblütiger und wasserblütiger Pflanzen konnte mit einigen Beispielen Erwähnung gethan werden. Die fleischfressenden Pflanzen, deren Kenntnis Verf. übrigens selbst durch eine neue, *Caltha dionaefolia*, bereichert hat, sind als Anhang zu dem mehrfach verbesserten I. Abschnitt hinzugekommen. Im anatomischen und physiologischen Teil sind die neueren Untersuchungen über Chlorophyll, über Zellbildung und Zellteilung (von Strafsburger) etc. berücksichtigt und sind diesbezügliche Abbildungen hinzugekommen. Leider konnte das soeben erschienene epochemachende Werk Strafsburgers „Über den Bau und das Wachstum der Zellhäute“ (mit 8 Taf. Jena 1882. Preis 10 ℳ), welches wichtige Entdeckungen enthält und einige hergebrachte Ansichten gänzlich über den Haufen wirft, nicht mehr benutzt werden. So dürfte besonders der Abschnitt über die Zellhaut und die molekulare Zusammensetzung der Pflanzenmembran S. 234 ff. eine Änderung erfordern. Da eine solche erst in der III. Aufl. möglich sein wird, mögen hier für diejenigen, welche das Buch anschaffen, bezüglich einführen, einige orientierende Bemerkungen eingeschaltet werden. Während nämlich Nägeli aus den doppeltbrechenden Eigenschaften der Zellhäute und Stärkekörner sowie aus deren Quellungserscheinungen auf eine krystallinische (Micellar-) Structur und ein intussusceptionelles Wachstum der Zellhäute geschlossen hatte, hat Strafsburger gefunden, dafs diese „organisierten Körper, soweit es sich um Zunahme der organisierten Masse handelt, nur durch Apposition wachsen. Flächenausdehnung findet durch Dehnung statt. Anderweitige Volumenzunahme beruht auf Quellung, die mit Infiltration und Inkrustation verbunden sein kann“. Die doppeltbrechenden Eigenschaften der Zellhäute etc. erklärt S. auf andere einleuchtende Weise, wie er denn an Stelle der Nägelischen Micellarhypothese

eine neue einfachere Hypothese über die Molekularstruktur organisierter Gebilde einsetzt. Wir erwähnen von den vielen eine neue Auffassung erfahrenden Dingen nur noch die Struktur der Stärkekörner, die nicht, wie man das nach Nägeli annimmt, aus wasserärmeren und wasserreicheren concentrischen Schichten bestehen; weiter die Rolle des Zellkerns, der nicht die Zellteilung beherrscht, sondern in Beziehung zur Bildung der Eiweifsstoffe stehen dürfte, schliefslich die Beteiligung der von Hanstein als „Mikrosomen“ bezeichneten protoplasmatischen Körnchen beim Aufbau der Zellwand. —

Im letzten Abschnitt hat der Verf. die Einteilung der Thallophyten in Zygosporeen und Oosporeen aus praktischen Gründen wieder verlassen und ist zu der alten in Algen und Pilze (incl. Flechten) zurückgekehrt. Unter den Wirkungen der Bakterien, denen vielleicht noch etwas mehr Raum gelassen werden könnte, vermissen wir die photogenen.

Kommen wir noch zu einigen allgemeinen Bemerkungen über Anlage etc. des Buches, so entgeht uns nicht das Bestreben des Verfassers, alles auf völlig präcise, womöglich mathematische Begriffe zurückzuführen, so bei der Einleitung in den systematischen Teil, der mit der Geometrie der Blüte, der Diagrammatik beginnt, so weiter bei der Ableitung der Blattformen aus Kreis, Ellipse, Oval und der kurzen Bezeichnungsweise derselben durch Formeln. Wir können es nicht unerwähnt lassen, dafs Pokorny vor einigen Jahren in seiner Schrift „Über phyllometrische Werte als Mittel zur Charakteristik der Pflanzenblätter“ (Sep.-Abdr. aus d. LXII Bd. d. Sitzungsber. d. kaiserl. Akad. d. Wissensch. in Wien I Abt. Dec. 1875) auf Grund „empirischer“ und daraus abgeleiteter „isometrischer Blattwerte“ Formeln aufgestellt hat, welche die charakteristischen Blattformen der einzelnen Pflanzen-Species in ihrer ganzen Gesetzmäfsigkeit zum Ausdruck bringen. Unter den denkbaren Formen wird hier sodann eine beschränkte Anzahl von natürl. Grundformen von möglichst einfachem mathem. Ausdruck aufgestellt, in Bezug auf welche nur die Anomalien zahlenmäfsig festzusetzen sind. Diese mathematisch genaue und doch dabei einfache Bestimmung der Blattform, die allein zur Auffindung von Gesetzmäfsigkeiten führen dürfte, verdient gleichfalls besonders hervorgehoben zu werden im Gegensatz zu den herkömmlichen Einteilungen und Bestimmungen der Blattformen. — Die Aufnahme des Divergenzgesetzes und seiner Behandlung zeugt gleichfalls von dem oben angedeuteten Bestreben des Verfassers. Nur hätte derselbe einen kleinen Schritt weiter gehen und durch Ableitung des Satzes von der Ordnungszahl der Parastichen (Ordnungszahl gleich der Anzahl der vorkommenden Parastichen einer Art) den Schüler in den Stand setzen sollen, die Divergenz eines Compositenblütenstandes oder eines Coniferenzapfens [hier besonders wichtig!] etc. zu bestimmen und dann hätte die Ab-

leitung des ganzen Divergenzgesetzes aus mechanischen Prinzipien durch Schwendener (Cf. Schwendener, „Über die Verschiebungen seitlicher Organe durch ihren gegenseitigen Druck“ u. Schwendener, „Über die Stellungsänderungen seitlicher Organe in Folge allmählicher Abnahme der Querschnittsgröſse“ Verh. d. natforsch. Gesellsch. i. Basel 1875 VI,2.; ferner Günther, Das mathematische Grundgesetz im Bau des Pflanzenkörpers. Kosmos II. Heft 10, S. 270 ff.) eine Andeutung verdient. Ist es doch, wie Helmholtz sagt „das Endziel der Naturwissenschaften, die allen Veränderungen zu Grunde liegenden Bewegungen und deren Triebkräfte zu finden, also sich in Mechanik aufzulösen.“ Aber nicht hier allein ist die Botanik auf dem Wege einer „exakten“ Naturwissenschaft, auch ein anderes Kapitel der Pflanzen-Anatomie und -Physiologie dürfte in künftigen Lehrbüchern und in einer neuen Ausgabe unseres vorliegenden mit einer Einleitung „über angewandte Mechanik“ zu beginnen haben, seitdem Schwendener, Giltay, Potonié u. A. gezeigt haben, daſs dieselben mechanischen Bauprinzipien, die bei biegungs-, zug-, u. druckfesten Apparaten zur Verwendung kommen, auch bei der Anlage der Gewebesysteme des Pflanzenkörpers zur Anwendung kommen (Vgl. z. B. Bot. Ztg. 1881; auſserdem Potonié: „über das Skelett der Pflanzen“. Sammlung gemeinverständl. Vorträge von Virchow u. Holtzendorff Heft 382, sowie Potonié: „Über das mechanische Gewebesystem der Pflanzen“. Kosmos 1882 VIII Heft 3 S. 172). Schlieſslich möchten wir als für eine künftige Auflage zu verwendend noch ein Gesetz hinstellen, das nach den Untersuchungen von Rauber nicht allein auf das Pflanzenreich Anwendung findet, sondern auch im Tierreich Geltung hat (Rauber, Tier und Pflanze. Akadem. Programm, Leipzig. Engelmann 1881): das Trajectoriengesetz des Wachstums (Schwendener, Über die durch Wachstum bedingte Verschiebung kleinster Teilchen in trajectorischen Curven. Arb. d. bot. Institutes zu Würzburg II Heft 1 u. 2. Man vergleiche auch: Naturforscher 1881 Nr. 7 „Das Wachstumsgesetz bei Tier und Pflanze“).

Die letzten Erwähnungen können selbstverständlich nicht eine Wertverringerung des Buches bezwecken, sie enthalten vielmehr einmal den Wunsch, daſs auch diese neuen Erscheinungen der Litteratur künftig verwendet werden mögen und sollen denen, welche das Buch benutzen und weniger mit der bot. Litteratur vertraut sind, auch jetzt schon die Ausbeutung jener wichtigen Entdeckungen für den Unterricht ermöglichen.

Auch das wird schlieſslich den Unterrichtenden bei der Benutzung des vorliegenden Buches wesentlich unterstützen, daſs der Verf. dazu eine käufliche möglichst billige Sammlung mikroskopischer Präparate anfertigen läſst, die sich eng an seine Darstellungen der Anatomie, Physiologie und der niederen Pflanzen anschlieſsen.

Bedürfte es für das vorliegende Werk überhaupt nach dem Bd. XII S. 296 ff. Gesagten noch weiterer Empfehlung, so dürfte als solche seine schnelle Verbreitung dienen, indem es an einer grofsen Anzahl von Gymnasien und Realschulen Deutschlands, der Schweiz, Östreich-Ungarns eingeführt worden ist und auch an 6 Universitäten benutzt wird. (Selbst Übersetzungen in fremde Sprachen sind für einzelne Kapitel von berufener Seite in Angriff genommen worden.)

Greiz, d. 7. Aug. 1882. Dr. F. Ludwig.

Paulitschke, Dr. Philipp (Professor in Wien.) Leitfaden der geographischen Verkehrslehre für Schulen und zum Selbstunterricht. Supplement zu E. v. Seydlitz's Geographie, illustriert durch 10 Kartenskizzen. Breslau, 1881. Ferd. Hirt. Preis *M.* 1,60.

Noch nicht leicht hat dem Referenten ein Buch so gefallen wie das oben angekündigte. Nichts könnte er an demselben aussetzen. Der Gedanke, eine Übersicht des Verkehrs zu geben, ist ein ungemein glücklicher. An den Verkehr der Völker untereinander knüpft sich ja ihre civilisatorische Entwickelung, und die dem Verkehre zugewendeten Mittel lassen mehr als alle andern Beschreibungen die Bedeutung von Volk und Land erkennen. Auch die Verkehrslinien als solche geben uns die klarsten Aufschlüsse über die Konfiguration von Wasser und Land, über gegenseitige Lage und Entfernung der Orte, kurz über Details der vergleichenden Geographie, welche man auf dem Gesamtbilde der Weltkarte leicht übersieht und auf den Bildern verschiedener Karten nicht in den richtigen gleichmäfsigen Zusammenhang zu bringen vermag.

Dem glücklichen Gedanken hat der Verfasser die glücklichste Form zu geben gewufst. Nichts ist das Buch weniger als eine trockene Sammlung statistischen Materials. Einfach und übersichtlich ist der Stoff geordnet, durch anziehende Stilisierung der spröde Charakter ihm gemildert, der ihm naturgemäfs eigen ist. Das Buch beginnt mit „Begriff und Formen des Verkehrs.“ Der § 2 spricht von den Bahnen (gleichbedeutend mit „Wegen“) des Weltverkehrs.

Der dritte Abschnitt nennt die einzelnen Zweige des Weltverkehrs, und zwar 1) den Schifffahrts-, 2) den Eisenbahn-, 3) den Post-, 4) den Telegraphen-, 5) den Karawanenverkehr. Diese Verkehrsarten werden dann der Reihe nach, immer mit Vorausschickung einer historischen Einleitung besprochen. Bei Anführung der einzelnen (systematisch geordneten) Eisenbahn- und Dampferlinien werden interessierende Details (die schnelle Fahrt auf den englischen Bahnen, die Höhe der südamerikanischen Linien, der Komfort auf der Pacific-Bahn, die Signale bei Ankunft der Ostindienfahrer in Bombay etc.)

nicht verschwiegen. Bei Angabe der Routen treten die internationalen Wege und deren Knotenpunkte besonders deutlich hervor.

Auch kleine statistische Tabellen sowie Karten fehlen nicht. Zum Schlufs des 108 Seiten langen Büchleins kommen wenige Bemerkungen über Luftschifffahrt, Telephon und Brieftauben.

Man käme in Verlegenheit, wollte man den Inhalt ausführlicher angeben als es eben geschehen ist. Denn die Einteilung ist nach den einfachen angedeuteten Gesichtspunkten gemacht, die Darstellung so, dafs man nichts als minder wichtig weglassen, nichts als vorzüglicher hervorheben könnte: gleichmäfsig gut ist Alles gearbeitet. Jeder Lehrer der Geographie kann die wertvollste Erweiterung seiner Kenntnisse aus dem Büchlein schöpfen.*)

Neuburg a. d. D. SCHMITZ.

KIRCHHOFF, A. Dr. (Prof. d. Erdkunde an der Universität Halle). Schulgeographie. Halle a/S. Verlag d. Buchhandlung des Waisenhauses. 1882. Preis: 2 M.**)

(Mit vergleichender Beziehung auf den Leitfaden der Geographie von Voigt.)

Dieses Buch ist meines Wissens von der bisherigen Kritik mit einstimmiger Freude begrüfst worden; es kam um so gelegener, als nicht viel später die neuen Lehrpläne in Kraft traten, welche auch der Geographie einen kleinen Zuwachs an Unterrichtsstunden gebracht haben. Wenn es nun Referent unternimmt, das Buch in diesen Blättern mit einer über das gewöhnliche Mafs einer Bücheranzeige hinausgehenden Ausführlichkeit zu besprechen, so geschieht es in dem Vertrauen, dafs die ausgiebigere Beurteilung eines so vorzüglichen Lehrmittels, wie es uns Kirchhoff dargeboten hat, dem bereits dafür gewonnenen Lehrer und Leser nicht unerwünscht sein, den ablehnenden aber vielleicht nachdrücklicher zum Eingehen auf die Vorzüge desselben einladen dürfte. Von vornherein sei aber bemerkt, dafs dieses, anfänglich nicht für den Druck, sondern für einen amtlichen Zweck bestimmte Referat völlig abgeschlossen vorlag, als die erste öffentliche Recension erschien: man wolle daher nicht ausschliefslich Ergänzungen und Erweiterungen des anderer Orten Gesagten erwarten, sondern sich auch wenige sachliche Wiederholungen gefallen lassen, die in ihrer Unabhängigkeit doch auch wieder keine sind und darum desto wirksamer die dort gemachten Wahrnehmungen und Urteile unterstützen und bestätigen.

Was in erster Linie die Stoffauswahl des Buches betrifft, so unterscheidet es sich von den gangbaren verwandten Schul-

---

*) Man vergleiche jedoch mit dieser Besprechung die Rezension in d. Zeitschr. f. Schulgeographie Bd. III, Hft 1, S. 46 u. f. D. Red.

**) Man vrgl. hiermit die Rezension von Kropatschek im C.-O. f. d. J. d. R.-W. X, 4. S. 244 u. f. D. Red.

büchern zunächst durch ein sehr erhebliches plus: es besteht in der durchgeführten Begründung der beigebrachten geographischen Thatsachen. Spricht der Verfasser von einem Gebirge, so unterrichtet er kurz und klar über seine geologische Entstehungsweise, spricht er von einem Fluſs, so weist er seine Richtung in ihrer Abhängigkeit von der Bodenbildung auf, spricht er von der Bodenqualität, so führt er sie auf die geognostischen und mit besonderer Vorliebe auf die klimatischen Bedingungen zurück; und wieder über die Entstehung der letzteren klärt er auf, indem er sie auf ein letztes Gesetz, das der Schwere, des Austausches ungleich erwärmter Luftschichten zurückleitet. So werden sämtliche geographische Kategorien: Lage, Bodengestalt, Bodenart und -Benutzung, Klima, Flora, Fauna und Bewohnerschaft nach ihren Wechselbeziehungen durchgegangen: nichts irgend Erhebliches erscheint zufällig und unvermittelt: alles steht, wie es der Wirklichkeit und ihrem Gegenbild in uns, der Wissenschaft entspricht, in einem System sich gegenseitig bedingender und erklärender Ursachen und Wirkungen. Wie weit der Verfasser dieses Prinzip der Begründung durchgeführt hat, mag man auch aus einer bezeichnenden Kleinigkeit entnehmen: bei passender Gelegenheit (p. 192) erwähnt er die bekannte Sage von Rübezahl; aber er erwähnt sie nicht bloſs, er begründet sie auch. In früheren Schulbüchern ist von der Ursächlichkeit der geographischen Erscheinungen wenig die Rede; im besten Falle sind ihr einige allgemein gehaltene Kapitel gewidmet, während alles darauf ankommt, die einzelnen Thatsachen Schritt für Schritt mit begründenden und erläuternden Anmerkungen zu begleiten. In diesem Mangel, der sich meist auf die Unterrichtsweise des in der That mehr oder weniger an das Lehrbuch gebundenen Lehrers überträgt, liegt ohne Frage ein gut Teil der Langeweile begründet, die der Schüler nur zu oft in geographischen Unterrichtsstunden empfindet: sie hängt sich eben an jede mechanische Geistesthätigkeit. Erst der Einblick in Gründe reizt und befriedigt die Wiſsbegierde: nur so ist ein Verständnis möglich, nur so können geographische Bilder anschaulich und lebendig werden, nur so auch im Gedächtnis haften. Es verhält sich damit ähnlich wie mit der sogenannten „Malerei in der Poesie“: wir vergessen nie das Aussehen des homerischen Schildes, weil wir ihn entstehen sahen; eine malende, zuständliche Beschreibung lesen wir heute kaum noch zu Ende. Natürlich, daſs das Eindringen in die Ursachen dem Schüler eine stärkere Anspannung seines Denkvermögens zumutet als die träge receptive Hinnahme einfacher topographischer Darlegungen. Nun soll doch aber gewiſs jeder Unterricht mehr die Denkkraft des Schülers wecken, ihn zu selbstthätiger Stoffverarbeitung befähigen, als nur seinem Gedächtnis mechanisch ein Wissensquantum mitteilen. Jenes Geschäft erhält den jungen Geist frisch und frei, dieses erdrückt ihn, macht ihn

träge und stumpf. — Genug, das von Kirchhoff selbst ausgesprochene vornehmste Streben seines Lehrbuchs, mehr Denk- als Lernstoff zu bieten, verdient in demselben Maſse Anerkennung, als seine Behauptung, daſs nahezu alle bisherigen Lehrbücher an dem umgekehrten Verhältnis leiden, zugestanden werden muſs.

Besonders deutlich drückt sich dieser Grundcharakter seines Buches aus in der Einfügung einer zusammenhängenden und umfassenden Darstellung der allgemeinen Erdkunde mit fortwährenden Hinweisen auf früher schon besprochene Beläge der speziellen Geographie, — eine Darstellung, deren durchgängige verhältnismäſsig leichte Verständlichkeit ich bei der Schwierigkeit der Materie und der Knappheit der Form nicht genug zu rühmen weiſs. Manches freilich wird sich auch im Munde des gewandtesten Interpreten kaum für mittlere Klassen eignen, deren Horizont es eben noch überfliegt; aber das Buch ist auch in diesem letzten Abschnitt offenbar nur auf obere Klassen berechnet, in denen ja verständigerweise auf den meisten Gymnasien noch geographischer Unterricht erteilt wird;*) und da wird sich nach vorgängiger langjähriger Durchnahme der früheren Lehrstufen auch diese letzte leicht genug dem Verständnis der Schüler vermitteln lassen.

Ein weiterer Vorzug liegt in der beständigen Rücksichtnahme auf das freihändige Kartenzeichnen des Schülers,**) das heute wohl einstimmig von sachkundiger Seite als ein ausgezeichnetes Mittel zur Bereicherung und Befestigung topischer Kenntnisse, dieser Hauptaufgabe des geographischen Schulunterrichts, anerkannt wird; zu dem Behuf sind über den betreffenden Landgebieten Längen- und Breitengrade nebst anderen sorgfältig ausgesuchten Situationspunkten angegeben, da nur die Einzeichnung in das Gradnetz nach Kirchhoffs Ausdruck befähigt Figurelles und Dimensionales deutlich und dauerhaft einzuprägen. — Nicht weniger Sorgfalt ist auf die Angabe von Richtungslinien der Gebirge, Flüsse etc., sowie von Naturgrenzen der Länder und Provinzen (man vergleiche z. B. die preuſsischen) verwandt: durch häufigen Vergleich mit dem Atlas wird der Schüler allmählich lernen ihn zu lesen: er wird aufhören ihm bloſs ein buntes aber unverstandenes Bilderbuch zu sein und ihm mehr und mehr seinen reichen Inhalt erschlieſsen. Wir befinden uns in der glücklichen Lage für dieses Lehrbuch schon im voraus den rechten, von dem Verfasser selbst warm empfohlenen Atlas in dem von Andree-Putzger***) erhalten zu haben: derselbe präsentiert sich mit seinen kartographischen Darstellungen der Niederschläge, Winde, Meeresströmungen, Verkehrswege, der Verbreitungsgebiete von Pflan-

*) ? Man sehe die alten und auch die neuen Gymnasiallehrpläne von Preuſsen und Sachsen. Die Red.

**) Bei E. Debes in Leipzig ist vor Kurzem ein nach den Kirchhoff'schen Angaben angefertigter Umriſsatlas erschienen.

***) Bespr. i. ds. Z. XI, 473 u. f. Red.

zen, Tieren, Menschenracen, Religionen etc. als ein durchaus entsprechendes Seitenstück des Kirchhoffschen Lehrbuchs.

Jener Bereicherung des Lehrstoffs entspricht aber auf der anderen Seite eine beträchtliche Ersparnis. Diese betrifft das unerschöpfliche Verzeichnis geographischer Namen und das unendliche Detail geographischer Bildungen; hierin gerade können sich die meisten anderen Schulbücher garnicht genug thun. So giebt Voigt,*) um diesen noch weit verbreiteteten Leitfaden als typischen Vertreter jener Gruppe zum Vergleich heranzuziehen, in den physikalischen Partieen seines Buches die umständlichsten Landschaftsbilder, die indes meist aller Anschaulichkeit ermangeln: hier ein paar Quadratmeilen fruchtbarer, da ein kleines Gebiet dürrer Boden, hier warm, dort kalt, hier wassereich, dort wasserarm, hier waldig, dort sandig; diese minutiöse Ausmalerei bei einer zahllosen Menge kleiner Landkomplexe durchgeführt, — welcher noch so ausgezeichnete Lernkopf soll das behalten, dies krause Durcheinandergemisch innerlich unverbundener lokaler Besonderheiten! Offenbar gehören derartige Spezialcharakteristiken in Nachschlagebücher oder wissenschaftliche Monographieen, nicht aber in eine schulmäfsige Gesammtdarstellung der Erdoberfläche. Nirgends finde ich bei Voigt eine ansprechende, leicht erlernbare Behandlung der natürlichen Verhältnisse gröfserer Landesteile. Und in der sog. politischen Geographie giebt er wieder ein verwirrendes Übermafs von Provinzen und Städtenamen, oft mit den geringsten Bevölkerungsziffern und den doch gänzlich anschauungslosen Bemerkungen: Fabriken, Handel und dergl.; wie kann man einem Schüler, ja dem Lehrer selbst zumuten, von hundert Städten sich diese Beiworte einzuprägen und gleichzeitig von anderen hundert sich zu merken, dafs sie fehlen! Aller Ballast ist doch aber in einem Schulbuch nicht nur überflüssig, sondern schädlich, macht für den Lehrer eine unerquickliche Redaktion, für den Schüler ein zeitraubendes und auch sonst störendes Streichen in der Unterrichtsstunde nötig. Kirchhoff beschränkt denn auch die Einzelthatsachen der physischen Erdkunde auf ein knappes Mafs und erleichtert die Aneignung dessen, was er giebt, ganz wesentlich durch die schon gerühmte lichtvolle und lehrreiche Begründung, die den Schüler ebenso anziehen, als die Voigt'sche Behandlungsweise ihn langweilen und abstofsen mufs. Er verliert sich nie in kleinliches Detail, entwirft stets umfassende Bilder mit starker Accentuierung der Hauptsachen, mit leiser Andeutung oder Übergehung alles Nebensächlichen. — Noch mehr kürzt er in der politischen Geographie — gehört sie doch streng genommen nur in sehr eingeschränktem Mafse in das Bereich der Geographie — bringt nur die hervorragenden Städte, an die er dann fast ausnahmslos fruchtbare histo-

*) Leitfaden beim geogr. Unterricht. Nach den neueren Ansichten entworfen von F. Voigt. 29. Aufl. Berlin 1878. Verlag von Barthol & Co.

rische oder volkswirtschaftliche Notizen anknüpft, wie er z. B. mit besonderem Nachdruck überall auf die eminent schöpferische Bedeutung der Steinkohle für Industrie, Handel und Volksverdichtung hinweist. Das eigentlich Entscheidende aber ist, dafs er alles Hierhergehörige unter die Einwirkung räumlicher, also geographischer Momente befafst. Was speziell das historische Beiwerk angeht, so ermangelt Voigt desselben so gut wie ganz, was doch nicht einmal den Anschein einer strengen geographischen Methode für sich hat, da Ritter das bestimmende Einwirken der Landesnatur auf das Völkerleben für alle Zeit erwiesen hat, und somit geschichtliche Anmerkungen sich sehr wohl in den Rahmen geographischer Wissenschaft einpassen können: während Kirchhoff sich von diesem wie von dem anderen durch Daniels Arbeiten repräsentierten Extrem gleichmäfsig fernhaltend ohne Bedenken historische Daten in seine Darstellung einbezieht. Und damit ist dem geographischen Unterricht ein entschiedenes Belebungsmittel und zugleich manche fruchtbare Anregung für andre Wissenszweige gerettet.

Als Belege will ich in den folgenden Zeilen einige Abschnitte aus der physikalischen und politischen Geographie der beiden Lehrbücher, die ich nur ihrer Kürze wegen, nicht etwa in Rücksicht auf eine besondere Gegensätzlichkeit herausgreife, untereinander andeutend vergleichen und mit einigen Bemerkungen begleiten.

Ich wähle aus der physikalischen Geographie die beiderseitigen allgemeinen Vorbemerkungen über Amerika.

Voigt § 53.

I. Regenzone auf der nördlichen Halbkugel im Westen bis 38°, östlich bis 35°, auf der südlichen bis 35°. a) Bananenklima bis 25°. Aufzählung vieler Pflanzenprodukte. b) Palmenklima nördlich um 5°, südlich um 9° weiterreichend. (Nun also erst Kopfrechnen!)

II. Zone des veränderlichen Niederschlags nördlich bis 73°, südlich bis Südspitze. Darin reicht das Klima des Getreides südlich bis 48°, nördlich im Osten bis 48°, im Westen bis 58°; des Baumwuchses im Westen bis 65°, im Osten bis 58°.

Folgen weitere thatsächliche Mitteilungen über klimatische Vorgänge, aber ohne jedwede Angabe von Ursachen. Dann — wirklich incredibile dictu! — die genauen Höhenangaben der Pflanzenregionen unter dem 16° südlicher Breite? Banane 950 m, Palme bis 2900 m, Mais bis 3900 m, Getreide bis 4200 m, Moos bis 5200 m.

Hieran reiht sich eine Aufzählung von Tieren und Mineralien.

Die Bevölkerungsangaben mögen passieren.

Dagegen Kirchhoff § 10:

Späte Vereinigung der beiden Hälften durch Hebung der Landenge von Panama, woraus sich die grofse Verschiedenheit in Flora und Fauna erklärt; so fehlt die Kiefer S.-A. ganz; beiden Teilen gemeinsam, im Unterschied zu anderen Erdteilen sind die Kakteen und Kolibris.

Die Hypotenuse der beiden dreiecksartig gestalteten Hälften ist inselarm. Die N. O. Kathete beider inselreich.

Auf pacifischer Seite mächtigste Bodenanschwellung mit Gold- und Silberadern und Vulcanen, während nach den Katheten sich Tiefebenen und grofse Flufsgebiete ausdehnen.

Den Indianern fehlten die Melktiere aufser dem Renntier. Infolge dessen sind sie nur Jäger — nicht Hirtenvölker; nur da, wo die trocknen, also wald- und wildarmen Westhöhen zum Ackerbau zwangen, entstanden grofse Städte und Staaten. — Auch die Eisengewinnung blieb den Eingebornen fremd .....

Ich halte ein, weil ich annehme, dafs der geneigte Leser am liebsten zum Buche selbst greift; in Betracht kommen hier noch § 11 und § 13; auch vergleiche man dazu aus der 2. Lehrstufe Nr. 59 bis Nr. 70 (S. 15—19) mit den entsprechenden Ausführungen Voigts im § 22.

Ebenso augenfällig tritt Unterschied und Vorzug der Kirchhoff'schen Art in der politischen Geographie hervor.

Voigt behandelt p. 183—193, mithin auf 10 Seiten die politische Geographie Amerikas. Meist genaue, schlecht oder gar nicht abgerundete Quadratmeilenzahl; Angabe von Graden, die nach Ausweis des Druckes nicht etwa als Hülfsmittel für das Zeichnen sondern zum Lernen bestimmt sind.

Der Staatenbund [?!] von Kanada mit 165 250 □M.; „etwa" (sic!) $3^7/_{10}$ Millionen Einwohner. 8 Teile werden genannt und 9 Städte, alle mit Einwohnerzahl, darunter eine mit 5000 Bewohnern. Was soll auch der französische Name für Neufundland Terreneuve?!

Vereinigte Staaten von Nordamerika. Nach einer farblosen Charakteristik des Volkes in Bildung, Fabrikthätigkeit, Handel zählt der Verfasser die sämtlichen 39 Staaten nebst 9 Territorrien und 34 Städten auf, ohne auch nur durch die bequeme Einleitungslinie des Mississippi in diesem Wirrwarr zu orientieren, charakterisiert dann jeden im Einzelnen durch „hügelig, waldig, fruchtbar, ungesund, äufserst fruchtbar, gewerbfleifsig, ackerbaulich entwickelt, mineralreich, sumpfig, unangebaut, hafenlos, niedrig, höhlenreich etc." — statt, wie doch unabweislich durch pädagogische Rücksichten geboten war, etwa die atlantischen Küstenstaaten, die Süd- und Weststaaten gemeinschaftlich nach Bodenrelief und Bodengüte etc. zu besprechen.

Gradezu unerhört aber ist das Ansinnen von jedem Staat die Jahreszahl seiner Entstehung einzuprägen, so unerhört, als die schwere Erfüllung nutzlos sein würde.

Dann Mexico.

Nur das Allerschlimmste: $9^1/_4$ Mill. Einwohner; davon „etwa" $^4/_7$ Indianer, $^2/_7$ Mischlinge, $^1/_7$ Europäer und Neger. Der Handel hat sich seit der Unabhängigkeitserklärung etwas gehoben. Was soll, frage ich, eine so vage Bemerkung fruchten?? Und wenn der

Verfasser es wirklich über sich gewinnt, die 27 Staaten nebst 1 Territorium und 1 Bundesdistrict nicht namentlich anzuführen, so schwelgt er doch wieder in 13 Städten.

Nun die einschlägigen Darlegungen Kirchhoffs:

Er giebt nach einer trefflichen Allgemeinbesprechung der betreffenden Länder (denn wie wir gleich sehen werden, zerhackt er nicht wie Voigt die Länder in eine physikalische und politische Hälfte, sondern betrachtet sie gleichsam als vielseitige aber einheitliche Individuen) einige wichtige Teile der Herrschaft Canada an und nennt insgesamt drei Städte, nicht ohne jeden Namen durch eine kurze treffende Characteristik in ein anschauliches Bild umzusetzen. Die Einwohnerzahl bezeichnet er nur bei Montreal durch ein Sternchen, das geschickt auf Auge und Gedächtnis berechnet überall im Buche die Minimalziffer 100 000 andeutet.

Nun die vereinigten Staaten:

Da zählt er bei Leibe nicht alle die kauderwelschen Namen der 39 Staaten und 9 Territorien auf, sondern hält sorgsame Auslese und gruppiert die gewählten gemäfs ihrer Benennung nach Personen oder Naturbeziehungen. Das fafst der Schüler leicht und fest und lernt dabei zugleich einige Geschichte und physische Geographie. Darauf werden die 2 östlichen Drittel als fruchtbar, gut benetzt und teilweis hafenreich charakterisiert und in summa 11 Städte (also wieder $^1/_3$ der Voigt'schen Angaben!) aufgezählt, die sich fast sämtlich durch den Stern als Hunderttausendstädte kennzeichnen. Und mit wie glücklich kurzen und beredten Worten wird ihre Bedeutung als Metropolen für weite natürliche Wirthschaftsgebiete herausgehoben!

Für Mexico genügt dem Verfasser die Angabe von 2 Städten, und doch lese man einmal die wenigen diesem Staate gewidmeten Zeilen, ob sie nicht einen deutlichen, für die Schule durchaus hinreichenden Eindruck gewähren.

In summa: Bei etwa gleichem Seitenraum braucht Voigt 10 volle Seiten mehr als Kirchhoff zur Gesammtbesprechung beider Amerika: und doch wie viel mehr Geist steckt in den 17 Seiten Kirchhoffs als in den 27 Voigts!

Zum Schlufs noch ein anderes Beispiel:

Voigt schreibt den 9 geschichtlichen Territorialstücken des europäischen Rufslands (p. 43.) die Anzahl der Gouvernements bei und überschüttet uns mit 70 Städtenamen, die er wieder nach seiner Weise mit der Einwohnerziffer und den gehaltlosen Bemerkungen „Fabriken, Handel und dergl.“ ausstattet: Kirchhoff beschränkt sich auch hier wieder ungefähr auf ein Drittel, auf einige 20 Städte. — Doch genug dieser grausamen Vergleiche!

Auch in der Gruppierung des Stoffs scheint mir Kirchhoff so originell als glücklich zu sein. Er verteilt ihn auf 3 Lehrstufen. Die erste orientiert im Anschlufs an die Heimatkunde über

die einfachsten Grundbegriffe und die Elemente der Globuslehre, also das geographische ABC. Dann folgt eine Umschau über alle Erdteile nach sechs Hauptgesichtspunkten, die man allem Unterricht zu Grunde legen sollte: Lage, Umrifs, Bodenerhebung, Gewässer, Pflanzen, Thiere und Bewohnung, eine Übersicht, die zwar schon leise von wissenschaftlichem Hauche durchweht ist, im Wesentlichen aber nur den Thatbestand ohne schwierigere Begründung angiebt und durchaus nicht zu hoch hinauswill, um nicht dem Lehrer auch jungen Schwachköpfen gegenüber leichte Erklärungserfolge zu versprechen. Hieran schliefst sich die 2. Lehrstufe unter dem Titel: Länderkunde. Innerhalb derselben steht voran mit der Aufschrift: „Vorläufiges aus der allgemeinen Erdkunde“ eine schon eindringendere Darlegung der Temperatur, Winde, Niederschläge, der Meere, Gebirge, Gletscher- und Flufsbildungen, die in keinem bisherigen Unterrichtsbuch ihres Gleichen haben dürfte. Jetzt folgt, natürlich den umfänglichsten Teil ausmachend, die nähere Darstellung sämtlicher Erdräume nach Klima, Bodenrelief, geologischer Bildung etc. etc., insbesondere auch nach ihren politischen und wirthschaftlichen Zuständen, die er dem wissenschaftlichen Character der Geographie getreu nicht wie Voigt von physischen Bedingungen losgetrennt betrachtet, sondern stets in ihrer Abhängigkeit von diesen aufweist (ein Musterbeispiel mag die wirthschaftsgeographische Besprechung Deutschlands abgeben); dieser geographische Gesichtspunkt zeigt ihm für diese Dinge stets die Richtung und zugleich das Mafs. Man vergleiche nur die Angaben des sogenannten mittleren Daniel über Berlin: eine Fülle von interessanten Notizen, die sich für Baedeker empfehlen, nicht aber für ein geographisches Lehrbuch; ganz anders Kirchhoff: er zeigt mit wenig Worten die überaus günstige Lage der Stadt auf und damit das geographische Geheimnis ihrer Gröfse.

Der eine oder andere wird hier freilich bedenklich finden, dafs er politisch zusammengehörige, aber aufserhalb der Naturgrenzen des Gesammtstaats gelegene Territorien von einander getrennt behandelt: allein er versteht es in solchem Fall den Umfang des Staats bei Besprechung seines wichtigsten Gebietsteiles nachdrücklich zu betonen; will man es aber doch einen Mangel nennen, so ist es ein unerheblicher, der nun einmal von dem viel gröfseren Vorzug, dem Gewinn einer wirklich geographischen Landesanschauung untrennbar ist.

In diesem Teile des Buches wird übrigens der früher angegebene Thatbestand nicht etwa wiederholt, vielmehr nur erweitert und vertieft durch Einführung in die wirkenden Naturkräfte, wozu die vorangestellten Capitel allgemeinen Inhalts die Brücke gebaut haben.

Es versteht sich, dafs unserm Erdteil und insonderheit unserem Vaterland d. h. geographisch genommen, in seiner natürlichen auch die Schweiz und Rheinmündungsgebiete umfassenden Begrenzung

eine vorzugsweis eingehende Behandlung zu teil wird. „Es giebt keine Vaterlandsliebe ohne Kenntnis des Vaterlands“, sagt der Verfasser.

Diese stufenweise Fortbildung des Schülers findet ihren Abschlufs in der 3. Lehrstufe, die sich als „allgemeine Erdkunde“ ankündigt und wie ich schon hervorhob, in mustergültiger Weise Kürze, Schärfe, Tiefe und Abgeschlossenheit in sich vereinigt.

Im einzelnen giebt sich der Inhalt so:

I. Die Erde als Himmelskörper. 1. Unser Sonnensystem, 2. Doppelbewegung der Erde, 3. Gesamtbeschaffenheit der Erde.
II. Lufthülle. 1. Luftdruck und Winde, 2. Wärme und Niederschlag.
III. Das Meer. 1. Meeresboden, 2. Meerwasser.
IV. Das Land. 1. Festland und Inseln, 2. Bodenerhebungen.
V. Landgewässer. 1. Seen, 2. Flüsse.
VI. Bewohner. 1. Pflanzen- und Tierverbreitung, 2. Mensch und Erde.

Auch Voigt hat seinen Stoff in mehrere Kurse zerlegt, aber nicht, indem er wie Kirchhoff das Frühere durch das Spätere bereichert und vertieft, sondern indem er sich in dem 1. Kursus wesentlich über die horizontalen, im 2. und 3. über die vertikalen, im 3. zugleich noch über klimatische und ethnographische und endlich im 4. über die politischen Verhältnisse verbreitet. Durch diese sachliche Zerteilung geht entweder jede Gesamtanschauung eines Landes verloren oder der Lehrer ist gezwungen bei der Durchnahme von dem einen Teil in die übrigen hinüberzuspringen, um so stückweis ein einheitliches Bild zusammenzusetzen. Gewifs wird durch jenen Verlust oder diesen Notbehelf, den wohl jeder Lehrer zur Vermeidung des gröfseren Uebels wählen wird, die methodische Stoffverteilung Voigts sehr fragwürdig.

Doch, um wieder auf Kirchhoff zu kommen, so ist auch die Disposition der einzelnen kleineren Abschnitte stets übersichtlich und klar und durch die §§ Einteilung sowie zahlreiche Absätze dem Auge versinnlicht. Unter dem Text finden sich viele kurz und scharf formulierte Noten zur Aufklärung über Waren, Namen u. dergl., welche letztere er sehr geschickt zur Einprägung der geographischen Erscheinungen verwertet, wie er beispielsweise mit der Worterklärung des Hoangho an die gelblichen Löfsflächen Nordchinas erinnert. Immerhin dankenswert sind auch, wie ich an dieser Stelle bemerken will, die beigegebenen Illustrationen (Höhenprofile, Windrichtungskärtchen, eine graphische Darstellungsweise der Volksdichte etc.) und mehrere Städtetafeln.

Man begreift, dafs ein so vielfach neuer Inhalt sich auch in eine neue, für ein Schulbuch bisher ungewohnte Form kleidet. Nur in den Anfangsgründen vernimmt man den hergebrachten leichten Ton einfachen Berichtes, von der 2. Lehrstufe an aber in freilich zu schroffem Wechsel den schwereren Stil wissenschaftlicher Darlegung. Man mufs zugeben, dafs der Verfasser hierin nicht immer das

Glückliche getroffen hat: nicht selten eine allzugedrängte und inhaltschwere, mitunter wohl gradezu verfehlte Satzbildung, die sich nur mühsam der Fassungskraft einer mittleren Klasse anschmiegen dürfte. Allein diese Härten wird die praktische Erfahrung und erneute Durchsicht schon abschleifen und glätten. Überall aber redet das Buch eine frisch lebendige Sprache und entwickelt einen überraschenden Reichthum an zweckmäfsigen und anschaulichen Bildern, die dem Gedächtnis rasch und fest das geographische Objekt einprägen.

Wie wird sich nun aber die Aufgabe des Lehrers diesem Buche gegenüber gestalten? Eine wohl aufzuwerfende Frage! Er dürfte kaum Erhebliches hinzuzusetzen haben; selbst Worte und technische Ausdrücke finden in den Noten eine freilich oft entbehrliche Erklärung. Das Buch will kein Lern- sondern ein Lehrbuch sein, sich nicht wie ein blofses Excerpt zum Lehrvortrag verhalten, sondern für sich selbst ein geschlossenes, in sich verständliches Ganze darstellen. Es wäre falsch, dem Verfasser daraus einen Vorwurf zu machen, wozu vielleicht der eine oder andre in dem nicht unberechtigten Wunsche, den Schüler sein' plus an Wissen auch empfinden zu lassen, geneigt sein möchte. Der Stoff ist von der Art, dafs der Schüler der mündlichen Behandlung und Verarbeitung von seiten des Lehrers nie wird entraten können, um ihn geistig zu erfassen und aufzunehmen. Auch sonst wird dieser noch genugsam Gelegenheit haben, seine tiefere Kenntnis des Stoffs in nutzbringender Weise hervortreten zu lassen: es bleibt ihm die unerläfsliche ebenso anziehende wie lohnende Aufgabe, in freiem Spiel seiner Kenntnisse und freier Rede bei Besprechung einzelner Themen verwandte Phänomene aus allen Erdräumen vergleichsweise heranzuziehen und damit neue Zusammenhänge, weite Perspektiven dem Schüler aufzuthun. So wird er ihm schon durch die blofse formelle Behandlung, durch vielseitige Beleuchtung des gegebenen Stoffs doch neue, über das Buch hinausgehende Kenntnisse und Fähigkeiten mitteilen, ähnlich wie einer durch das blofse Durcheinanderschütteln derselben bunten Steine im Kaleidoskop stets andre farbenprächtige Mischungen hervorruft.

Soll ich in einem kurzen Schlufswort meine Ausführungen noch einmal zusammenfassen, so vermittelt das Buch dem Schüler auf seinen 240 Seiten aufser dem zweckmäfsig beschränkten positiven Stoff zugleich einen gründlichen elementaren Einblick in einen nicht geringen Teil der Natur- und Geisteswissenschaften und erhebt somit auch die Schulgeographie in ihrem Kreise in den Rang, den ihre Mutter, die wissenschaftliche Geographie, seit ihrem neueren Aufschwung durch Humboldt, Ritter, Peschel und andre einnimmt, die Mittlerin zwischen jenen zwei grofsen Wissensgebieten zu sein. Die Schulgeographie mufs — das ist der Kerngedanke des Buches — aufhören wesentlich beschreibender Art zu sein; sie soll nicht blofs

das räumliche Nebeneinander, sondern auch das genetische und ursächliche Nacheinander der Dinge zur Anschauung und zum Verständnis bringen und sich ebendadurch dem Begriff einer Wissenschaft nähern.

Richtig aber ist das Princip: wer für die Verbreitung geographischen Wissens Sorge trägt, der fange bei der Schule an und richte dann erst seine weiteren Wünsche auf Errichtung neuer akademischer Lehrstühle. Zum ersten gehört zweierlei, was sich fordern und erfüllen läfst, ein tüchtiges Lehrbuch und Erhöhung der dem geographischen Unterricht zugemessenen Stundenzahl und ein von der Geschichte abgesonderter Betrieb derselben in den oberen Klassen. Mit der Erfüllung des ersten Erfordernisses ist hier mehr als der Anfang gemacht; nach meinem Hoffen und Glauben ist es das Buch der Zukunft, mag es hier und da auch noch der nachfeilenden und ändernden Hand und wie alles neue, der Zeit bedürfen, um gegen die zähe Macht der Gewohnheit bahnzubrechen und sich einzubürgern, — ein Buch, dem man wohl wünschen möchte, dafs es auf Jahre hinaus alle nachkeimende Produktion neuer geographischer Schulbücher unterdrückte. Es entstammt der berufenen Feder eines Mannes, der zugleich Fachgelehrter und Schulpädagoge ist; wäre es nicht andersher bekannt, seine Arbeit würde es darthun, die beide Seiten des Verfassers in fruchtbarer Vereinigung deutlich erkennen läfst. Vielleicht — Illusionen fliegen hoch — dafs durch das treffliche Unterrichtsmittel der ganze Unterrichtszweig sich hebt und aufblüht, und auch das zweite Erfordernis für eine Belebung der Schulgeographie sich erfüllt, eine noch reichlichere Pflege des Unterrichts, als sie die neuen, hier immer noch etwas stiefmütterlichen Lehrpläne gewähren. Ich stehe nicht an, das Buch als eine epochemachende Thatsache auf seinem Gebiet zu bezeichnen, die der fruchtbarsten Wirkung fähig ist, und will nur wünschen, dafs bald weithin der Boden zugänglich gemacht werde, auf dem sie sich äufsern kann. Denn der Buchstabe tötet, aber der Geist macht lebendig.

Marienwerder, 10. Juni 1882.

Dr. H. Denicke, Gymnasiallehrer.

Kleiner Litteratursaal.

Signale.

Bei B. G. Teubner wird demnächst erscheinen:

„Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandschaften und der konformen Abbildungen, verbunden mit Anwendungen auf mathematische Physik“, von Dr. G. Holzmüller, Kgl. Gewerbeschuldirektor, Mitgl. der Kais. Leop. Carol. Akademie.

Der Verfasser hat seit ca. 10 Jahren eine Reihe von Aufsätzen über das Thema des angekündigten Werkes veröffentlicht, welche die Absicht

hatten, dem Verständnis der Riemann'schen Theorie durch vollständig durchgeführte Beispiele zu Hilfe zu kommen. Dabei wurde besonderer Wert auf korrekte Zeichnungen isothermischer Curvensysteme und Veranschaulichung spezieller Riemannscher Flächen gelegt. Einige dieser Abhandlungen wurden in unserer Zeitschrift besprochen.*)

Jetzt erscheint das Resultat langjähriger Arbeiten als ein organisches Ganzes in dem obigen Werke. In einfacher und anschaulicher Weise beginnt der Verfasser mit der Darstellung der komplexen Zahlen und erläutert die Idee der isogonalen Verwandschaften an dem Beispiele der Kreisverwandschaft, der durch eigentümliche Koordinatenformulierung neue Seiten abgewonnen werden. Daran schliefst sich ein allgemeines Kapitel über Funktionen des komplexen Arguments, dem sich zahlreiche Beispiele anreihen, die nicht nur für die Geometrie, sondern auch für die Wärmetheorie, Elektrodynamik, Hydrodynamik und Kartographie ausgebeutet werden. Jedes Kapitel schliefst mit zahlreichen Litteraturnachweisen. Den Schlufs des Ganzen bildet die Anwendung der elliptischen Funktionen auf Probleme obiger Art. —

Die zahlreichen Zeichnungen des Werkes, zum Teil vollständig neue Kurvensysteme umfassend, haben Herrn Dr. Guèbhard in Paris Veranlassung zu Experimenten über Darstellung der Kurven gleichen Potentials auf elektrochemischem Wege gegeben, worüber man sich in den Comptes Rendus, in den Bulletins de la Soc. de Phys. und im Journal de Physique informiren kann. Sie sind also schon der Académie des Scienses, aufserdem durch Prof. Helmholtz der Akademie der Wissenschaften zu Berlin vorgelegt worden, was für ihren wissenschaftlichen Wert sprechen mag.

Das Studium des Werkes läfst sich zweckmäfsig mit dem der Funktionentheorie von Durége vereinigen, auf deren abweichende Behandlungsweise vielfach hingewiesen wird. H.

Zu den Lehrmitteln.

Die akustischen Apparate des Hr. G. F. Weigle in Stuttgart.

Genannter Herr hielt in diesem Frühjahr (1882) in Leipzig mehrere (leider sehr schwach besuchte) Vorträge über Akustik und brachte die neuesten Erfindungen auf diesem Gebiete zur Anschauung und zu Gehör. Dafs dabei die Vorführung solcher Versuche, welche auf ein gemischtes Publikum berechnet sind, vorherrschte, das liegt in der Natur solcher öffentlichen Vorträge. Ganz besonderes Interesse erregte ein Hörnerquartett, das, im Nebenhause gespielt, mittelst Telephon und Riesenmembranen im Saale reproduziert wurde. Referent unterzog am anderen Tage die Apparate einer eingehenden Besichtigung, und führte ihm dabei Hr. W. mehrere seiner mehr wissenschaftlichen Versuche bereitwillig vor. Vorzüglich gelangen die Isolirung und Mischung der sogen. Obertöne. Hr. W., welcher ursprünglich Orgelbauer ist, sich aber allmählig zum Akustiker (Physiker) herausgebildet hat, hält sich durch Bekanntschaften und Verbindungen mit Universitätsprofessoren, Autoritäten in seinem Fache, immer auf dem Laufenden und orientiert sich über die neuesten Entdekungen. Er beabsichtigt, im Winter seine Vorträge in gröfseren Städten fortzusetzen. Wir machen die Herren Fachkollegen von der Physik auf die Apparate des Hr. W. aufmerksam und fügen hinzu, dafs derselbe auch auf Bestellung alle in das Fach der Akustik einschlagenden

*) X, 437 u. f. (Lemniskatische Geometrie) und XI, 442 u. f. (zwei Programme).

Apparate genau und sauber ausführt. Sein **Katalog***) enthält in 112 Nummern**) vier Abteilungen: I. Membran-Apparate. II. A. für schwingende Luftsäulen (Blasbälge, Pfeifen, Resonatoren). III. Stimmgabel-A. IV. Verschiedene A. Hr. W. hat für dieselben auf der Ausstellung in Stuttgart (1881) die „Goldene Medaille“ als „höchste Auszeichnung“ erhalten. Besonders aufmerksam machen wir auf Hr. W.s „Compensationsbälge mit Regulator“ (No. 16 — 18 des Katal.), grofse, mittlere und kleine Sorte (30 M.), welche zum Ausgleich von Stöfsen beim Füllen der Reservebälge und beim plötzlichen Verbrauch gröfserer Windmassen dienen. Dieser verursacht bekanntlich in langen, engen Röhren und Kanälen starke Schwankungen in der Luftdichte, was sehr störend auf gewisse Experimente einwirkt, wie jeder, der mit der Sirene experimentiert hat, weifs.

Übrigens beschränkt sich Hr. W. nicht auf akustische A., er versucht sich auch auf anderen Gebieten der Physik, wie seine Apparate für „doppelte und dreifache Rotation“ aus dem Gebiete der physikalischen Mechanik (s. d. Anm. am Ende des Katalogs) beweist. H.

Neueste Versuche mit dem Phonographen und mit Riesenmembranen für Telephonkonzerte.

Physiker G. F. Weigle hat, seit er von seiner Reise aus den Universitätsstädten Strafsburg, Heidelberg, Würzburg, Leipzig zurückgekehrt ist, höchst interessante neuere Versuche mit seinem Phonographen und mit seinen Riesenmembranen angestellt. Das Resultat der Versuche mit dem Phonographen ergab, dafs die Staniolplatten, auf denen Worte, Sätze und Musikstücke eingezeichnet sind, von der Walze des Phonographen abgenommen und dann nach beliebig langer Zeit wieder aufgespannt werden können, und die früher in den Apparat hineingesprochenen Sätze nebst etwa eingezeichneten Musikstücken wieder laut und deutlich zu reproduzieren vermögen. Auch können die übersprochenen oder bemusizierten***) Staniolplatten auf einen zweiten Apparat, welcher aber selbstverständlich genau wie der erste Apparat gearbeitet sein mufs, aufgespannt werden, so dafs, wenn sich ein solcher zweiter Phonograph z. B. in Amerika befinden würde, nur das Phonogramm (besprochene Staniolplatte) dorthin geschickt zu werden brauchte, um das hier Gesprochene oder Musizierte dort hörbar und verständlich zu machen. Da diese Staniolplatte bei einiger Vorsicht mehrmals abgenommen und wieder aufgespannt werden kann, so kann derjenige, welcher ein solches Phonogramm erhält, nach Jahren dasselbe wieder einmal abhören.

Bezüglich der Versuche Weigles mit seinen Riesenmembranen, welche er bis jetzt nur mit Fadenleitung zu Telephonkonzerten verwenden konnte, können wir mitteilen, dafs es ihm vollständig gelungen ist, dieselben nun auch mit Elektrizität in kräftiges Mitschwingen zu bringen, und zwar auf zweierlei Weise: erstens mit eigens von ihm konstruierten Telephonsendern, welche starke elektrische Ströme vollständig unterbrechen, wodurch auf der Empfangsstation die Musik eben so laut ankommt, als sie auf der Absendestation abgegeben wird, nur sind die Töne hierbei noch etwas rauh; zweitens mit Telephonsendern, welche den elektrischen Strom nicht unterbrechen, sondern nur starke Schwankungen erzeugen,

---

*) **Katalog akustischer Apparate**, konstruiert und ausgeführt von C. F. Weigle, Physiker in Stuttgart (von ihm selbst zu beziehen). Hr. W. ersucht darin die Professoren und Freunde der Physik, im Falle sie irgend eine akustische Entdeckung machen, für welche ein Apparat konstruiert werden kann, sich an ihn zu wenden, da er sofort bemüht sein werde, einen solchen Apparat mit den geringsten Kosten so auszuführen, dafs mit demselben schön, leicht und sicher experimentiert werden kann.

**) Es soll aber nächstens einer mit 300 Nummern erscheinen.

***) Man erlaube diesen Ausdruck. Die Red.

welche der Schnelligkeit und Intensität der abgegebenen Schallschwingungen entsprechen. Hierdurch wird das auf der einen Station Gesprochene, Gesungene oder Musizierte auf der Empfangsstation im ganzen Raum rein und deutlich, wenn auch nicht ganz so stark vernommen, als bei Anwendung der Telephonsender mit vollständiger Stromunterbrechung. Durch diese Versuche mit starken elektrischen Strömen wird es auch noch möglich werden, auf so grofse Entfernungen zu sprechen, wie vielleicht bis jetzt nicht geahnt wurde, und ist es am Ende möglich, aus dem Empfangstelephon das Gesprochene noch lauter zu erhalten, als es auf der entfernten Station abgegeben wurde.

Weigle wird seine Versuche auf der elektrischen Ausstellung in München fortsetzen.

Lehrmittelanstalten und Lehrmittelkataloge.

I.

Die Lehrmittelhandlung von Dietz & Zieger in Leipzig (Grimmaischer Steinweg), auch „Permanente Ausstellung" genannt.

Der Katalog dieser Lehrmittelhandlung (87 S.) enthält in seinen XVIII Kapiteln auch Lehrmittel für Naturgeschichte (Zoologie, Botanik, Mineralogie und Geologie, Mikroskopie), Physik, Chemie, Technologie, Land- und Forstwirtschaft, Geographie, Zeichnen, Geometrie und Stereometrie (sic? Soll wohl heifsen „Planimetrie u. St."!). Die Ausstellung ist mit Ausnahme einiger Mittagsstunden zu jeder Tageszeit offen und leicht zugänglich. Die Gegenstände — freilich mehr für Volksschulen berechnet — sind gut geordnet, und macht das Ganze einen angenehmen Eindruck. Fachgenossen, welche Leipzig besuchen, sei die Ansicht derselben empfohlen. Über andere Leipziger Lehrmittelhandlungen wollen wir in der nächsten Nummer berichten. H.

(Wird fortgesetzt.)

B) Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche (didaktische) Programme der Rheinprovinz. Ostern 1881.

Referent Dir. Dr. Dronke in Trier.

M. Gladbach. Gymnasium. Programm Nr. 390. (Verfasser ungenannt.) *Specielle Lehrpläne. I.*

Das vorliegende Programm enthält neben den Lehrplänen für die alten Sprachen und Geschichte, die hier keiner Besprechung unterworfen werden, noch denjenigen für Geographie und Referent hat die Freude seine Anerkennung dafür auszusprechen, dafs auch in Quarta und den beiden Tertien Geographie unterrichtet werden soll, wenn auch nur (leider!) in je 1 Stunde. (Nach der Übersichtstabelle ist bisher die Geographie wie an den meisten Gymnasien nicht selbständig, sondern nur als Appendix der Geschichte behandelt worden). Absolut unmöglich ist es aber in den angesetzten Stunden (in VI und V je 2, in IV, III^b und III^a je 1, im Ganzen 7 St. wöchentlich) mit den Schülern von der Bildungsstufe eines Sextaners bis Tertianers das vorgesteckte Ziel zu erreichen, nämlich aufser der speciellen physikalischen und politischen Geographie auch noch Kenntnis der klimatischen Verhältnisse, der Pflanzen- und Tiergeographie und der Kulturentwicklung. So sehr Referent wünscht, dafs diese so wichtigen Teile der Geographie den Schülern einer höheren Lehranstalt nicht völlig fremd bleiben, ebenso sehr mufs er sich gegen solche Scheinarbeit verwahren, wie sie entstehen

mufs, wenn auf der unrichtigen Stufe diese Gegenstände vorgetragen werden, wie z. B. Behandlung von Klima, Fauna, Flora, Ethnographie und Kultur (Unterricht, Religionssysteme, industrielle Entwicklung, Viehzucht u. s. f.) in Quinta, wo der Schüler nicht einmal Species von Gattung zu unterscheiden vermag, und für irgend ein System noch gar keine Anschauung oder Begriff hat. Die allgemeine physikalische Geographie läfst sich in einem Tertial in einer wöchentlichen Lehrstunde in Obertertia ebenfalls sicherlich nicht behandeln. — Die Bemerkungen des Programmes über die Methodik des Unterrichtes ebenso wie die Verteilung der speciell physikalischen und der politischen Geographie schliefsen sich ziemlich genau dem vom Referenten früher veröffentlichten ausführlichen Lehrplane an.

Oberhausen. Höhere Bürgerschule. Programm Nr. 422. (Anonym.) *Lehrplan für den Unterricht in Mathematik und Naturwissenschaften.*

Die höhere Bürgerschule in Oberhausen hat leider noch die beiden Tertien in einer Klasse in jeder Unterrichtsdisziplin vereint; hierdurch ist die Verteilung des Pensums, namentlich in der Mathematik aufserordentlich erschwert und sucht der Lehrplan diese Schwierigkeiten, wie dies öfters geschieht, dadurch zu umgehen, dafs die 4 Species im algebraischen Rechnen nach Quarta und zwar in das (hierfür doch wohl etwas sehr kurze) Sommerhalbjahr verlegt werden. Im Wintersemester soll alsdann in 3 Stunden die Planimetrie behandelt werden, während eine vierte Lehrstunde algebraischen und geometrischen Übungen gewidmet ist. Während schon das halbjährige Wechseln zwischen Algebra und Geometrie auf der Stufe der Quarta und Tertia nicht ohne Bedenken ist, so ist sicherlich die hier bestimmte Anordnung für Tertia: „in einem Jahre: Beendigung der Planimetrie, 3 Stunden, Lösung planimetrischer und algebraischer Aufgaben 1 Stunde; im andern Jahre: Algebra 3 Stunden und Lösung von Aufgaben in 1 Stunde, wie zuvor“ unrichtig, bez. unmöglich. Abwechselnd hat ein Kursus $1\frac{1}{2}$ Jahre lang keinen algebraischen Unterricht und in der einen Stunde für Lösung von Aufgaben kann nichts geleistet werden, da ja wegen der aus Quarta herübergekommenen Schüler die betr. Aufgaben stets nur aus den Anfangsgründen und eigentlich erst im zweiten Semester aus dem Untertertianerpensum der einen Disciplin genommen werden können.

In Sekunda tritt zu der Lehre von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen in dem einen Kursus die Trigonometrie, die Lehre von den Progressionen mit ihren praktischen Anwendungen und die mathematische Geographie, in dem zweiten Kursus aber Stereometrie und die Lehre von den quadratischen Gleichungen. Da die sphärische Trigonometrie aufserhalb des Gebietes der Anstalt liegt, würde Referent die mathematische Geographie aus dem Pensum gänzlich streichen. Der Rechenunterricht ist getrennt von den übrigen mathematischen Disciplinen und werden hierbei Unter- und Obertertia bez. Sekunda unterschieden. Sofern man mit der Trennung des Rechenunterrichtes von demjenigen in der Algebra überhaupt einverstanden ist, läfst sich gegen die Verteilung des Stoffes nichts erinnern.

Dem Lehrplane in den Naturwissenschaften gemäfs wird das Sommersemester der Botanik, das Wintersemester der Zoologie in allen Klassen aufser Sekunda gewidmet, eine Verteilung, die um so mehr berechtigt ist, wenn, wie hier vorgeschrieben wird, die Tertianer im Sommer zum Sammeln von Insekten für den Unterricht im Winter angehalten werden. Sexta und Quinta sind wesentlich der Terminologie und der Beschreibung einzelner Pflanzen bez. Knochentiere gewidmet; in Quarta treten die Anfangsgründe der Systematik hinzu, während in Tertia das natürliche Pflanzensystem [nur möchten doch die Sporenpflanzen auszuschliefsen sein] den einen, das künstliche den andern Kursus in der Botanik bilden. In der Zoologie wechseln die Anfangsgründe von Anatomie und Physiologie sowie Systematik der Wirbeltiere mit der Betrachtung der Gliedertiere ab. In Sekunda

bildete Pflanzenanatomie und Physiologie, Übersicht des natürlichen Systems des Pensums eines Sommersemesters, Anatomie und Physiologie des Menschen das des andern Sommersemesters. Im Winter wird stets Mineralogie in Sekunda (abwechselnd Oryktognosie mit Geognosie und Geologie) durchgenommen. Während sich der Lehrplan der Chemie richtiger Weise beschränkt (Metalloide, einige Alkalimetalle und die hauptsächlichsten Metalle) erscheint der der Physik zu ausgedehnt, da in den beiden Jahren der Sekunda das ganze Gebiet der Physik (aufser Akustik) abgehandelt werden soll.

Bonn. Gymnasium. Programm Nr. 367. Oberlehrer Sonnenburg: *Der goldne Schnitt. Beitrag zur Geschichte der Mathematik und ihrer Anwendung.*

Der Verfasser der angegebenen Arbeit, schon längst durch seine Forschungen auf dem Gebiete der exakten Wissenschaften des Altertums gut bekannt, spricht im ersten Abschnitte von dem Namen der schon im Altertum bekannten Aufgabe. Kepler nennt sie zuerst sectio divina, auch proportio divina. Der Name „goldner Schnitt" tritt erst später in deutschen Lehrbüchern auf, doch ist der Ursprung und der Grund für die Bezeichnung nicht nachweisbar; in ähnlicher Weise wurde im 16. und 17. Jahrh. die Regeldetri auch durch den Beinamen „goldne Regel" ausgezeichnet. Im zweiten Abschnitte behandelt der Verfasser den goldnen Schnitt zur Zeit des Altertums und des Mittelalters; Eudoxus erscheint nach manchen Angaben als der Erfinder der Teilung nach dem goldenen Schnitt, eine direkte Mitteilung hierüber ist aber aus dem Altertume nicht bekannt, was um so merkwürdiger ist, als diese Konstruktion ja den Schlüssel zur Bestimmung des regelmäfsigen Zwölfflachs giebt, auf den sich als fünften und wichtigsten regelmäfsigen Körper das Interesse der pythagoräischen und noch mehr der platonischen Naturphilosophie konzentriert. Die Symbolik überwucherte die strenge Forschung später derart, dafs Euklid erst durch die Übersetzung und Bearbeitung von Campanus (Zeitgenosse Friedrichs II.) nach einer arabischen Ausgabe in der Mitte des 13. Jahrh. eigentlich wieder allgemeiner beachtet wurde; fest eingeführt wurde er erst in die abendländischen Schulen durch Clavius. Wie hoch die Konstruktion in symbolischer Bedeutung geschätzt wurde, zeigt das Wort Kepler's; „Die Geometrie hat zwei grofse Schätze, einer ist der Satz des Pythagoras, der andere die Teilung einer Linie im äufseren und mittleren Verhältnis, den ersten kann man einer Masse Goldes vergleichen, den andern kann man einen kostbaren Edelstein nennen." Für den Vorgänger der Enthusiasten des goldenen Schnittes gilt Pacioli („Divina proportione"), von welchem der Verfasser des Programmes nachweist, dafs derselbe nicht der Urheber jener Symbolik sein kann, da sein Buch nur von der harmonischen Teilung handelt. Im III. Abschnitt endlich behandelt Hr. Sonnenburg Gauss und die Naturphilosophen des jetzigen Jahrh., beweist ausführlich, den Behauptungen der Verehrer des goldenen Schnitts gegenüber (zu ihnen zählten bekanntlich auch recht hervorragende Naturhistoriker), dafs eine Beziehung zwischen dem goldenen Schnitt einerseits und den Gesetzen der Entwicklung in der organischen Natur oder der Kunst anderseits in Wirklichkeit nicht existiert.

Remscheid. Gewerbeschule Programm Nr. 415. Oberlehrer Dr. Kaiser. *Über einige Hauptpunkte des geometrischen Unterrichts.*

Die Arbeit behandelt eine Reihe didaktischer Fragen aus dem Gebiete der Elementar-Mathematik, namentlich den propädeutischen Unterricht, die Lehre von den Parallellinien, das inkommensurable Verhältnis, die Ähnlichkeitssätze, die Reihenfolge der einzelnen Disziplinen, sowie die Ableitung der goniometrischen Formeln und einiger stereometrischen Sätze. Erörterungen der erwähnten Art sind entschieden gerade in den Programmen durchaus am Platze; denn wie Hr. Prof. S. Günther sehr richtig auf der

Wiesbadener Versammlung hervorhob, darf es nicht das Bestreben sein, den Unterricht extensiver zu behandeln, sondern es muſs die gröſstmögliche Intensität das Ziel der Didaxis in ihrer Ausbildung sein; und Abhandlungen wie die vorliegende können in dieser Beziehung nur von Nutzen sein. Der Referent ist dabei in der Lage, den meisten Ausführungen voller Überzeugung zustimmen zu können. Die Lehre von den Parallellinien nur durch Argumentationen, welche der fortgeschrittene Schüler in den oberen Klassen bereits als unrichtig erkennt, Quartanern von 11—12 Jahren beweisen zu wollen, heiſst sie von der Mathematik abschrecken, vielfach ihnen das Vertrauen in die Deduktionen derselben rauben. Die Anschauung muſs bei den Anfangsgründen zu Hilfe genommen und allmählich der Geist der Schüler von den Anschauungen zu den Abstraktionen übergeführt werden; über die Grenze, wo die reinen geometrischen Gebilde die Anschauung ganz verdrängen soll, kann man noch streiten; keinesfalls darf man letztere zu eng eingrenzen wollen, wenn sie dauernd Erfolg bei allen Schülern haben soll. — Gegen die Definition des Winkels, als den Richtungsunterschied zweier Graden kann man recht erhebliche Bedenken geltend machen, die der Verfasser nicht beseitigt hat. Sobald man das obige Wort gebraucht, so setzt man eine Grundrichtung und damit eigentlich den Begriff der Winkel schon voraus, welche die beiden Schenkel mit der Grundrichtung bilden. Leichter faſslich ist wohl die mit den Lehren vom Kreis und noch mehr mit den goniometrischen Erklärungen in Übereinstimmung zu bringende Definition des Winkels als Gröſse der Drehung des einen Schenkels; gleichzeitig werden hierbei dem Schüler die beiden Hauptbewegungen — fortschreitende Bewegung des Punktes bei Erzeugung der Linie, und Drehung der Graden bei Erzeugung des Winkels — klar vor Augen geführt. Ich kann mich dem Wunsche des Verfassers in Bezug auf eine einheitliche Bezeichnung der Winkel bei Parallelen nur anschlieſsen und möchte hier — diese Zeitschrift ist ja der geeignetste Platz für die Aufwerfung solcher Fragen — den Vorschlag machen, daſs auf irgend eine Weise (sei es auf der nächsten Philologen-Versammlung in Carlsruhe oder durch Zustimmung zu einem Vorschlag: innere, äuſsere, Wechsel-, korrespondierende (Gegen-), zusammengehörige Winkel) eine Einigung für die höheren Schulen erstrebt würde, der sich dann alle Lehrbücher fügen müſsten.*) — Das inkommensurable Verhältnis beruht auf dem Restverfahren und führt so die empirische Messung ein, welche selbst noch groſse Fehler involvirt; den meisten Schülern auf Tertia bleibt die Behandlung des inkommensurablen Falles immer unklar, sie verlieren das Verständnis und mit ihm die Lust; viel einfacher und didaktisch besser (wenn auch nicht streng wissenschaftlich) bleibt es, bei dem Proportionalitätssatze anzunehmen, daſs es stets möglich sei, die beiden Strecken durch ein genügend klein angenommenes Maſs ganz genau oder so genau zu messen, daſs der gemachte Fehler für unsere Beobachtungen verschwindet. — Die Behandlung der Ähnlichkeitssätze ist im Gegensatz zu manchen Lehrbüchern, sehr korrekt vorgezeichnet; dann wird darauf hingewiesen, daſs man die trigonometrischen Hilfsformeln nicht blos durch Rechnung, sondern auch geometrisch beweisen soll, damit durch die Anschauung dem Schüler die einzelne Formel in ihrer Begründung fester hafte. Gegen die stereometrischen Ausführungen lieſse sich vielleicht manches einwenden; auch auf S. 7 ist nicht alles ganz korrekt. Die Bewegung des Punktes erzeugt die Linie, die der (unendlichen) Linie eine Fläche, die der letztern nicht den Körper sondern den Raum. Auch die Anschauung, daſs der Raum nur 3 Dimensionen hat, ist nicht so einfach, wie sie hier dargestellt wird. — Die ganze Arbeit wird aber durch diese

---

*) In gleicher Weise wäre es dringend zu wünschen, daſs auch in Bezug auf die Bezeichnung der Figuren (wie Trapez oder Antiparallelogramm, Mediane oder Winkelhalbierungstransversale (!) u. s. f.) eine Einigung statt fände.

Kleinigkeiten in ihrer Güte nicht beeinträchtigt. Der Referent kann sie nur allen Fachkollegen zur Lektüre empfehlen, möchte dabei freilich bemerken, daſs der Spruch zu beherzigen bleibt: „Eines schickt sich nicht für alle"; jeder Lehrer wird den Schülern die Geometrie auf demjenigen Wege am leichtesten klar machen, auf dem er selbst zur vollen Klarheit der Anschauung gelangt ist; daher ist es die Pflicht eines jeden gewissenhaften Jugenderziehers, sich über alle Punkte des Lehrgegenstandes, auch über die scheinbar nebensächlichsten, die gröſstmögliche Klarheit zu verschaffen.

Saarbrücken. Kgl. Gymnasium. Programm Nr. 396. G. S. von Schaewen. *Die Binomial-Koefficienten in Verbindung mit figurierten Zahlen und arithmetischen Reihen höherer Ordnung.*

Auf 21 Seiten entwickelt der Verfasser die Gesetze der Binomial-Koefficienten, indem er von den Entwicklungen der goniometrischen Funktionen des Vielfachen von Bogen nach den Funktionen der einfachen ausgeht. Durch einfache, elegante Entwicklungen erhält er so die verschiedenen Sätze über die Summen der Koefficienten, die ihrer Multipla, namentlich derjenigen Summen von der Form $\sum_{h=o}^{h=n} \binom{h}{m}\binom{n}{h}$ und der unter $\sum_{h=o}^{h=n} (p+h)^m \binom{n}{h}$ fallenden. Zahlreiche Beispiele und Anwendungen erläutern die aufgestellten Formeln, welche der Verfasser unter gewissenhafter Berücksichtigung der einschlägigen Litteratur (namentlich Cauchy, Eytelwein, Baltzer, Euler u. s. f.) mit groſsem Fleiſse und Umsicht bearbeitet hat.

Ruhrort. Realschule I. O. Programm Nr. 416. Oberlehrer Dr. Stolz. *Über Konstruktion algebraischer Ausdrücke.*

Die algebraischen Ausdrücke, deren Konstruktion in geometrischen Schulaufgaben am häufigsten vorkommen, werden gruppenweise betrachtet, und zwar werden Complexe 0ter, 1ter und 2ter Dimension, und unter denen erster Dimension folgende Gruppenformen unterschieden: $\frac{a}{n}$ (unter n eine ganze, unbenannte verstanden), $a \pm b$, $\frac{ab}{c}$, $\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2+b^2}$, wobei noch besondere Fälle hervorgehoben werden, namentlich derjenige, wo der Ausdruck nur durch Hinzufügung der Einheit von der ersten Dimension wird. Die Aufgaben bewegen sich alle auf dem Standpunkte eines Obertertianers, bez. Sekundaners, für welche das Programm wohl bestimmt zu sein scheint. Die Abhandlung würde sicher ein allgemeines Interesse erwecken, wenn gezeigt worden wäre, wie einzelne Aufgaben leichter lösbar werden durch die Anwendung der Algebra, während andere leichte Konstruktionen ungemein erschwert, ja geradezu unverständlich für den Schüler werden durch die Hereinziehung der Algebra (beispielsweise die Konstruktion eines Dreiecks aus den 3 Höhen, oder des um ein gewöhnliches Viereck umgeschriebenen Rechtecks von gegebener Seite u. s. f.). Störend ist die an einzelnen Stellen etwas groſse Zahl von Druckfehlern.

Crefeld. Gymnasium. Programm Nr. 375. G. L. C. Rösen. *Über die involutorisch-isogonale Verwandtschaft* $W^2 + Z^2 + 2AWZ = B$.

Bezeichnet Z eine variable complexe Gröſse und ist W eine Funktion von Z, so werden die beiden durch Z und W bestimmten (einander verwandten) Kurven nach dem Vorgange Siebeck's isogonal genannt; besteht nun zwischen den beiden complexen Gröſsen noch eine symmetrische Funktion $F(W, Z) = o$, so ist die Verwandtschaft eine involutorisch-

isogonale. Der Verfasser betrachtet in der vorliegenden Abhandlung eine solche Verwandschaft, die durch die Gleichung

$$W^2 + Z^2 + 2AWZ = B,$$

unter A und B zwei complexe Konstanten verstanden, dargestellt werden. Hierbei nimmt er, um ein bestimmtes begrenztes Feld für die Betrachtungen zu erhalten, $Z = \cos(x + yi)$. Nachdem im Abschnitte I die von Siebeck „Brennpunkte" genannten Rückkehrpunkte aller durch sie gehenden Kurven der einen Ebene, die den Geraden der zweiten entsprechen (Riemann'sche Verzweigungspunkte), eingehender betrachtet sind, wendet sich der Verfasser in den folgenden Abschnitten den Eigenschaften der durch die bezeichnete Funktion 7 dargestellten Kurven (Ellipsen und Hyperbeln je nach der stetigen Veränderung von x oder y) und der mit ihnen isogonal involutorisch verwandten W-Kurven zu. Hierbei finden in Abschnitt V die singulären Lagen von Punkten und Kurven ausgedehnte Berücksichtigung. Hierauf wird jeder Punkt der einen Ebene als Schnitt zweier konfokaler Kegelschnitte (Ellipse und Hyperbel) angesehen und seine entsprechenden 4 Punkte der andern Ebene werden aufgesucht; der Abschnitt VII handelt von den Geraden der einen und den zugehörigen Kurven 4ter Ordnung der andern Ebene; den Abschlufs bildet die Betrachtung der Verzweigungspunkte. Die Arbeit ist erschöpfend und zeigt von grofser Vertrautheit mit dem Gegenstande; sie kann allen für die Theorie der complexen Funktionen sich Interessierenden nur empfohlen werden. Störend für die Lektüre sind einzelne Druckfehler bez. der undeutliche mathematische Druck einzelner Formeln (so S. 5 u. s. f.); merkwürdig ist der mehrmals sich findende Druckfehler „Ellypse".*)

Aachen. Kgl. Gewerbeschule. Programm Nr. 425. J. Spennrath. *Die Mechanik in der lebenden Natur.*

In der Einleitung der vorliegenden Arbeit sucht der Verfasser zunächst nachzuweisen, dafs in ähnlicher Weise, wie zwischen der organischen und der anorganischen Chemie allmählich die trennenden Schranken durch die Macht der beobachteten Thatsachen geschwunden sei, so auch die Physiologie als reine Physik, als die Anwendung der in der Natur überall auftretenden Gesetze auf die organischen Körper betrachtet werden müsse; eine sogen. Lebenskraft existiert für den Verfasser der eigentlich auf monistischen Anschauungen basierten Abhandlung nicht, für ihn ist auch das lebende Protoplasma nichts anderes, als eine Molekularmaschine, die mechanischen Kräften und Impulsen gehorcht und deren Bewegungen und Veränderungen rein mechanische sind. Alle sogen. Lebensvorgänge sollen — dies will der Verfasser seiner Angabe gemäfs beweisen — auf den auch in der leblosen Natur wirkenden mechanischen Kräften beruhen, und alle Erscheinungen in der organischen Welt sollen in Molekular- und Atombewegungen bestehen. Der Verfasser sucht zunächst zu zeigen, dafs alle sog. physikalischen Kräfte nur verschiedene Erscheinungsweisen derselben einen Kraft, nämlich der Attraktion der Massenteilchen aufeinander seien; er unterscheidet hierbei scharf die geleistete Arbeit von der wirkenden Kraft, welcher er Fernewirkung (ohne Zwischenträger) zuschreibt. Die Erscheinungen aus dem Gebiete der Akustik und der Wärme werden zunächst als mechanische Arbeitsleistungen erläutert und hierbei werden namentlich die Vorgänge bei der Kontraktion flüssiger Körper betrachtet. Das Licht und die elektrischen und magnetischen Erscheinungen werden hierauf ebenfalls mit der mechanischen Arbeit verglichen, und so kommt der Verfasser zu dem Schlusse: „Somit dürfen wir die Sache von dem Gesichtspunkte aus auffassen, dafs es im Universum eine bestimmte Summe von Kraft und Masse gebe, dafs die Kraft an der Materie hafte und Wirkungen an derselben, d. i. Bewegungen erzeugen kann. Diese Kraft heifst Massenanziehung. Dieselbe bewirkt im allgemeinen Massenbewegung,

*) Man vergleiche hiermit das S. 396/7 signalisierte Buch von Holzmüller. Red.

kann aber auch unter Umständen Molekularbewegung, also Licht, Wärme, Elektricität erzeugen. Nicht allein die ruhende, sondern auch die bewegte Materie vermag auf andere Materien einzuwirken und dadurch können nicht allein endliche, sondern auch unendlich kleine Bewegungen d. h. Molekularbewegungen ohne Hilfe eines Zwischengliedes übertragen werden." Im zweiten Teile der Abhandlung bespricht der Verfasser sodann das Wirken der Kraft in der lebenden Natur, weist zunächst darauf hin, daſs im Pflanzenreiche wie im Tierreiche Kräfteentwicklungen sich zeigen, trennt die von Organismen geleistete Arbeit in innere (chemische) und äuſsere (physikalische) und weist auf die Verschiedenheit des animalischen und vegetabilischen Protoplasma hin, von denen ersteres das letztere zur Voraussetzung hat: „Das Leben der Körper besteht in einem kontinuierlichen Bekämpfen und Überwinden chemischer Affinitäten", „in einer fortwährenden Störung des chemischen Gleichgewichts." Einen interessanten Versuch giebt der Verfasser an in Bezug auf die Kraftentwicklung der Pflanzen; eine keimende Pflanze (Vicia Faba) wurde über Quecksilber, eine andere in der Luft aufgehangen, sodaſs die Wurzelspitze (Haube) in dem einen Fall in das Quecksilber eindrang und damit eine gröſsere Arbeit leistete, als in dem anderen Falle, wo die Wurzel in der Luft verblieb; nach 24 Stunden wurde der Gewichtsverlust beider Keime festgestellt und bei der ersteren Pflanze bedeutend höher gefunden. Der Verfasser verficht dann die Ansicht, daſs die Pflanzen ebenso wie Tiere eine wenn auch beschränkte Freiheit im Gebrauche der Kräfte besitzen. Hierauf bespricht er die mechanische Arbeit der einzelnen Zellen, die chemischen Prozesse beim Athmen, die Mechanik des Wachstums (Ernährung), um so zu zeigen, daſs alle diese Vorgänge nur verschiedene Wirkungsformen derselben einen Kraft seien. Dieser zweite Teil ist etwas aphoristisch behandelt und enthält nur eine Behandlung der Ernährung und der Bewegung. Der Referent würde trotz des Schlusses „mens agitat molem" Bedenken tragen, die Abhandlung in die Hände von Schülern zu legen, da sie aus ihr zu leicht nur rein materialistische Anschauungen schöpfen könnten.

Essen. Kgl. Gymnasium. Programm Nr. 382. Oberlehrer Gilles. *Über die Newton'sche Anziehungskraft.*

Der Verfasser wendet sich im ersten Teile seiner klar und streng wissenschaftlich geschriebenen Abhandlung gegen die von Isenkrahe („das Räthsel der Schwerkraft") gegebene Erklärung der Newtonschen Anziehungskraft und deren Wirkung (Gravitation und Bewegung) durch den Stoſs des Äthers. So sehr er dem Gedanken „kein Körper kann dort wirken, wo er nicht ist" huldigt, so glaubt er doch der Ätherstoſstheorie nicht zustimmen zu können und giebt die Gründe bez. die Entwicklungen an, die gegen jene Anschauung sprechen und die auch nach einem Briefwechsel mit Isenkrahe laut Mitteilung des Verfassers nicht haben gehoben werden können. Auch gegen die von Aurel Anderssohn in mehreren Schriften niedergelegte Ansicht, in der strahlenden Wärme der selbstleuchtenden Körper, bez. in dem Lichte der Sterne die Ursache der Attraktion zu suchen, wendet er sich und zwar mit gutem Recht, da man z. B. nicht ersehen kann, welcher Begriff mit dem Astraldruck verbunden ist. Nach diesen mehr polemischen, verneinenden Auseinandersetzungen geht der Verfasser zum Aufbau einer eignen Theorie über. Er geht hierbei von der Kant'schen Idee aus, daſs der Raum, also auch die raumerfüllende Materie für den Menschen subjektiv sei, d. h. daſs sie für ihn nur in so weit und in den Formen existieren, als er sie in seinem Geiste sich vorstellt, sodaſs also die psychischen Gebilde mit den realen nicht kongruent zu sein brauchen. Dann fährt er fort: „In dem unendlichen geistigen oder idealen Raum haben wir zwar ein Auseinander, aber doch ein solches, welches in demselben Geiste, in gewissem Sinne also doch auch ein zusammen, ein Ineinander ist." An einer andern Stelle sagt er: „Jedes Atom

wirkt auf alle Atome der ganzen Welt, also in jedem Punkte des unendlichen Raumes. Wo etwas unmittelbar wirkt, da ist es auch. . . . Mithin ist das Atom über den ganzen Weltraum ausgedehnt; seine Wirkungsintensität aber ist unendlich verschieden; der Punkt seiner gröfsten Wirksamkeit wird Centrum des Atoms oder Atom im engern Sinne genannt; das Atom ist ein Kraftcentrum mit unendlich grofser Wirkungssphäre.“ Diese Anschauung führt leicht zu der Verneinung einer jeden Materie und deren Ersetzung durch Kraft. G. Gilles gesteht sich selbst, dafs der Kampf um die Theorie noch lange nicht weit genug gediehen ist, um entschieden werden zu können, und dafs die Zurückführbarkeit der Naturgesetze auf das Newton'sche Attraktionsgesetz von der Lösung jenes naturphilosophischen Problems unabhängig ist. In dem vorjährigen Programm des Gymnasiums zu Düsseldorf hat Gilles den Versuch gemacht, die abstofsenden Kräfte auf die Anziehungskraft zurückzuführen und betrachtet alsdann ausführlich auf Grund einer Reihentheorie, die Erscheinungen der Krystallisation namentlich der Spaltbarkeit (Kohäsion). Das Programm verdient die volle Aufmerksamkeit aller jener, die sich mit Naturphilosophie beschäftigen.

C) Bibliographie.

Juni-Juli 1882.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Hollmann, Sem.-Dir., Über nationale Erziehung. (16 S.) Dorpat, Karow. 0,60.

Hausmann, Fünf Briefe über die Erziehung in den ersten Lebensjahren. Halver, Köster. 0,70.

Quousque tandem, Der Sprachunterricht mufs umkehren! Ein Beitrag zur Überbürdungsfrage. (38 S.) Heilbronn, Henninger. 0,60.

Krüger, Gymn. Dir. Dr., Non scholae, sed vitae discimus. Rede. (15 S.) Dessau, Barth. 0,30.

Le Viseur, Oberl., Leibnitz' Beziehungen zur Pädagogik. (34 S.) Berlin, Weidmann. 1,00.

Hartwich, Amtsrichter, Woran wir leiden. Freie Betrachtungen und praktische Vorschläge über unsere moderne Geistes- und Körperpflege in Volk und Schule. (48 S.) Düsseldorf, Vofs. 0,75.

Ordnung der Entlassungsprüfungen an den höheren Schulen nebst der darauf bez. Cirkularverfügung des k. preufs. Ministers der Unterr.-Angel. vom 27. Mai 1882. (53 S.) Berlin, Hertz. 0,60.

Dasselbe (65 S.) Berlin, Keller. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Gusserow, Oberl. Dr., Die Inhaltsermittlung der Körper aus ihren Projektionen. Berlin, Weidmann. 1.

Pasch, Prof. Dr., Vorlesungen über neuere Geometrie. (202 S.) Lpz. Teubner. 4.

Pfeiffer, Oberl. Dr., Formeln für den Inhalt der Kegelfläche. (31 S.) Berlin, Weidmann. 1.

Schumann, Dr., Lehrbuch der Planimetrie für Gymnasien und Realschulen. 3. Aufl. bearb. v. Oberl. Dr. Gantzer. (242 S.) Berlin, Weidmann. 2,40.

Fiedler, Dr. W., Cyklographie oder Konstruktion der Aufgaben über Kreise und Kugeln und elementare Geometrie der Kreis- und Kugelsysteme. (263 S.) Lpz. Teubner. 9.

Reidt, Prof. Oberl. Dr., Die trig. Analysis planimetrischer Konstruktionsaufg. (50 S.) Ebda. 1,20.

Zeuthen, Grundriſs einer elementar-geometrischen Kegelschnittslehre. (97 S.) Ebda. 2.

2. Arithmetik.

Matthiessen, Dr. L., Sammlung der Resultate zum Übungsbuch für den Unterricht in der Arithmetik und Algebra an höheren Bürgerschulen etc. 2 Hefte. Köln, Du Mont. à 0,60.

Staudacher, Gymn.-Prof., Elementares Lehrbuch der algebraischen Analysis. (169 S.) München, Schulbücher-Verlag. 2,50.

Netto, Prof. Dr., Substitutionentheorie und ihre Anwendung auf die Algebra. (290 S.) Lpz. Teubner. 6,80.

Ducrue, Rektor, Die Absolutorialaufgaben aus der Mathematik und Naturwissenschaft an den humanistischen Gymnasien, Realgymnasien und Realschulen Bayerns. Als Übungsstoff f. d. Repetitionsunterricht zusammengestellt. (67 S.) Würzburg, Stahel. 0,80.

Wallentin, Prof. Dr., Lehrbuch der Arithmetik für die oberen Klassen der Gymnasien und Realschulen. (247 S.) Wien, Klinkhardt. 3.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Schell, Prof. A., Der Einschneidetransporteur von Reitzner. Ein Apparat zur mechanischen Lösung des Pothenot'schen Problems. (20 S.) Wien, Seidel. 0,80.

Keindorf, Kritik der 3 Kepler'schen Gesetze. (26 S.) Neuhaldensleben, Eyraud. 1.

Peterson, Dr., Über Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft unseres Planeten. (49 S.) Wien, Gerold. 1,20.

Petersen, Doc. Dr., Lehrbuch der Statik fester Körper. Deutsche Ausg. v. Gym. Oberl. Dr. Fischer-Benzon. (165 S.) Kopenhagen, Höst & Sohn. 3,60.

Physik.

Guericke's, Otto v., experimenta nova Magdeburgica. Im Auftr. des Commissares des deutschen Reiches f. die Elektricitätsausstellung in Paris 1881 neu edirt v. Dr. Zerener. (44 S.) Berlin, Springer. 3.

Heller, Prof., Geschichte der Physik von Aristoteles bis auf die neueste Zeit. 2 Bde. 1. Bd. Von Aristoteles bis Galilei. (411 S.) Stuttg., Enke. 9.

Weyde, Prof., Anleitung und Herstellung von physikalischen und chemischen Apparaten mit möglichst einfachen Mitteln. Nach neuer Methode bearbeitet. Mit 370 Fig. (80 S.) Wien, Sallmayer. 2,60.

Rethwisch, Dr., Der Irrtum der Gravitationshypothese. Kritik und Reformthesen. (80 S.) Freiburg, Kiepert. 2.

Chemie.

Jahn, Doc. Dr., Die Grundsätze der Thermochemie und ihre Bedeutung für die theoretische Chemie. (238 S.) Wien, Hölder. 4,80.

Boeke, Dr., Sammlung stöchiometrischer Aufgaben zum Gebrauche beim chemischen Unterrichte, sowie beim Selbststudium. Nach der 3. holländ. Aufl. bearb. (72 S.) Berlin, Springer. 1,40.

Naumann, Prof. Dr., Lehr- und Handbuch der Thermochemie. (606 S.) Braunschweig, Vieweg. 15.
Wilm, Zur Chemie der Platinmetalle. (93 S.) Dorpat, Karow. 1,50.
Schellbach, Dr. P., Über Explosivstoffe. (31 S.) Berlin, Weidmann. 1.
Schmid, Dir. v., Leitfaden für den Unterricht in ausgewählten Kapiteln der chemischen Technologie. (322 S.) Graz, Leuschner. 3,40.
Muck, Dr., Elementarbuch der Steinkohlenchemie. (41 S.) Bonn, Straufs. 1.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Reichenow, Dr., Die Vögel der zoologischen Gärten. Leitfaden zum Studium der Ornithologie. (278 S.) Lpz., Kittler. 8.
Mojsisovics, Prof. Dr., Systematische Übersicht des Tierreichs. (203 S.) Graz, Leuschner. 5.
Fick, Prof. Dr. Ad., Mechanische Arbeit und Wärmeentwicklung bei der Muskelthätigkeit. Mit 33 Abb. (237 S.) Lpz., Brockhaus. 5.
Taschenberg, Prof. Dr. E., Die Insekten nach ihrem Schaden und Nutzen. Mit 70 Abb. (300 S.) Lpz., Freytag. 1.

2. Botanik.

Pritzel und Jessen, Dr. Dr., die deutschen Volksnamen der Pflanzen. Neuer Beitrag zum deutschen Sprachschatze. Aus allen Mundarten und Zeiten zusammengestellt. (448 S.) Hannover, Cohen. 5,75.
Lehmann, Realschull., Giftpflanzen mit besonderer Berücksichtigung der wirksamen Stoffe und zahlreichen Illustr. (126 S.) Hamburg, Richter. 1,50.
Mettenius, Alexander Braun's Leben, nach seinem handschriftlichen Nachlafs dargestellt. Mit B.'s Bildnis. (706 S.) Berlin, Reimer. 12.
Vöchting, Prof. Dr., Die Bewegungen der Blüten und Früchte. (199 S.) Bonn, Cohen. 5.

3. Mineralogie.

Köllner, K., Die geologische Entwickelungsgeschichte der Säugetiere. (98 S.) Wien, Hölder. 2,72.
Cohenn, Sammlung von Mikrophotographien zur Veranschaulichung der mikroskop. Struktur von Mineralien und Gesteinen, aufg. v. Jul. Grimm in Offenburg. Stuttg., Schweizerbart. In Lfgn. à 16.

Geographie.

Aus Persien, Aufzeichnungen eines Österreichers. (260 S.) Wien, Waldheim. 6.
Ratzel, Prof. Dr. F., Anthropo-Geographie oder Grundzüge der Anwendung, der Erdkunde auf die Geschichte. (506 S.) Stuttg., Engelhorn. 10.
Thomson, Expedition nach den Seen von Centralafrika in d. J. 1878—80. 2 Tle. (239 S. und 248 S.) Aus dem Engl. Jena, Costenoble. 11.
Haardt, v., Wandkarte der Alpen. 1 : 600000. 6 Blatt. I. Detaillierte Ausg. 30. II. Schulausgabe. 24. III. Stumme Ausgabe. 20. Wien, Hölzel.
Deisenhammer, Dr., Meine Reise um die Welt. (791 S.) Wien, Gerold. 12.
Reiss, Wandkarte von Deutschland nach Anleitung prakt. Schulmänner 6. Bl. Düsseldorf, Schwann. 8.
Umlauft, Prof. Dr, Die österr.-ungar. Monarchie. Geogr.-statist. Handbuch mit bes. Rücksicht auf politische und Kulturgeschichte. 2. Aufl. (967 S.) Wien, Hartleben. 12.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Adam, Landesschulinsp., Taschenbuch der Logarithmen für Mittelschulen. 9. Aufl. (96 S.) Wien, Bermann. 1,20.

Harms und Dr. **Kallius**, Rechenbuch für Gymnasien, Realschulen etc. 9. Aufl. (262 S.) Oldenburg, Stalling. 2,25.

Schlömilch, Geh. Schulr. Dr., Übungsbuch zum Studium der höheren Analysis. 2. Tl.: Aufg. aus der Integralrechnung. 3. Aufl. (384 S.) Lpz., Teubner. 7,60.

Bardey, Dr. E., Arithm. Aufg. nebst Lehrbuch der Arithm. 2. Aufl. (268 S.) Ebda. 2.

— Meth. geordn. Aufgabensammlung. 10. Aufl. (324 S.) Ebda. 2,70.

2. Naturwissenschaften.

Karsch, Prof. Dr. A., Die Insektenwelt. Ein Taschenbuch zu entomologischen Exkursionen für Lehrer und Lernende. 2. Aufl. Lpz., Lenz. In 7 Lfgn. à 1,00.

Münch, Dir. Dr., Lehrbuch der Physik. Mit einem Anhang: Die Grundlehren der Chemie und der math. Geographie. 7. Aufl. (441 S.) Freiburg, Herder. 4,20.

Wilbrand, Dr., Leitfaden für d. method. Unterricht in der anorganischen Chemie. 4. Aufl. (231 S.) Hildesheim, Lax. 3,60.

Beer, Aug., Einleitung in die höhere Optik. 2. umg. Aufl. bearb. v. **V. v. Lang**. Mit 201 Holzschn. (423 S.) Braunschweig, Vieweg. 9.

3. Geographie.

Hildebrandts Reise um die Erde. 7. Aufl. von E. **Kossak**. (683 S.) Berlin, Janke. 6.

Fragekasten.*)

1) Die Potenz $a^{a^{a \cdots \text{in inf.}}}$ ist von **Eisenstein** (Crelles' Journal 1844) in eine nach $\log a$ fortlaufende Reihe verwandelt worden. Eine Untersuchung ähnlichen Inhalts hat **Paugger** geführt (Grunerts Archiv 1860). Aufserdem sollen noch verschiedene andere Arbeiten existieren, welche sich mit der nämlichen Aufgabe oder mit nahe verwandten Fragen beschäftigen. Fachgenossen, welchen derartige Aufsätze bekannt sind, werden freundlichst ersucht, die Quelle namhaft machen zu wollen.

Dr. H. Gerlach-Parchim.

*) Mit diesem „Fragekasten" glaubt die Redaktion einem nicht selten gefühlten, dringenden Bedürfnis abzuhelfen. Viele unserer Fachgenossen, die in kleineren Städten leben und nicht das Glück haben, eine gröfsere Bibliothek benutzen zu können, sind nicht selten bezüglich litterarischer Nachweise in Verlegenheit. Diesen „Hilfesuchenden" unter die Arme zu greifen — dazu soll unser „Fragekasten" dienen. Wir ahmen damit zugleich eine Einrichtung der „Zeitschrift für Schulgeographie" nach, die sich dort schon als recht nützlich erwiesen hat. Die Redaktion.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrfächer in der neuen Lehrordnung für die Gymnasien des Königreichs Sachsen vom 8. Juli 1882.*)

Referent Prof. Dr. Meutzner in Meifsen.

I.

Nachdem das in den davon betroffenen Kreisen schon längst mit Spannung erwartete neue sächsische Regulativ nunmehr publiziert ist, beeilen wir uns „bei der Wichtigkeit der Organisation des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtes"**) unsern aufsersächsischen Fachgenossen davon hierdurch Kenntnis zu geben. Indem wir uns einige erläuternde resp. kritisierende Bemerkungen für einen zweiten Artikel vorbehalten, mag schon hier darauf aufmerksam gemacht sein, dafs die Zahl der mathematischen Lehrstunden (s. Quarta) vermehrt, der Lehrstoff — leider! — sehr erheblich beschränkt wurde; andrerseits wird man sich der Wahrnehmung nicht verschliefsen können, dafs im einzelnen ein Fortschritt gegen das frühere Regulativ zu konstatieren ist (vergl. besonders Naturwissenschaft).

Der Übersicht halber stellen wir die frühere und neue Verteilung des Lehrstoffes einander gegenüber. Die zugehörigen allgemeinen Bemerkungen geben wir nach dem neuen Wortlaut, Neuerungen durch den Druck hervorhebend.

§. 26. Zahlenrechnen und Mathematik.

Vorbemerkung.

Den genannten Fächern sind in Quarta***) bis mit Oberprima wöchentlich je 4, in Sexta und Quinta je 3 Stunden zuzuteilen.

Wie die Arithmetik durch den Rechenunterricht in den Unterklassen, so wird die Geometrie durch den Anschauungsunterricht in Quarta vorbereitet.†)

Regeldetri-Aufgaben sind in den Unterklassen durch Zurückführung auf die Einheit, nicht durch Proportionen zu lösen.

Beim Zahlenrechnen sind grofse Zahlen zu vermeiden und Logarithmen von mehr als fünf Stellen nicht zu benutzen.

---

*) Man vergleiche hiermit den ähnlichen Artikel über die neuen preufsischen Lehrpläne in Hft. 3 ds. Jahrg. S. 250 u. f. und unsere Nachschrift zu diesem Artikel. D. Red.

**) Worte der Red. ds. Z. VIII. S. 459.

***) Bislang in Quarta nur 3 Std.

†) Ein ähnlicher Passus fand sich auch im vorigen Regulativ, doch war der der Quarta zugewiefsene Lehrstoff nur arithmetischer Natur.

Einzelne auf das unumgänglich notwendige Mafs zu beschränkende Übungsbeispiele nach Bedürfnis; an Stelle derselben in jeder vierten Woche eine vom Lehrer zu korrigierende und zu zensierende häusliche Arbeit, die in den unteren und mittleren Klassen den Umfang der Übungsbeispiele einer Woche nicht überschreiten, in den oberen Klassen bei mafsvoller Ausdehnung kein besonderes Erfindungstalent voraussetzen darf. Extemporalia nach Bedürfnis.*)

§. 27. Verteilung des Unterrichtsstoffes.

1877.	1882.
Sexta: 3 Stunden wöchentlich.	
Die vier Spezies in unbenannten und benannten ganzen Zahlen. Teilbarkeit der Zahlen, Faktorenzerlegung. Die wichtigsten Mafseinheiten. Regeldetri durch Zurückführung auf die Einheit. Einübung alles dessen nicht nur schriftlich, sondern auch durch Kopfrechnen (mit nicht zu hohen Zahlen).	Die vier Spezies in unbenannten und benannten Zahlen. Teilbarkeit und Zerlegung der Zahlen in Faktoren. Die wichtigsten Mafseinheiten. Regel detri. Wöchentlich eine Stunde Kopfrechnen mit kleinen Zahlen.
Quinta: 3 Stunden wöchentlich.	
Gemeine Brüche. Proportionen. Anfänge der Dezimalbrüche.	Die vier Spezies mit gewöhnlichen und mit Dezimalbrüchen. Anwendung der letzteren auf das dekadische System der Mafse. Regeldetri. Wöchentlich eine Stunde Kopfrechnen.
Quarta: 3 Stunden wöchentlich. Dezimalbrüche. Proportionen. Zusammengesetzte Verhältnisrechnungen. Gesellschaftsrechnung.	Quarta: 4 Stunden wöchentlich. Verwandlungen gewöhnlicher Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt. Einfache und zusammengesetzte Regeldetri ohne Proportionen (Zinsrechnung). Repetition der gewöhnlichen Arithmetik. Einführung in die Geometrie auf Grund von Anschauungen (z. B. von Modellen) verbunden mit Mefs-, Zeichen- und Rechenübungen. Die Lehre von den Winkeln bis zu den Sätzen über durchschnittene Parallelen (einschliefslich).
Untertertia: 4 Stunden wöchentlich.	
Elemente der Buchstabenrechnung (die vier Spezies, Potenzen mit positiven, ganzen Exponenten). Formenlehre: Ausführung leichter Konstruktionen mit Lineal und Zirkel. Gleichheiten und Ungleichheiten von Strecken und Winkeln an geradlinigen Figuren und am Kreise. (Das geometrische Pensum würde ungefähr entsprechen Euklid I., 1 bis 34 und den notwendig einschlagenden Sätzen aus dem dritten Buche.)	Die vier Spezies der allgemeinen Arithmetik. Die Winkel und Seiten des Dreiecks die Kongruenz der Dreiecke. Das Viereck. Konstruktionsübungen.

*) Früher fehlte jede Bestimmung hierüber.

1877.	1882.
Obertertia: 4 Stunden wöchentlich.	
Wurzelausziehen. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten. Erweiterung des geometrischen Pensums der vorigen Klasse. Flächengleichheiten (entsprechend Euklid I und III). Fundamentalsätze der Proportionslehre.	Ausziehung der Quadratwurzeln, Rechnung mit unvollständigen Dezimalzahlen. Proportionen, erst in Zahlen, dann in Buchstaben. Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten. Awendung der Kongruenzsätze auf den Kreis. Vergleichung und Verwandlung polygonaler Flächen. Analytische Methode zur Lösung von Konstruktionsaufgaben.
Untersekunda: 4 Stunden wöchentlich.	
Gleichungen ersten Grades mit 2 und 3 Unbekannten. Quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten. Potenzen mit negativen, sowie mit gebrochenen Exponenten (Wurzeln). Anfänge der Lehre von den Logarithmen. Ähnlichkeit der Dreiecke. Verhältnisse von Flächenräumen. Anwendung auf geradlinige Figuren und den Kreis. Kreisrechnung.	Lineare Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Potenzen und Wurzeln. Proportionen bei Durchschnitt eines Winkels mit Parallelen. Ähnlichkeit der Dreiecke. Verhältnisse und Ausmessung von Flächenräumen. Proportionen am Kreise.
Obersekunda: 4 Stunden wöchentlich.	
Quadratische Gleichungen mit 2 Unbekannten. Weitere Ausführung der Lehre von den Logarithmen (logarithmische Gleichungen). Zinseszins- und Rentenrechnung. Goniometrie und ebene Trigonometrie.	Quadratische Gleichungen mit einer und mit 2 Unbekannten. Die Lehre von den Logarithmen. Kreisrechnung. Repetition der Planimetrie. Anfang der Goniometrie und Trigonometrie.
Unterprima: 4 Stunden wöchentlich.	
Algebraische Auflösung geometrischer Aufgaben. Arithmetische und geometrische Progressionen. Kombinationslehre, binomischer Satz für ganze positive Exponenten. Stereometrie.	Arithmetische und geometrische Progressionen. Schlufs der Trigonometrie. Stereometrie.
Oberprima: 4 Stunden wöchentlich.	
Reziproke Gleichungen, kubische und biquadratische Gleichungen; näherungsweise Auflösung numerischer Gleichungen. Schlufs der Stereometrie; Elemente der analytischen Geometrie.	Zinseszins und Rentenrechnung. Kombinationslehre und binomischer Satz für ganze positive Exponenten. Erweiterung des stereometrischen Pensums. Synthetische Behandlung der Schnitte des Rotationskegels. Übersicht der Lösungsmethoden geometrischer Aufgaben durch Konstruktion und Rechnung. Zusammenfassende Darstellung und Repetition der gesamten Schulmathematik.

§. 28. Lehrziel.

Als Lehrziel bei Beendigung des vollen Gymnasialkursus ist anzusehen im Rechnen: Rechenfertigkeit in ganzen und gebrochenen Zahlen, Kenntnis und Fertigkeit in algebraischen Rechnungen, in Behandlung der Gleichungen 1. und 2. Grades, sowie im Gebrauche der Logarithmen; Kenntnis der Planimetrie, ebenen Trigonometrie und Stereometrie, Alles als wohlverstandenes, geistig verarbeitetes Eigentum, nicht als mechanische Fertigkeit und eingelernte Formel.

Naturbeschreibung. Physik.

Vorbemerkung.

Der Unterricht in der Naturbeschreibung hat mit der Beobachtung einzelner Objekte zu beginnen, die Hauptmerkmale durch Vergleichung verwandter Formen hervorzuheben und dadurch die Einführung in das System vorzubereiten. Das Beobachtungsmaterial ist vorwiegend auf Grund leicht zugänglicher Anschauungen zu wählen und hinsichtlich seines äufseren Umfanges möglichst zu beschränken.

Der physikalische Unterricht mufs sich auf die elementaren Abschnitte aller Teile der Physik gleichmäfsig erstrecken, ohne Bevorzugung gewisser Zweige und ist, soweit thunlich, durch sorgfältig vorbereitete Versuche zu unterstützen.

Verteilung des Unterrichtsstoffes.

1877.	1882.
Sexta: 2 Stunden wöchentlich.	
Beschreibungen aus der Botanik (Sommer) und Zoologie (Winter, hauptsächlich Wirbeltiere) auf Grund von Anschauungen.	Im Sommer: Ausbildung der botanischen Grundbegriffe durch Anschauung und Beschreibung bekannter lebender Pflanzen. Im Winter: Beschreibung der Säugetiere und Vögel.
Quinta: 2 Stunden wöchentlich.	
Erweiterung des Pensums von Sexta zur Bereicherung der Kenntnis der Arten und Gattungen.	Im Sommer: Erweiterung des botanischen Pensums der Sexta, Einführung in das Linné'sche System. Im Winter: Beschreibung der Reptilien, Amphibien und Fische.
Quarta: 2 Stunden wöchentlich.	
Fakultativ 1 Std., aber wohl nirgends wirklich eingeführt.	Im Sommer: Weitere Einübung des Linné'schen Systems durch Bestimmen bis zur Spezies. Einführung in das natürliche System. Im Winter: Beschreibung der wirbellosen Tiere. Systematische Übersicht der Zoologie.
Untertertia: 2 Stunden wöchentlich	
Systematische und wissenschaftliche Übersicht über Botanik und Zoologie.	Im Sommer: Anthropologie. Im Winter: Besprechung der Merkmale der Mineralien, spezielle Betrachtung einiger Mineralspezies, Repräsentanten der Klassen.

1877.	1882.
Obertertia: 2 Stunden wöchentlich.	Obertertia: 1 Stunde wöchentlich.
Anthropologisches. Elemente der Mineralogie.	Abschlufs der Mineralogie mit Hervorhebung der Krystallographie.
Untersekunda: 2 Stunden wöchentlich.	Untersekunda: 1 Stunde wöchentlich.
Mineralogie mit Hervorhebung der Krystallographie.	Einleitung in die Physik; einfachste Lehren der Chemie. Magnetismus und Reibungselektrizität.
Obersekunda: 2 Stunden wöchentlich.	Obersekunda: 2 Stunden wöchentlich.
Allgemeinste Lehren der Physik und Chemie.	Galvanismus. Wärmelehre.
Unter- und Oberprima: 2 Stunden wöchentlich.	
Eingehende mathematische Behandhandlung der wichtigsten Abschnitte aus der Statik und Dynamik unter besonderer Berücksichtigung der Bewegungen der Himmelskörper und Erläuterung der hauptsächlichsten Lehren aus dem Gebiete des Schalles, des Lichtes, der Wärme, der Elektrizität und des Magnetismus (soweit thunlich mit mathematischer Begründung).	Unterprima: 2 Stunden wöchentlich. Mechanik; Wellenlehre. Oberprima: 2 Stunden wöchentlich. Akustik. Optik. Einfachste Lehren der mathematischen Geographie.

§. 30. Lehrziel.

Die Hauptaufgabe dieses Unterrichtes in den Gymnasien ist: Anregung und Schärfung des Beobachtungssinnes für Naturobjekte und Einblick in die Gruppierung derselben. Kenntnis vom Bau des menschlichen Körpers. Verständnis der hauptsächlichsten physikalischen Erscheinungen, Kräfte und Gesetze und der Fundamentalsätze der mathematischen Geographie.

In aller Kürze finde auch noch die Verteilung des geographischen Lehrstoffes hier seine Stelle.

1877.	1882.
Sexta: wöchentlich 2 Stunden.	Sexta: wöchentlich 2 Stunden.
Gebrauch der Landkarte. Geographische Fundamentalsätze d. h. von der Gestalt der Erde, den Weltgegenden, der Bedeutung der Längen- und Breitengrade, der Zonen, Pole und des Äquators. Die politische Geographie kann gelegentlich in dieser Klasse berührt, soll aber nicht systematisch behandelt werden. Das Wichtigste aus der Geographie Sachsens und Palästinas.	Entwickelung der geographischen Grundbegriffe an der Hand der Orts- und Heimatskunde. Sachsen in ausführlicher, Deutschland in übersichtlicher Darstellung. Überblick über Europa und das Erdganze.
Quinta: wöchentlich 2 Stunden.	Quinta: wöchentlich 2 Stunden.
Repetition und Erweiterung des Pensums von Sexta; Übersicht des Erdganzen. Das engere und weitere Vaterland sind besonders zu berücksichtigen.	Die wichtigsten Gegenstände aus der mathematischen und physischen Geographie. Die aufsereuropäischen Erdteile (mit besonderer Berücksichtigung der alten und neuen Kultur- und Weltreiche).

1877.	1882.
Quarta: wöchentlich 2 Stunden.	
Die fünf Erdteile einzeln betrachtet. Im Sommer: Afrika, Asien, Australien, Amerika; im Winter: Europa, spezieller Deutschland.	Die Staaten Europas in ausführlicher Darstellung.
Untertertia: 2 Stunden.	**Untertertia: wöchentlich 1 Stunde.**
Die außereuropäischen Weltteile.	Die außereuropäischen Erdteile.
Obertertia: wöchentlich 2 Stunden.	
Geographie von Europa, ausführlicher von Deutschland. Bei den Jahrespensen dieser beiden Klassen ist besonders Rücksicht auf die politischen und ethnographischen Beziehungen der behandelten Erdteile und Länder zu nehmen.	Europa, ausführlicher Mitteleuropa, besonders Deutschland. Bei den Jahrespensen der Tertia ist namentlich Rücksicht auf Klima, Vegetation und Völkerleben der zu behandelnden Erdteile zu nehmen.
Untersekunda: 1 Stunde.	
Anfänge der physischen und mathematischen Geographie.	Physische Geographie.

Endlich teilen wir noch den Stundenplan in übersichtlicher Zusammenstellung aus §. 40 mit, die ersten Zahlen beziehen sich auf das alte, die zweiten (fettgedruckten) auf das neue Regulativ.

	VI.	V.	IV.	IIIb.	IIIa.	IIb.	IIa.	Ib.	Ia.
Religion	3 **3**	3 **3**	3 **3**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**
Deutsche Sprache	3 **3**	3 **3**	3 **3**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	3 **3**	3 **3**
Lateinische Sprache	10 **9**	10 **9**	10 **9**	10 **9**	10 **9**	10 **9**	10 **8**	9 **8**	9 **8**
Griechische Sprache	— —	— —	6 —	6 **7**	6 **7**	6 **7**	6 **7**	6 **6—7**	6 **6—7**
Französische Sprache	— —	2(3) **3**	2 **5**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**
Geschichte	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	} 3 **3**	} 3 **3**	} 3 **3**
Geographie	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **1**	2 **2**	1 **1**			
Rechnen und Mathematik	3 **3**	3 **3**	3 **4**	4 **4**	4 **4**	4 **4**	4 **4**	4 **4**	4 **4**
Naturbeschreibung	2 **2**	2 **2**	— **2**	2 **2**	2 **1**	2 —	— —	— —	— —
Physik	— —	— —	— —	— —	— —	— **1**	2 **2**	2 **2**	2 **2**
Schreiben	2 **2**	2 **1**	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —
Zeichnen	2 **2**	2 **2**					(2 fakultativ)		
	29 **28**	31(32) **30**	31 **30**	32 **31**	32 **31**	31 **30**	31 **30**	31 **30—31**	31 **30—31**
Philosophische Propädeutik	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	1 —	1 —
Hebräische Sprache	— —	— —	— —	— —	— —	— —	2 **2**	2 **2**	2 **2**
Englische Sprache	— —	— —	— —	— —	— —	— —	2 **2**	2 **2**	2 **2**
Gesang	2 **2**	2 **2**	2 **2**	1 **1**	1 **1**	1 **1**	1 **1**	1 **1**	1 **1**
Turnen	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**	2 **2**
Stenographie	— —	— —	— —	1 **1**	1 **1**	1 **1**	— —	— —	— —

Nachschrift der Redaktion (Zur Geschichte der sächs. Gymnasial-Regulative).

Das sächsische Regulativ für Gymnasien hat häufiger als es dem Schulwesen eines Staates frommt, Metamorphosen durchgemacht. Bis zum Jahre 1870 galt das Regulativ von 1849, welches sehr treffende Bemerkungen über den mathematischen Unterricht enthielt, die vermutlich von dem damaligen sächs. Geheimen Schulrat Schulze, einem Förderer des mathem.-naturw. Unterrichts (Spezialist für Astronomie) herrührten. Nach dem Lehrplane dieses Regulativs hat auch der Herausgeber ds. Z. viele Jahre unterrichtet, bis es i. J. 1870 durch ein neues ersetzt wurde, welches auch in ds. Z. durch einen bair. Schulmann Ziegler, bezügl. der mathem.-naturw. Fächer, eine fachmännische Beurteilung gefunden hat (II, 46 u. f.). Dieses Regulativ war schon mehr nach dem preußischen zuge-

schnitten (s. z. B. den Ausfall der Naturgeschichte in Quarta a. a. O. S. 48). Aber schon 1876 wurde auch dieses Regulativ wieder gestürzt und durch ein neues (v. 22. Aug. 1876, Ausführungs-Verordn. v. 21. Jan. 1877) verdrängt, welches ebenfalls in ds. Z. (VIII, 459 u. f.) mitgeteilt ist. (Man s. d. Übersicht a. a. O. S. 465.) Nun kommt schon nach 6 Jahren wieder ein neues von 1882! Wir haben also in einem Zeitraume von ca. 30 Jahren nicht weniger als vier verschiedene Regulative. Das preufs. Kultus-Ministerium liefs sich zur Schaffung eines solchen länger Zeit (von 1856 bis 1882, also ca. 25 J.). —
Die Redaktion.

Journalschau.

Central-Organ f. d. Int. d. R.-W. Jahrg. X (1882).

(Forts. v. Heft 3, S. 255.)

Heft 3. „Ein Votum in der Realschulfrage." Von Dr. H. Strack (dem Sohne des Herausgebers des C.-O., Prof. d. Theol. in Berlin). Dies ist eine Erwiderung auf einen Artikel in der Berliner „Zeitschrift f. d. Gymnasialwesen" von Prof. Zupitza contra Dir. Schwalbe und das C.-O. Die Lektüre dieses Artikels wollen wir unsern Fachgenossen, besonders an Gymnasien, dringend empfohlen haben, weil darin wieder einmal jene immer noch sich breit machende Überschätzung des Wertes des altsprachlichen (sogen. „klassischen") Gymnasialunterrichts, besonders hinsichtlich seines sittlichen Wertes, gehörig abgeführt wird, wobei ein Vertreter jener exklusiven Richtung, ein gewiss sonst sehr geachteter Gymnasialdirektor Reisacker, eine gebührende Lektion erhält. Unsere Fachgenossen finden hier Anhaltspunkte dafür, wie sie selbst in ihren Lehrerkollegien jener „Überschätzung" entgegentreten mögen. — Hierauf folgt eine sehr umfangreiche österreichische Programmschau, bes. aus d. J. 1880, von Dir. Schwalbe, die im folgenden (4.) Hefte fortgesetzt wird. In derselben befinden sich auch 43 Nummern aus dem Gebiete der Mathematik und Naturw. Diese Programm-Referate seien unseren Lesern, welche sich über die Programmthätigkeit der österr. Fachgenossen orientiren wollen, zur Lektüre angelegentlich empfohlen.

Heft 4. Fortsetzung und Schlufs der Programmschau (s. o.). — Besprochen werden: Die polemische Broschüre des Gymnasialdirektors Steinmeyer: „Betrachtungen über unser klassisches Schulwesen", gerichtet gegen die gleichnamige Schrift eines anonymen Realschulfreundes, vom Realschul-Dir. Pflüger in Chemnitz. Auch hier wird die Überschätzung des Gymnasialunterrichts gebührend abgefertigt. („So verhülle denn dein Haupt, arme Germania! Zwei Bildungsstätten nanntest du stolz deine Kinder. Das eine, jung und lebensfroh, soll nicht leben; das andere, alt und unheilbar krank, kann nicht leben.") — Unter der Beurteilung anderweitiger Schriften sind je zehn aus Mathematik und Naturw. und drei aus Geographie. Unter den mathematischen ist auch das Lehrbuch von Simon & Milinowski, unter den geographischen die Schulgeographie von Kirchhoff.

Heft 5. Thum-Reichenbach, Bemerkungen über das Studium und Sprechen der neueren Sprachen. — Jannasch-Berlin, Die Bedeutung der Volkswirtschaftslehre für den Unterrricht, eine im Berliner Realschulmänner-Vereine gehaltene Rede. Der Verf. setzt auseinander, wie der volkswirtschaftliche Unterricht mit dem mathem. und naturw., wie mit dem geogr. und geschichtlichen „amalgamirt" werden könne. — Schlink, Allgemeine Schulvorbildung künftiger Techniker (worin auch eine Äufserung Bismarcks über das Griechischlernen). — Be-

sprochen werden von neuen Werken über Pädagogik: Pädagogische Klassiker, VIII. Bd. Der römische Redner und Pädagog Quintilianus, bearb. von G. Lindner; des englischen Pädagogen Roger Aschams „Schulmeister", (beide bei Pichler-Wien erschienen), und Eiselen, Goethes Pädagogik. Diese Besprechungen (von Rudolph) sind lehrreich und interessant. Unter der Menge anderweitiger recensierter Schriften sind auch fünf Nummern über Naturgeschichte und Physik, unter denen die Anzeige von Weinholds phys. Demonstrationen hervorgehoben werden möge.

Heft 6. Aktenstücke betr. die Reform der Lehrpläne der höheren Schulen in Preussen nebst den Lehrplänen selbst. 1) Neuest. Zirkular-Reskript. 2) Lehrpläne: I. Gymnasien u. Progymnasien. II. Realgymnasien, nebst Realprogymnasien, Oberrealschulen, Realschulen. III. Höhere Bürgerschulen (vormalige Gewerbeschulen). Beurteilt: Waldeck, Grundzüge d. wissensch. Pädagogik, ein, den gegebenen Proben nach zu urteilen, absonderliches Buch. Sodann einige wenige Bücher aus Geographie, Mathematik und Zeichnen, u. A. auch Guthe, Lehrbuch d. Geographie und (sehr eingehend) des Herausgebers d. Z. „Vorschule d. Geometrie", in welcher der Rezensent (Hr. Dr. Emsmann-Frankfurt a. O.) auch die Mängel des Buches rückhaltslos bespricht, wofür ihm der Verf. nur dankbar ist.

Heft 7. Bericht über die sechste Delegirtenversammlung des allgemeinen deutschen Realschulmänner-Vereins (April 1882 in Berlin) von Prof. Schmeding-Duisburg. 1) Jahresbericht. 2) Sitzungsprotokolle. — Lunge-Zürich erörtert die Frage: Gymnasium oder höhere Realschule als Vorbildungsanstalt für Chemiker? (Aus d. Chemiker-Zeitung.) Dieses Gutachten ist in dem Streite: ob Gymnasium oder Realgymnasium, insofern höchst interessant und lehrreich, als der Verfasser, ein Chemiker, welcher eine gründliche philologisch-gymnasiale Bildung genossen, die Erfahrungen, die er an sich selbst gemacht hat, in die Waagschale legt und mit Bedauern konstatiert, dafs er der Gymnasialbildung zwei grofse Mängel seiner Ausbildung verdanke: Schwäche im mathematischen Denken und Operieren und Unbeholfenheit im Zeichnen. — Unter den Beurteilungen sind auch zwölf von geogr., physikalischen, chemischen und mathematischen Werken.

Aus Gymnasialzeitschriften.

I. In den Jahrbüchern für Philologie und Pädagogik II. Abt. redig. von Masius findet sich in Jahrg. 1882. Hft. 2 u. 3 S. 95—103 u. 129—144 ein Aufsatz von Fahle betitelt „Altes und Neues aus der Schule. III. Der mathematische Unterricht", in welchem der Verfasser anknüpfend an seine (vor ca. zehn Jahren in ders. Z. gegebenen) „aphoristischen Bemerkungen über den mathematischen Unterricht" seine neuern Ansichten über den mathematischen Unterricht" darlegt. Dieser Aufsatz sei der Aufmerksamkeit unserer Leser angelegentlich empfohlen.

Einladung zur 55. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte (1882).

Die diesjährige Versammlung der Deutschen Naturforscher und Ärzte wird in Eisenach vom 18. bis 21. September nach dem beigefügten Programm stattfinden. Vielseitig ausgesprochenen Wünschen nachgebend, hat die Geschäftsführung von gröfseren Festlichkeiten abgesehen, doch ist immerhin Gelegenheit gegeben, nach anstrengender geistiger Thätigkeit

Erholung zu finden. Die von vielen Seiten gewünschte Verkürzung der Versammlungszeit liefs sich nur dadurch ermöglichen, dafs statt der sonst üblichen drei allgemeinen Versammlungen, nur zwei mit entsprechend mehr Vorträgen angesetzt wurden; eine Zusammenlegung der Sektionen liefs sich dagegen aus verschiedenen Gründen nicht bewerkstelligen. Die bis jetzt angemeldeten Vorträge füllen die dazu bestimmte Zeit der allgemeinen Versammlungen aus. Vorträge für die Sektionen mögen recht bald bei den Sektionsführern angemeldet werden. Diejenigen Herren, welche ihre Vorträge rechtzeitig in den Tageblättern gedruckt haben wollen, werden gebeten, die Manuscripte, nur auf einer Seite möglichst deutlich beschrieben, recht bald dem Redaktionscomité zu übergeben; andernfalls geschieht die Veröffentlichung nach stenografischer Aufzeichnung. Die Tageblätter werden gegen Vorweis der Karte abgegeben; die letzte, längere Vorträge enthaltende Nummer, wird bei genauer Angabe der Adresse nach Fertigstellung überschickt. Da es der Geschäftsführung nicht möglich war, die genaue Adresse aller derjenigen Herren zu erfahren, welchen sie sich verpflichtet fühlte, Einladungen zuzuschicken, bittet sie bei vorgekommenen Versehen um Entschuldigung, und ersucht die Herren, welche Einladungen erhalten haben, diese in ihrem Kreise gefälligst zu verbreiten.

Von allen Seiten hat die Geschäftsführung die wohlwollendste Unterstützung gefunden und spricht dafür ihren tiefempfundenen Dank aus. Überall zeigt sich das Bestreben der Bewohner Eisenachs, den geehrten Gästen einen der Bedeutung der hohen Versammlung entsprechenden Empfang zu bereiten. Möge auch diese Versammlung sich würdig den vorangegangenen anschliefsen, die Wissenschaft fördern und den Naturforschern und Ärzten Deutschlands Gelegenheit verschaffen, sich persönlich kennen zu lernen. Eisenach, im Juli 1883.

Die Geschäftsführer der 55. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte.

Dr. Matthes. Dr. Wedemann.

Tages-Ordnung

der 55. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte für den 18. bis 21. September 1882 in Eisenach.

Sonntag, den 17. September, Abends 7 Uhr: Zusammenkunft im „Tivoli", (Schmelzerstrafse Nr. 16).

Montag, den 18. September, Vormittags 9 Uhr: Erste allgemeine Versammlung im Theater. 1. Eröffnung der Versammlung durch den ersten Geschäftsführer Dr. Matthes. — 2. Begrüfsung von Seiten der Behörden. — 3. Wahl des Ortes für die 56. Versammlung. — 4. Geh. Hofrat Haeckel-Jena: „Über die Naturanschauung" von Darwin, Goethe und Lamarck. — 5. Sanitätsrat Dr. Barnim-Wilhelmi-Swinemünde: „Über den Eisenacher Arzt Christian Franz Paullini". — Nachmittags: Constituierung der einzelnen Sektionen in ihren Lokalitäten. Wahl der Vorsitzenden etc.

Dienstag, den 19. September, Vormittags 9 Uhr: Sektions-Sitzungen. — Nachmittags 3 Uhr: desgl.

Mittwoch, den 20. September, Vormittags 9 Uhr: Sektions-Sitzungen. — Nachmittags 3 Uhr desgl.

Donnerstag, den 21. September, Vormittags 9 Uhr: Allgemeine Versammlung. 1. Prof. Rehmke: „Physiologie und Kantianismus". — 2. Prof. von Bergmann-Würzburg: „Über die gegenwärtigen Verbandmethoden und ihre Stellung zur Antiseptik. — 3. Director der Wetterwarte Dr. Assmann, Magdeburg (Thema vorbehalten). Nachmittags 3 Uhr: Sektions-Sitzungen.

Freitag, den 22. September: Fahrt nach Kissingen. Begrüfsung am Bahnhof und festlicher Empfang im Conversationssaal. Kaltes Gabelfrühstück mit Wein. — Besichtigung der Trinkquellen. Soolsprudel im Bade-Etablissement, 4 Uhr Nachmittags: Diner. Abends: Beleuchtung des Curgartens, Reunion im Casino des Actienbades mit kaltem Souper etc., Ball.

Näheres darüber in der ersten Nummer des Tageblattes, ebenso über d. Besuch der Wartburg, Concerte, Bälle, Fest-Vorstellung, Ausflüge u. s. w.

Programm.

§ 1. Die 55. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte findet laut Beschlufs der 54. Versammlung vom 21. September 1881 statutengemäfs vom 18.—21. September 1882 in Eisenach statt.

§ 2. Die Teilnahme nichtdeutscher Gelehrter in der Versammlung ist sehr erwünscht.

§ 3. Die Versammlung besteht aus Mitgliedern und Teilnehmern. Mitglied mit Stimmrecht ist nach §§ 3 und 4 der Statuten nur der Schriftsteller im naturwissenschaftlichen und ärztlichen Fache; eine Inauguraldissertation berechtigt noch nicht zu der Mitgliedschaft. Teilnehmer ohne Stimmrecht können alle Freunde der Naturwissenschaft sein.

§ 4. Die Mitglieder und Teilnehmer erhalten Aufnahmekarten gegen Zahlung von 12 Mark d. R.-W. oder 7 Gulden ö. W. — Mitglieder- und Teilnehmerkarten berechtigen zum unentgeltlichen Empfange je einer Damenkarte. Für jede Damenkarte mehr sind 12 Mark oder 7 Gulden ö. W. zu entrichten.

§ 5. Die Mitglieder- und Teilnehmer-Karten, sowie die Damenkarten gelten als Legitimation für alle Versammlungen und Festlichkeiten, sind daher auf Verlangen vorzuzeigen.

§ 6. Frühzeitige Vorausbestellung der Wohnungen wird den Gästen dringend empfohlen. Wohnungsbestellungen sind unter portofreier Einsendung des Betrages für die Aufnahmekarte vom 1. August bis spätestens zum 10. September an das Anmeldebureau der Naturforscher-Versammlung, **Herrn Kaufmann Gustav Döbner, Karlsplatz Nr. 8**, zu richten. Dabei gebe der Besteller an, ob er als Mitglied oder als Teilnehmer die Versammlung besuchen will, oder ob er eine Damenkarte wünscht, ob er Hôtel- oder Privatwohnung, mit oder ohne Vergütung, ein oder mehrere Zimmer beansprucht, oder geneigt ist, bei Wohnungsmangel mit Bekannten ein Zimmer zu teilen. Das Anmelde-Bureau wird sodann, unter möglichster Berücksichtigung der geäufserten Wünsche die Aufnahmekarte und die Anweisung der Wohnung mit Preisangabe übersenden. Wer nur die Aufnahmekarte zugeschickt zu haben wünscht und schon selbst für eine Wohnung gesorgt hat, möge dennoch bei der Anmeldung seine hiesige Wohnung angeben.

§ 7. Vom 17. September an befindet sich das Anmeldebureau auf dem Thüringer Bahnhof.

§ 8. Die nicht schon empfangenen Legitimationskarten sind auf diesem Anmeldebureau zu erhalten, ebenso die **Festabzeichen**, bei deren Empfang die Namen zum Eintragen in die aufgelegten Listen anzugeben sind, womöglich durch Abgabe einer Karte.

§ 9. Die allgemeinen Sitzungen werden im **Theater** abgehalten. Die Säle für die Sektions-Sitzungen, sowie alle übrigen für den Zweck der Versammlung nötigen Lokalitäten befinden sich gröfstenteils in der **Karolinenschule**. Näheres im Tageblatt.

§ 10. Die bisherigen 23 Sektionen werden wieder vorgeschlagen. Von diesem seien für unsere Fachgenossen nur folgende angeführt:

I. Sektion: **Mathematik, Astronomie, Geodäsie.** Sektionsführer: Hofrat Dr. Koepp. Schriftführer: Dr. Höhn.

II. Sektion: **Physik, Meteorologie.** Sektionsführer: Professor Kunze. Schriftführer: Gymnasiallehrer Werneburg.

III. Sektion: **Chemie.** Sektionsführer: Dr. Hosaeus. Schriftführer: Dr. Böttcher.

IV. Sektion: **Mineralogie, Geologie, Palaeontologie.** Sektionsführer: Oberlandforstmeister Dr. Grebe. Schriftführer: Forstassistent Matthes.

V. Sektion: **Anthropologie, praehistorische Forschung.** Sektionsführer: Dr. Bornemann sen. Schriftführer: Dr. Bornemann jun.

VI. Sektion: **Geographie, Ethnologie.** Sektionsführer: Dr. Bundt. Schriftführer: Dr. Lotze.

VII. Sektion: **Botanik.** Sektionsführer: Hofgarteninspektor Jaeger. Schriftführer: Hofapotheker Oswald sen.

VIII. Sektion: **Zoologie und vergleichende Anatomie.** Sektionsführer: Hofrat Dr. Senft. Schriftführer: Lehrer Axthelm.

IX. Sektion: **Entomologie.** Sektionsführer: Oberlandjägermeister von Strauch. Schriftführer: Rentier Mirus.

X. Sektion: **Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht.** Sektionsführer: Professor Weissenborn. Schriftführer: Lehrer Eigemann.

Die übrigen Sektionen sind nur für Ärzte.

Einladung zur Philologenversammlung in Karlsruhe.

Wir erhielten aus Karlsruhe folgendes Einladungsschreiben, welches zugleich an alle Fachgenossen, resp. Leser dieses Blattes gerichtet ist!

Euer Wohlgeboren ist durch die öffentlichen Ankündigungen zur Kenntnis gekommen, dafs die 36. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in den Tagen vom 27—30. September d. J. hier in Karlsruhe tagen wird.

Der Unterzeichnete, vor kurzem zum Einführenden bestimmt für die „Sektion für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“ erlaubt sich, in dieser Eigenschaft, Sie zur Teilnahme an den Verhandlungen genannter Sektion einzuladen und verknüpft damit die Bitte, Sie möchten diese Sektion mit einem Vortrage über ein ihrem Gebiet angehöriges Thema, beehren und eventuell die Anmeldung dieses Themas an den Unterzeichneten gelangen lassen.

Hochachtungsvoll

Karlsruhe, 19. Juli 1882. **P. Treutlein**, Prof.
(Bismarckstrafse 79.)

Vorschläge zu Diskussionen für die „Sektionen für math. und naturw. Unterricht“ in der Philologen- und Naturforscher-Versammlung.

Aufser unsern wichtigen Themen in XII, 411, auf die wir hier ganz besonders verweisen, schlagen wir noch folgende vor:

1. Über die Winkelbenennung bei durchschnittenen Parallellinien.
2. Wieviel ist von den Determinanten zu lehren?
3. Über die Winkelbezeichnung $\widehat{ABC}$ statt des Zeichens $\angle$ oder $\measuredangle$ oder gar $<$.
4. Über die Bezeichnung $\cos\alpha^2$ statt $\cos^2\alpha$ oder $(\cos\alpha)^2$.

Die Redaktion.

Bei der Redaktion eingelaufen.

(Juli 1882.)

Jacob Steiners ges. Werke. ed. Weierstrafs. 2. Bd. Berlin, Reimer. 1882.
Riemann, Vorlesungen über partielle Differentialgleichungen, herausgegeben von C. Hattendorf. 3. Aufl. Braunschweig, Vieweg u. S. 1882.
Zeuthen, Grundrifs einer elementar-geometrischen Kegelschnittslehre. Lpz., Teubner. 1882.
Reidt, die trigonometrische Analysis (planim. Konstruktions-Aufgaben). Leipzig, Teubner. 1882.
Köstler, Vorschule der Geometrie. 2. Aufl. Halle, Nebert. 1882.
Beer, Einleitung in d. höhere Optik. 2. Aufl. v. V. Lang. Braunschweig, Vieweg. 1882.
Wallentin, Lehrbuch d. Physik. 3. Aufl. (f. Gymnasien). Wien, Pichlers Witwe u. S. 1882.
— Grundzüge d. Naturlehre (f. Gymn.). ib.
Heller, Geschichte der Physik. 1. Bd. (Von Aristoteles bis Galilei.) Stuttgart, Enke. 1882.

Zeitschriften und Programme.

Central-Organ f. d. Int. d. R.-W. X, 6—7.
Zeitschr. f. d. Realschulwesen. VII, 6.
Paed. Archiv. XXIV, 6.
Nouv. Ann. d. Math. (Ser. III. t. I.) Juillet 1882.
Festschrift z. 50j. Jubiläum d. Königst. Realschule in Berlin, veröffentl. v. Lehrerkollegium d. Anstalt. Berlin, Winckelmann u. S. 1882.
Jahresbericht d. K. K. Staatsrealschule a. Schottenfelde i. Wien von 1880 u. 1881 (enth. zwei Aufsätze von Villicus: „Das Zahlenwesen d. Völker i. Altertum und die Entwickelung des Zifferrechnens").

(August 1882.)

Hamilton, Elemente der Quaternionen, deutsch von Glan. 1. Bd. 1—2. Tl. Leipzig, Barth. 1881.
Noth, Die Arithmetik der Lage. Ein neues Hilfsmittel zur analytischen Behandlung der Raumlehre. Leipzig, ib. 1882.
Lembcke, Allgemeine Arithmetik in ihrer Beziehung zum praktischen Rechnen. Wismar, Hinstorff. 1882.
Roese, Richtung und Länge der geraden Linien oder Lehre von den Winkeln und der Kongruenz der Figuren. 2. verb. Aufl.
Mauritius, Transporteur und Mafsstab z. Gebrauch b. Unterricht i. Planimetrie u. Trigonometrie. Coburg, Verlag d. Riemann'schen Hofbuchhandlung i. Coburg. 4. verb. u. verm. Aufl.
Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität. (Zugleich als dritte, völlig umgearbeitete Auflage der Lehre vom Galvanismus u. Elektromagnetismus). I. Bd. Braunschweig, Vieweg. 1882.
Dippel, Das Mikroskop u. seine Anwendung. 2., umgearb. Aufl. I. Tl. (Handbuch der allgemeinen Mikroskopie.) 1 Abt. ib. 1882.
Eger, Technologisches Wörterbuch in englischer und deutscher Sprache etc. I. Tl. Englisch-Deutsch. Technisch durchgesehen und vermehrt von O. Brandes (Chemiker). ib. 1882.
Roscoe-Schorlemmer, Kurzes Lehrbuch d. Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. 7. verb. Aufl. ib. 1882.
Schmidt, Leitfaden für den Unterricht in ausgewählten Kapiteln der chemischen Technologie. Graz, Leuschner & Lubensky. 1882. (geb. Exempl.)

Medicus, Unsere eſsbaren Schwämme. Popul. Leitfaden z. Erkennen u. Benutzen der bekanntesten Steinpilze. (Mit 23 col. Abb.) Kaiserslautern. 1882.

Zeitschriften.

Central-Organ etc. X, 8—9 (Doppelheft). — Paed. Archiv XXIV, 7. — Oest. Zeitschr. f. d. R.-W. VII, 7—8. — Zeitschr. f. Schulgeographie. III, 6.

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

In Sachen der Programmschau: Für den Herausgeber ds. Z. ist es vom Anfang an aus leicht begreiflichen litterarischen Gründen Wunsch, bezw. Prinzip gewesen, daſs der Programm-Referent jedes Landes (j. Provinz), wo möglich entweder in der Hauptstadt des betr. Landes (d. betr. Prov.) oder in der (einer) Universitätsstadt desselben (ders.) seinen Sitz habe. Das war aber nicht immer zu erreichen, namentlich dann nicht, wenn sich willige und geeignete Persönlichkeiten fanden, die an kleinen Orten wirkten. Dennoch verfolgt der Herausgeber ds. Z. auch jetzt noch dieses Princip und frägt daher an, ob sich für die verlassene Provinz Hannover, welche einstweilen von einem anderen Landsmann vertreten wird, nicht ein würdiger Programm-Referent in Hannover oder Göttingen findet? Ebenso sind noch vakant: die Länder Würtemberg, Baden, Reichslande, Anhalt mit Braunschweig und Baiern, letzteres bezügl. der naturgeschichtl. Progr. Offerten von tüchtigen Persönlichkeiten nimmt gern entgegen die Redaktion, da sie von 1883 ab die Programmschau von ganz Deutschland vollständig zu bringen wünscht.

B. Spezieller.

Quittungen über eingelaufene Beiträge. I. Aufsätze: Hr. **F. M.** i. **H.** „Über Reihenzahlen und deren Verwendung i. Elementarunterricht" und „Zur Definition der Symbolisierung der Wurzel". — Dr. **H.** i. **B.** „Über Reduktion der Summe od. Differenz gemeiner Brüche". — Prof. **M.** i. **M.** „Das sächs. Gymnasial-Regulativ" II. Art. — Dr. **Z.** i. **L.** (Hannover). Ihre Programmsendung nützt uns und Ihnen wenig. Wir selbst besprechen Programme nicht. — **W. H.** i. **D.** Die in Ihrem Programm gebrauchte Form der „Kettendivision" hatten auch andre schon. — Dr. **C. N.** i. **U.** Einen Artikel über phys. Unterr. mit Rücks. auf die neuen preuſs. Lehrpläne? — wenn er kurz ist! — **H.** i. **F.** (Schweiz.) „Ein Universalwellenapparat". Ihr Apparat ist leider nicht neu, sondern bereits 1869/70 von Prof. Mach i. Prag erfunden (vrgl. Carls Rep. d. Phys. Bd. VI, S. 8); er war 1873 auf der Wiener Weltausstellung, wurde dort prämiiert, ist auch in Müller-Pfaundler beschrieben und befindet sich in vielen hundert Exemplaren in verschiedenen Sammlungen Österreichs, Deutschlands, Ruſslands und der vereinigten Staaten.

II. Zum Aufgaben-Repertorium. (Bis Ende August.) Auflösungen liefen ein von den Herren: Stoll i. B. zu no. 222—223, 230 bis 235, 236—243 u. 246. — Fuhrmann in K. zu no. 222—244 mit Ausnahme von 223. — Kiehl i. Br. zu no. 227—235. — Neue Aufgaben von: Stoll i. B. drei arithm. A.; G.-R. Schlömilch i. Dr. Arithmetische Sätze. — Kiehl i. Br. sieben geom. A.

(Geschlossen am 31. August.)

Druckfehler.

S. 292. Z. 7 v. o. lies § 32 st. 52.

Zur vierten Rechnungsstufe.

Von Dr. H. Gerlach in Parchim.

Das genannte Problem hat bis jetzt noch keine umfassende Bearbeitung gefunden, es ist kaum der Anfang zu einer solchen gemacht worden. Die hierauf bezüglichen Untersuchungen beschäftigen sich mehr oder weniger mit irgend einer einzelnen Aufgabe. Abgesehen von Joh. Bernoullis geometrischer Untersuchung der Kurve $x^x = y$ (Joh. Bernoullii opera I, S. 184) sind zunächst zu erwähnen eine Abhandlung Eisensteins (Crelles Journal. J. 1844, B. 28, S. 49), ferner zwei Aufsätze Pauggers. Der erste von diesen (Jahresbericht der Landstrasser k. k. Oberrealschule zu Wien, 1859) sucht gewisse allgemeine Gesichtspunkte für sämtliche Rechnungsstufen aufzustellen, ist aber später dem Verfasser selbst bedenklich erschienen, der andere (Grunerts Archiv Jahrg. 1860, B. 35, S. 21) entwickelt den Ausdruck $a^{(a^{(a \cdots}}$ in eine nach log a fortlaufende Reihe, ohne jedoch die Frage nach der Convergenz zu berühren und ohne den Übergang von einer endlichen Anzahl der Exponenten zu einer unendlichen zu machen. Die letzere Aufgabe war bereits von Eisenstein gelöst, ein erster mathematischer Versuch im fünfzehnten Lebensjahre. In der oben erwähnten Abhandlung Eisensteins wird der Ausdruck $a^{\left(a^n\right)}$ in eine Reihe entwickelt, und es wird als specieller Fall erhalten

$$a^{(a^{(a \dots \text{ in inf.}}} = 1 + \log a + 3\,\frac{(\log a)^2}{2!} + 4^2\,\frac{(\log a)^3}{3!} + 5^3\,\frac{(\log a)^4}{4!} + 6^4\,\frac{(\log a)^5}{5!} + \dots,$$

welche Gleichung Gültigkeit hat von $a = 0,\ 6922 \dots$ bis $a = 1$. Das nämliche Problem ist dann nochmals von Lemoyne be-

arbeitet worden: Sulla convergenza dell' espressione infinita $x^{x^{x \cdots \text{in inf.}}}$, Genova. Ferner hat Grunert einen kleinen Aufsatz veröffentlicht über lim $x^x = 1$ (Grunerts Archiv B. 53, S. 510).*)

Auch die vorliegende Arbeit behandelt in der Hauptsache nur einige speciellere Fragen, die beim Schulunterricht zur Übung im logarithmischen Rechnen Verwendung finden können. Hiermit verknüpfe ich dann den Versuch, für die vierte Rechnungsstufe, für welche noch nicht einmal die Bezeichnungen feststehen, einzelne brauchbare Punkte zu gewinnen.

Den Ausgangspunkt für die vierte Stufe bildet die Aufgabe, m gleiche Zahlen a durch successives Potenzieren zu einer neuen Zahl zu verbinden. Hier entsteht nun zunächst die Frage, ob eine neu hinzutretende Zahl a die Stelle des Dignanden, oder des Exponenten einnehmen müsse, ob also z. B. aus drei gleichen Zahlen a die Potenz $a^{(a^a)}$, oder die Potenz $(a^a)^a$ zu bilden sei. Die letztere Form geht aber, wie schon Paugger hervorhebt, nicht über die dritte Stufe hinaus, denn bei m maliger Wiederholung des Buchstabens a erhält man nach einem bekannten Satze die Potenz $a^{(a^{m-1})}$. Anders verhält es sich dagegen mit dem Ausdruck $a^{(a^{(a \cdots}}$. Bei m maliger Wiederholung des Buchstabens a erhält man eine Form, welche innerhalb der dritten Stufe keine Abkürzung zuläſst. Führt man dagegen eine conventionelle neue Bezeichnung ein, so gelangt man damit zur vierten Stufe.

Die Bezeichnung a^4m (a mit m auf der vierten Stufe verbunden), welche Paugger vorschlägt, erscheint mir nicht zweckmäſsig: es könnte a^4 als Potenz gedeutet werden, und im Übrigen erweist sich die Bezeichnung für vorkommende Rechnungen als überaus unbequem. Ich werde mich im Nachstehenden der Schreibform ${}^m a$ bedienen. Demnach ist ${}^1 a = a$, ${}^2 a = a^a$, ${}^4 a = a^{\left[a^{(a^a)}\right]}$ u. s. w.

---

*) Es sind dies die einzigen Vorarbeiten, die ich habe auffinden können. Fachgenossen, denen noch andere Aufsätze verwandten Inhalts bekannt sein sollten, würden mich durch gefällige Mitteilung der betreffenden Titel sehr verbinden.

Die Definitionen der indirekten und der inversen Operation ergeben sich unmittelbar. Zur Bezeichnung wähle ich wiederum Formen, welche den auf der dritten Stufe gebräuchlichen ähnlich sind.

Ist nämlich ${}^{m}a = b$, so sei

$$1)\ a = \overline{b}\overset{m}{V},$$

$$2)\ m = \overset{a}{\text{Men}}\, b \text{ (Mensor).}$$

Den Definitionen zufolge mufs m eine natürliche Zahl sein. Ob eine Erweiterung möglich ist, bleibt zunächst dahingestellt. Hingegen könnte a complex sein.

Um die Schwierigkeiten nicht zu häufen, nehmen wir hier a stets als reell, aufserdem als positiv, falls nicht das Minuszeichen ausdrücklich hinzugefügt ist.

Die Berechnung des Ausdrucks ${}^{m}a$ erfolgt durch successives Potenzieren. Da jedoch ${}^{m+1}a = a^{({}^{m}a)}$ ist, so entsteht die Hülfsgleichung

$$\log {}^{m+1}a = {}^{m}a \,.\, \log a.$$

Vermittelst derselben kann man von ${}^{m}a$ zu ${}^{m+1}a$ gelangen, ebenso aber von ${}^{m+1}a$ zu ${}^{m}a$. Man kann also in geeigneten Fällen auch die indirekte Operation ausführen. Setzt man z. B. $65536 = {}^{x}2$, so ist

$$\frac{\log 65536}{\log 2} = 16 = {}^{x-1}2, \text{ ferner}$$

$$\frac{\log 16}{\log 2} = 4 = {}^{x-2}2 = {}^{2}2,$$

also

$$x = \overset{2}{\text{Men}}\ 65536 = 4.$$

Bezeichnet man die hierbei sich wiederholende Rechnungsform $\frac{\log {}^{v}a}{\log a}$ durch das Symbol $R_1\,({}^{v}a)$, bei m maliger Wiederholung durch $R_m({}^{v}a)$, so ist

$$R_m({}^{v}a) = {}^{v-m}a,$$

$$R_{m+n}({}^{v+n}a) = R_m({}^{v}a),$$

also

$$^{1}a = R_1(^{2}a) \quad = \frac{\log {}^{2}a}{\log a} = a,$$

$$^{0}a = R_1(^{1}a) \quad = \frac{\log a}{\log a} = 1,$$

$$-^{1}a = R_1(^{0}a) \quad = \frac{\log 1}{\log a} = 0,$$

$$-^{2}a = R_1(-^{1}a) = \frac{\log 0}{\log a} = \mp \infty,$$

je nachdem $a \gtrless 1$ ist,

$$-^{3}a = R_1(-^{2}a) = \frac{\log + \infty}{\log a} = - \infty,$$

wenn $a < 1$ ist.

Der Ausdruck $-^{m}a$ hat demnach keine Bedeutung, ausgenommen in den eben angegebenen Fällen.

Für die Glieder der Reihe

$$^{1}a, \quad ^{2}a, \quad ^{3}a, \ldots \quad ^{v}a, \quad ^{v+1}a, \ldots$$

gelten folgende Relationen:

$$1) \quad ^{v}a : \log {}^{v+1}a = 1 : \log a;$$

$$2) \quad (^{v}a)^{(^{w}a)} = (^{w+1}a)^{(^{v-1}a)};$$

$$3) \quad (^{v+1}a)^{(^{v-1}a)} = (^{v}a)^{(^{v}a)} = {}^{2}(^{v}a).$$

Die erste Gleichung ist bereits früher erwähnt worden, die Richtigkeit der zweiten ergiebt sich, wenn man logarithmiert, denn man erhält

$$^{w}a \,.\, ^{v-1}a \,.\, \log a = {}^{v-1}a \,.\, ^{w}a \,.\, \log a,$$

die dritte bezeichnet einen speciellen Fall der zweiten. Nach 2) und 3) ist z. B.

$$(^{3}a)^{(^{7}a)} = (^{8}a)^{(^{2}a)}, \quad (^{5}a)^{(^{3}a)} = {}^{2}(^{4}a).$$

Nach 3) ist also jedes Glied der aufgestellten Reihe gleichsam eine mittlere Proportionale zwischen dem vorangehenden und dem nachfolgenden Gliede, aber auch nur zwischen diesen. Während z. B. a^4 die (wirkliche) mittlere Proportionale zwischen a^3 und a^5, ebenso zwischen a^2 und a^6 ist u. s. w., so kann ^{4}a nicht aus ^{2}a und ^{6}a nach demselben Gesetze gebildet werden,

nach welchem es aus ${}^{3}a$ und ${}^{b}a$ entsteht. Die Gleichung 3) kann also nicht zur Interpolation neuer Glieder von der Form ${}^{m}a$, bei welcher m gebrochen wäre, benutzt werden; auch die übrigen Interpolationsmethoden versagen, die Paugger'sche Reihe ist ebensowenig anwendbar. Man kann indessen auf künstlichem Wege zu interpolierten Gliedern gelangen.

Fügt man nämlich in dem Ausdrucke ${}^{m}a$ dem obersten Exponenten a den Exponenten a^0 hinzu, so entsteht keine Veränderung; läfst man dann den Exponenten 0 allmählich bis 1 wachsen, in welchem Falle man zuletzt zu ${}^{m+1}a$ gelangt, so erhält man unendlich viele Zwischenglieder mit völlig bestimmter Bedeutung. Ist nun 0 auf $\frac{v}{w}$ angewachsen, so werde das betreffende Glied durch ${}^{m|\frac{v}{w}}a$ bezeichnet. Demnach ist z. B.

$$ {}^{2|\frac{1}{5}}a = a^{\left(a^{\left(a^{\frac{1}{5}}\right)}\right)}, \qquad {}^{1|\frac{1}{5}}a = a^{\left(a^{\frac{1}{5}}\right)}, \qquad {}^{0|\frac{1}{5}}a = a^{\frac{1}{5}}. $$

Für Ausdrücke dieser Art bleiben die unter 1—3 angegebenen Relationen noch immer gültig. Definiert man im Anschlufs hieran den Ausdruck ${}^{m|\frac{v}{w}}a$ durch die Gleichung

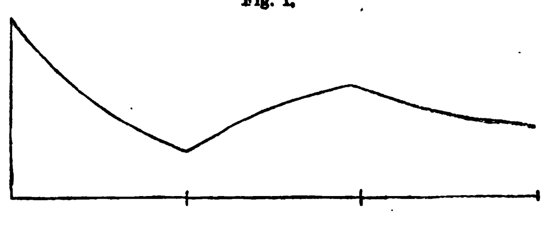
$$ R_m\left({}^{m|\frac{v}{w}}a\right) = a^{\frac{v}{w}}, $$

so ist die Erweiterung zulässig, dafs $\frac{v}{w}$ die Einheit übersteigen kann.

Bei graphischer Darstellung der Gleichung ${}^{x}a = y$, in welcher x gebrochen sein darf $\left(= {}^{m|\frac{v}{w}}\right)$ erhält man eine Kurve, die für jeden ganzen Wert von x eine hervortretende Spitze bildet.

Die beistehende Figur, für welche $y = {}^{x}(\frac{1}{4})$ ist, läfst aufser den erwähnten Spitzen noch erkennen, dafs die Kurve in den aufeinanderfolgenden Intervallen abwechselnd convex und concav zur Abscissenachse ist.

Fig. 1.



Läfst man in dem Ausdruck ${}^{m}a$, wo m eine natürliche Zahl bedeute, m bis ins Unendliche wachsen, so wächst nicht notwendig auch ${}^{m}a$ in gleicher Weise. Setzt man z. B. $a < 1$, so ist sofort klar, dafs ${}^{m}a$ für keinen Wert von m die Einheit erreicht. Zunächst sei nun $a < 1$, und es seien a_1, a_2, a_3, a_4, $a_5 \ldots\ldots$ die Werte der Ausdrücke ${}^{1}a$, ${}^{2}a$, ${}^{3}a$, ${}^{4}a$, ${}^{5}a \ldots\ldots$ Trägt man diese Werte als Abscissen auf einer Geraden aus dem Anfangspunkte O ab, so erhält man folgendes Schema:

$$O \quad a_1 \quad a_3 \quad a_5 \ldots\ldots \quad a_6 \quad a_4 \quad a_2.$$

Jedes Glied mit geradem Index ist gröfser als ein Glied mit gröfserem geraden Index und zugleich gröfser als jedes Glied mit ungeradem Index, jedes Glied mit ungeradem Index ist kleiner als ein Glied mit gröfserem ungeraden Index. Der Beweis erfolgt durch den Schlufs von m auf $m + 1$ unter der Voraussetzung, dafs $a_1 < a_3 < a_2$ ist.

Diese Werte, welche den aufeinanderfolgenden Näherungswerten eines Kettenbruches vergleichbar sind, nähern sich offenbar einem bestimmten Grenzwerte. Bezeichnet man denselben durch u, so mufs $a^u = u$, oder $a = \sqrt[u]{u}$ sein. Durch diese Gleichung ist u bestimmt, ihre Auflösung wird an späterer Stelle besprochen werden. Ist also $a = \sqrt[u]{u}$, so ist ${}^{\infty}a = u$.

Die Gleichung $a = \sqrt[u]{u}$ liefert ersichtlich nur dann einen Wert für u, wenn a eine gewisse Gröfse nicht übersteigt. Zur Bestimmung derselben differenziert man und erhält

$$\frac{da}{du} = \sqrt[u]{u} \cdot \frac{1 - \log \operatorname{nat} u}{u^2}.$$

Für $u = e$ erhält also a sein Maximum. Es ist aber $\sqrt[e]{e} = 1{,}44459 \ldots.$ Ist demnach $a > 1{,}44 \ldots$, so hat ${}^{\infty}a$ keinen endlichen Grenzwert. Ist hingegen $a = 1{,}44 \ldots.$ so ist ${}^{\infty}a = e$, und ist $a < 1{,}44 \ldots.$, so ist ${}^{\infty}a < e$. (Vergleiche jedoch Seite 433.)

Dem fortgesetzten Potenzieren, der Potenzkette, ist analog das fortgesetzte Radizieren, die Wurzelkette. Radiziert man a durch a, durch die erhaltene Zahl wiederum a und so fort, so ist auch hier eine Fortsetzung bis ins Unendliche möglich.

Gelangt man dabei zu einem Grenzwert w, so ist $\sqrt[w]{a} = w$, oder $a = w^w = {}^2w$. Durch diese Gleichung, deren Auflösung ebenfalls erst an späterer Stelle besprochen werden wird, ist w ausreichend bestimmt. In derselben kann a kein Maximum haben, wohl aber ein Minimum. Da nun

$$\frac{da}{dw} = w^w(1 + \log . \text{nat} . w)$$

ist, so tritt das Minimum für $w = \frac{1}{e} = 0{,}36\ldots$, oder für $a = 0{,}6922\ldots$ ein.

Ist $a > 0{,}6922\ldots$, so erhält man für die Wurzelkette mit wachsender Zahl der Glieder ein ähnliches Schema, wie für die Potenzkette; ist $a < 0{,}6922\ldots$., so gelangt man durch fortgesetztes Radizieren zur Null.

Die Operation des fortgesetzten Radizierens verlangt ebenso, wie die des fortgesetzten Potenzierens, eine kurze Bezeichnung. Da sich dieselbe jedoch mit Hülfe des Zeichens ${}^ma$ herstellen läſst, so wird es genügen, nur zum Zweck der betreffenden Untersuchung ein transitorisches Zeichen einzuführen.

Eine Wurzelkette der oben beschriebenen Art, in welcher der Buchstabe a m mal enthalten sei, werde durch ${}^{\binom{w}{m}}a$ bezeichnet.

Nun ist ${}^{\binom{w}{2}}a = \sqrt[a]{a} = a^{1:a} = 1 : \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{a}} = 1 : {}^2\left(\frac{1}{a}\right)$, ferner

${}^{\binom{w}{3}}a = \sqrt[\sqrt[a]{a}]{a} = a^{1:\sqrt[a]{a}} = a^{{}^2\left(\frac{1}{a}\right)} = 1 : {}^3\left(\frac{1}{a}\right)$ dem entsprechend

${}^{\binom{w}{m}}a = 1 : {}^m\left(\frac{1}{a}\right)$.

Eine aus a gebildete, bis ins Unendliche fortgesetzte Wurzelkette hat den Wert $1 : {}^\infty\left(\frac{1}{a}\right)$, oder es ist

$${}^{\binom{w}{\infty}}a = \left[{}^\infty\left(\frac{1}{a}\right)\right]^{-1}.$$

In dem links stehenden Ausdruck hat nach dem früher Gesagten, wenn ein Grenzwert stattfinden soll, a den Minimalwert $0{,}6922\ldots$, in dem rechts stehenden unter der nämlichen

Bedingung $\frac{1}{a}$ den Maximalwert 1,44 ....., oder wiederum a den Minimalwert 0,6922 ...

Auch bei der Wurzelkette ist eine Interpolation möglich, ähnlich derjenigen bei der Potenzkette.

Die Auflösung der Gleichungen $a = w^w$ nach w und $a = \sqrt[u]{u}$ nach u erfolgt durch Annäherung, indem man zuvor die logarithmischen Gleichungen

$$\log a = w \log w$$
$$\log a = \frac{1}{u} \log u$$

bildet. Es fragt sich daher blofs, wie viel reelle Wurzeln beide Gleichungen haben, und ob auch negative Wurzeln möglich sind.

1) Die Gleichung $\log a = w \log w$ habe die positive Wurzel $w = r$, und es werde angenommen, dafs sie auch die Wurzel mr habe. Dann ist

$$r \log r = mr \log mr,$$
$$\log r = \frac{m \log m}{1 - m}.$$

Für jeden nur möglichen positiven Wert von m giebt es daher ein zugehöriges r. Da nun $m \log m$ und $(1 - m)$ stets entgegengesetzte Zeichen führen, so ist r stets kleiner als 1, demnach auch $a (= r^r) < 1$. Liegt also a zwischen den Grenzen 1 und 0,6922..., so liefert die Gleichung $a = w^w$ zwei positive Wurzeln; für $a > 1$ erhält man nur eine, für $a < 0{,}6922...$ keine positive Wurzel.

2) Die Gleichung $\log a = \frac{1}{u} \log u$ habe die positive Wurzel s und es werde angenommen, dafs sie auch die Wurzel ns habe. Dann ist

$$\frac{1}{s} \log s = \frac{1}{ns} \log ns,$$
$$\log s = \frac{\log n}{n - 1}.$$

Hier haben $\log n$ und $n - 1$ stets gleiche Vorzeichen, es mufs demnach $s > 1$ sein, ebenso $a \left(= \sqrt[s]{s}\right) > 1$.

Liegt also a zwischen den Grenzen 1 und 1,44...., so hat die Gleichung $a = \sqrt[u]{u}$ zwei positive Wurzeln; für $a < 1$ erhält man nur eine, für $a > 1{,}44\ldots$ keine positive Wurzel.

3) Die unter 1) und 2) gefundenen Grenzbestimmungen können kombiniert werden. Es sei für einen gegebenen positiven Wert von a zugleich $a = w^w$ und $a = \sqrt[u]{u}$. Liegt a zwischen den Grenzen 1,44.... und 0,6922.... $\left(\sqrt[e]{e}\right.$ und $\left.{}^2\left(\frac{1}{e}\right) = 1 : \sqrt[e]{e}\right)$, so haben beide Gleichungen zusammen drei positive Wurzeln; liegt a aufserhalb der angegebenen Grenzen, so haben beide Gleichungen zusammen nur eine einzige positive Wurzel.

4) Die beiden Gleichungen können offenbar auch negative Wurzeln haben, denn es ist z. B. $(-2)^{-2} = \frac{1}{4}$.

Es sei nun $-r$ eine Wurzel der Gleichung $a = \sqrt[u]{u}$ Dann ist

$$a = \sqrt[-r]{-r} = (-r)^{\left(-\frac{1}{r}\right)} = \left(-\frac{1}{r}\right)^{\frac{1}{r}}.$$

In dem letzteren Ausdrucke verfchwindet aber das negative Vorzeichen, wenn $\frac{1}{r}$ ein Bruch von der Form $\frac{2\mu}{2\nu + 1}$ ist. Man hat folglich die Gleichung $a = \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{1}{r}}$ in der Art zu lösen, dafs für die Unbekannte $\frac{1}{r}$ stets Näherungswerte von der Form $\frac{2\mu}{2\nu + 1}$ gewählt werden.

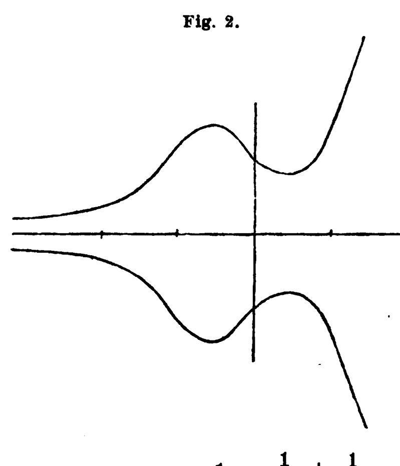
Hieraus ergiebt sich das Resultat, dafs eine negative Wurzel der Gleichung $a = \sqrt[u]{u}$, wenn man das Vorzeichen wegläfst, mit dem reziproken Werte einer positiven Wurzel der Gleichung $a = w^w$ übereinstimmt. Das Entsprechende gilt für die negativen Wurzeln der Gleichung $a = w^w$.

Berücksichtigt man das unter 3) Gesagte, so ergiebt sich, dafs jede der Gleichungen $a = w^w$ und $a = \sqrt[u]{u}$ drei reelle Wurzeln hat, wenn a zwischen den Grenzen 1,44.... und 0,6922.... liegt, in den übrigen Fällen nur eine. Giebt man

einer negativen Wurzel der einen Gleichung das positive Vorzeichen und bildet ihren reciproken Wert, so erhält man eine positive Wurzel der andern Gleichung.

Es sei z. B. $x^x = 0,707166\ldots = \sqrt[2]{0,5}$. Dann hat x die positiven Werte 0,25 und 0,5. Aufserdem erhält man aber den negativen Wert $-1,3043\ldots = -(1:0,76670\ldots)$. Dieser zeigt an, dafs $0,76670\ldots$ eine Wurzel der Gleichung $0,707166\ldots = \sqrt[x]{x}$ ist, und zwar der einzige positive.

Eine selbständigere Bedeutung erlangen derartige negative Wurzeln, wenn man die betreffenden Gleichungen graphisch darstellt. Man erhält alsdann in den drei späteren Quadranten statt kontinuierlich verlaufender Kurvenzweige nur isolierte Punkte, die jedoch unendlich nahe neben einander liegen. Es folgt dies aus dem unter 4) Gesagten, dafs nämlich in dem erwähnten Falle die Unbekannte stets von der Form $\frac{2\mu}{2\nu+1}$ sein müsse.


Fig. 2.

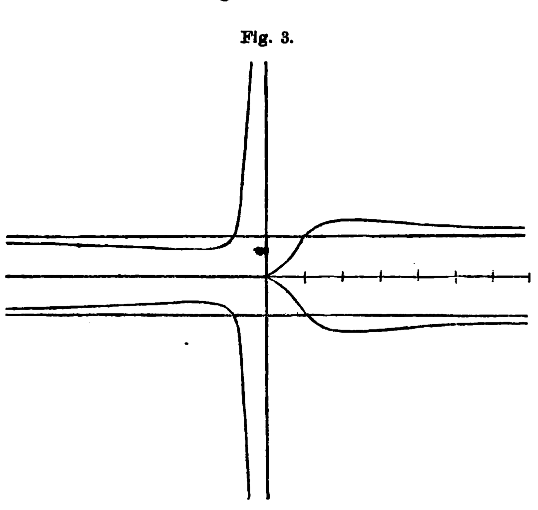
In Figur 2 ist die Kurve $y = x^x$ dargestellt. Im ersten Quadranten hat y sein Minimum 0,6922... für $x = \frac{1}{e}$, im zweiten sein Maximum 1,44... für $x = -\frac{1}{e}$. Für $x = 0$ und $x = 1$ ist $y = 1$. Innerhalb dieses Intervalles ist der Flächeninhalt auf der positiven Seite der Ordinaten darstellbar durch die Reihe

$$1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^5} - \ldots$$

(Joh. Bernoulli a. a. O. und Klügel II, pag. 176.) Drehet man die Kurve um die Yachse, dafs der zweite Quadrant zum ersten wird, so ist $\eta = {}^{\binom{w}{2}}\left(\frac{1}{\xi}\right)$ die Gleichung der neuen Kurve. Für $x = \xi$ ist dann $y \cdot \eta = 1$.

In Figur 3 ist die Kurve $y = \sqrt[x]{x}$ dargestellt. Sie hat drei Asymptoten und innerhalb des ersten Quadranten zwei Wendepunkte. Für $x = e$ hat y sein Maximum 1,44... Drehet man die Kurve um die Yachse, dafs der zweite Quadrant zum ersten wird, so ist $\eta = {}^{2}\!\left(\frac{1}{\xi}\right)$ die Gleichung der neuen Kurve. Für $x = \xi$ ist dann $y \cdot \eta = 1$.

Fig. 3.



Die Wurzeln der Gleichungen $a = w^w$ und $a = \sqrt[u]{u}$ sind, wie früher gezeigt wurde, zugleich die Werte der Ausdrücke $\binom{w}{\infty}a$ und ${}^{\infty}a$. Liegt nun a zwischen den Grenzen 1,44.... und 0,6922...., so tritt nach dem Vorigen der eigentümliche Fall ein, dafs entweder die unendliche Wurzelkette, oder die unendliche Potenzkette zwei Grenzwerte hat. (Vergleiche hierzu Seite 429.)

Hierüber wäre zunächst zu bemerken, dafs zwar z. B. der Wert des Ausdruckes ${}^{\infty}a$ eine Wurzel der Gleichung $a = \sqrt[u]{u}$ sein mufs, dafs aber nicht notwendig jede der möglichen Wurzeln den Wert des Ausdrucks ${}^{\infty}a$ darzustellen braucht, dafs also vielleicht eine Auswahl zu treffen ist.

In Wirklichkeit hat jedoch jede reelle Wurzel der beiden Gleichungen die Bedeutung eines Grenzwertes.

Man findet z. B. für ${}^{\infty}1{,}4\ldots$, wo $1{,}4\ldots = \sqrt[2]{2}$ sein möge, die Werte 2 und 4. Die Bedeutung des Wertes 2 ist leicht verständlich. Es nähern sich nämlich die Werte der Ausdrücke ${}^{2}(1{,}4\ldots)$, ${}^{3}(1{,}4\ldots)$ u. s. w. in ihrer Aufeinanderfolge der Zahl 2, und diese kann nicht überschritten werden, weil $(1{,}4\ldots)^2 = 2$

ist. Die Bedeutung des zweiten Grenzwertes 4 liegt darin, dafs er nicht überstiegen werden kann, wenn man 1,4.... zunächst mit $2 + \delta$ potenziert, wo δ einen unendlich kleinen Zuwachs bedeutet, mit dem erhaltenen Resultat wiederum 1,4... u. s. w.

Der Ausdruck $\infty \Big| \frac{v}{w}$ (1, 4...) in dem Sinn, wie er früher definiert wurde, hat also verschiedene Grenzwerte. Ist $\frac{v}{w} \overline{\gtrless} 2$, so ist 2 der Grenzwert; ist $\frac{v}{w} > 2$ und $\overline{\gtrless} 4$, so ist 4 der Grenzwert; ist $\frac{v}{w} > 4$, so ist ∞ der Grenzwert.

Nun findet man ferner auch den negativen Grenzwert $-0{,}76670\ldots = -(1 : 1{,}3043\ldots)$. Dann entspricht der Wert 1,3043... der Gleichung $(1, 4\ldots) = x^x$, oder es ist 1, 3043... der Grenzwert für die aus der Zahl 1, 4... gebildete Wurzelkette.

In gleicher Weise kann eine Wurzelkette einen positiven und einen negativen Grenzwert haben. Es wird z. B. aus der Gleichung $x^x = 0{,}707166\ldots$ erhalten: $x = 0{,}25$ und $x = 0{,}5$. Bildet man die Wurzelkette zu 0,707166..., so erhält man für diese zunächst den Grenzwert 0,5, denn es ist $\sqrt[0,5]{0{,}707166\ldots} = 0{,}5$. Radiziert man dagegen 0,707166... durch $0{,}5 + \delta$, wo δ einen unendlich kleinen Zuwachs bedeutet, dann durch die erhaltene Zahl wiederum 0,707166 ... u. s. w., so gelangt man zum zweiten Grenzwerte 0,25. Radiziert man endlich durch $0{,}25 + \delta$ und fährt in der eben angegebenen Art fort, so gelangt man zum Grenzwert Null. Die negative Wurzel der Gleichung $x^x = 0{,}707166\ldots$ entspricht der zugehörigen Potenzkette.

Die Zahl und die Gröfse der Grenzwerte werden übersichtlich, wenn man die Kurven ${}^{\infty}a = u$ und ${}^{\left(\frac{\omega}{\infty}\right)}a = v$, welche mit den Kurven $a = \sqrt[u]{u}$ und $a = v^v$ identisch sind, konstruiert.*)

In den späteren Quadranten erhält man, wie schon bemerkt wurde, nur isolierte Punkte.

Für die Rechnung haben die negativen Grenzwerte anscheinend keine selbständige Bedeutung, sie erscheinen als sym-

---

*) Vergl. Fig. 2 und Fig. 3. In Fig. 3 ist zu erkennen, dafs in den Fällen, wo zu dem nämlichen zwei positive (negative) x gehören, diese desto weiter von einander liegen, je mehr sich y der Einheit nähert.

bolische Bezeichnungen für die positiven Grenzwerte, die bei einer verwandten Aufgabe entstehen. Sie können jedoch auch in unabhängiger Bedeutung auftreten. Wenn man nämlich in der an früherer Stelle angeführten Gleichung

$$({}^{v}a)^{({}^{w}a)} = ({}^{w+1}a)^{({}^{v-1}a)}$$

$w = \infty$ setzt, so ist

$$({}^{v}a)^{({}^{\infty}a)} = ({}^{\infty}a)^{({}^{v-1}a)}.$$

Für den Fall nun, dafs ${}^{\infty}a$ drei Grenzwerte hat, die allgemein durch α bezeichnet werden mögen, so ist jedesmal

$$({}^{v}a)^{\alpha} = \alpha^{({}^{v-1}a)}.$$

Durch ein Zahlenbeispiel läfst sich dies leicht verifizieren. Man hat nur zu beachten, dafs bei negativem α der Exponent ${}^{v-1}a$ die Form $\frac{2\mu}{2\nu+1}$ haben mufs, wie dies an früherer Stelle gezeigt wurde.

Die Auflösung der Gleichung $a = x^x$ ist zugleich die Berechnung der Quadratwurzel auf der vierten Stufe. Ebenso fällt die Berechnung höherer Wurzeln zusammen mit der Auflösung bestimmter logarithmischer Gleichungen. Es zeigt sich hierbei, dafs z. B. für die dritte Wurzel fünf reelle Werte möglich sind.

Die Auflösung der Gleichung ${}^{x}a = b$ wird durch ein successives Verfahren erhalten. Es ist hierbei

$${}^{x-1}a = \frac{\log b}{\log a} = b',$$

$${}^{x-2}a = \frac{\log b'}{\log a} = b'', \text{ u. s. w.}$$

Haben nun a und b derartige Werte, dafs x keine ganze Zahl sein kann, so läfst sich doch stets für x ein Wert von der Form $m\left|\frac{v}{w}\right.$ finden, welcher unter Berücksichtigung der früher gegebenen Erklärung die Gleichung zu einer identischen macht. Hierbei ist freilich zu beachten, dafs eine derartige Lösung verschiedene Darstellungsformen gestattet, denn nach der voranstehenden Berechnung ist

$$b = a^{b'} = a^{(a^{b''})} = a^{\left(a^{\left(a^{b'''}\right)}\right)} \text{ u. s. w. oder}$$

$$b = {}^{0|b}a = {}^{1|b''}a = {}^{2|b'''}a \text{ u. s. w.}$$

Setzt man $\log\operatorname{nat} x = a$, so ist

$$x = e^a = 1 + a + \frac{a^2}{2!} + \frac{a^3}{3!} + \cdots$$

$$\log {}^2x = x \log x = a\left(1 + a + \frac{a^2}{2!} + \frac{a^3}{3!} + \cdots\right) = b$$

$${}^2x = e^b = 1 + b + \frac{b^2}{2!} + \frac{b^3}{3!} + \cdots$$

Setzt man in dieser Gleichung für b den voranstehenden Wert $a\left(1 + a + \frac{a^2}{2!} + \cdots\right)$ ein und ordnet nach a, so ist ${}^2x$ durch eine nach Potenzen von $\log\operatorname{nat} x$ fortlaufende Reihe dargestellt. Bei Fortsetzung dieses Verfahrens erhält man die entsprechenden Reihen für ${}^3x$, ${}^4x$, ${}^mx$. Die Berechnung der Coefficienten ist überaus mühsam und ist für jeden neuen Wert von m eine andere. Paugger hat sich dieser mühsamen Arbeit unterzogen und hat für einige Reihen die ersten 6—8 Coefficienten berechnet*), es bleibt jedoch zweifelhaft, ob die Einführung derartiger Reihen irgend welchen Nutzen gewährt. Es mag daher schliefslich nur ganz kurz bemerkt werden, dafs in derselben Art auch der Ausdruck ${}^{m|\frac{v}{w}}x$ in eine Reihe verwandelt werden kann.

---

*) Grunerts Archiv, Band 35, Jahrgang 1860. Die drei ersten der von Paugger berechneten Reihen sind:

1) ${}^2(e^x) = 1 + \frac{x}{1} + \frac{3}{2!} \cdot x^2 + \frac{10}{3!} \cdot x^3 + \frac{21}{4!} \cdot x^4 + \cdots$

2) ${}^3(e^x) = 1 + \frac{x}{1} + \frac{3}{2!} \cdot x^2 + \frac{16}{3!} \cdot x^3 + \frac{101}{4!} \cdot x^4 + \cdots$

3) ${}^4(e^x) = 1 + \frac{x}{1} + \frac{3}{2!} \cdot x^2 + \frac{16}{3!} \cdot x^3 + \frac{125}{4!} \cdot x^4 + \frac{1101}{5!} \cdot x^5 + \cdots$

In der ersten Reihe stimmen drei, in der zweiten vier, in der dritten fünf Glieder mit den entsprechenden Gliedern der Eisenstein'schen Reihe (Seite 423 ds. Hft.) überein. Letztere würde daher als wahrscheinliche Formel für ${}^{\infty}(e^x)$ aus den obigen drei Reihen abgeleitet werden können.

Kleinere Mitteilungen.

Einige Bemerkungen über das „Kartenzeichnen in der Schule".

Von K. Strösе in Dessau.

Durch die sechste göttinger These des ersten deutschen Geographentages (zu Pfingsten 1881) ist die Redaktion dieser Zeitschrift veranlaſst worden, die Diskussion über die von Prof. H. Wagner in jener These empfohlene Methode des „Kartenzeichnens in der Schule" anzuregen (XII_6, S. 483). Die betreffende These*) lautet:

> „Sie (die Versammlung) empfiehlt die Methode der Entwerfung freier, sich mehr an das Kartenbild anschlieſsender Skizzen einzelner Erdräume, da dieselbe auf einem richtigen Princip beruht und dem jedesmaligen Standpunkte des Auffassungsvermögens und der manuellen Geschicklichkeit des Schülers leicht angepaſst werden kann."

Mit fast einstimmiger Annahme dieser These ist der Geographentag durch einen positiven Vorschlag zwei Methoden entgegengetreten, welche jetzt ziemlich häufig angewendet werden, der Lohse'schen und jener so zu sagen κατ ἐξοχήν konstruktiven Methode, für welche das bekannte Werk von A. Dronke**) in den letzten Jahren Propaganda gemacht hat. In These 3 u. 4 werden vorher schon diese beiden Methoden verworfen. Begründend wird dort ganz richtig hervorgehoben, daſs Lohses Methode, welche alle Linienelemente der Karte durch die gerade Linie „ersetzen", resp. generalisieren

*) Nach den „Verhandlungen des Ersten deutschen Geographentages etc." (Berlin 1882) S. 134 No. 6 lautet die These (oder ist sie bezw. umgewandelt in):

„Sie empfiehlt die Methode der Entwerfung freier Skizzen einzelner Erdräume zur Wiedergabe typischer Verhältnisse der betreffenden Kartenbilder, da dieselbe in Umfang und Ausführung dem jedesmaligen Standpunkt des Auffassungsvermögens und der Handgeschicklichkeit des Schülers am leichtesten angepasst werden kann."

Wahrscheinlich hat der Herr Verf. ds. Artikels die oben gegebene Fassung der These unserm in XII, 482/3 gegebenen, (den deutsch. geogr. Bl. nachgedruckten) Berichte entnommen. Red.

**) Dir. Dr. Dronke, Geographische Zeichnungen, ein Hilfsmittel für den geographischen Unterricht. Bonn, Webers Verlag.

will, indem sie grundsätzlich die nicht durch Zirkel und Lineal darstellbaren Linien vermeidet, dafs diese „nicht geeignet ist, den Formensinn des Schülers zu befördern, vielmehr seinen Geschmack geradezu verderben mufs“; — Dronkes Weg andrerseits sei zu künstlich, die Menge von Hilfslinien und Stützpunkten habe keinen Wert für das Auffassungsvermögen von Seiten der Schüler und die Erlernung derselben belaste das Gedächtnis in hohem Grade.

In der That, lassen wir Lohse gleich bei Seite, auch Dronke scheint uns die Verbreitung nicht zu verdienen, deren er thatsächlich sich heute erfreut. Verfasser hat zwei Semester hindurch in einer Sexta, Quinta, Unter- und Obertertia den Versuch gemacht, (obwohl ihm aus Gründen theoretischer Art dieser Mechanismus von vorn herein unsympathisch war) den Weg des Herrn Dir. Dr. Dronke zu wandern, er hat ferner Gelegenheit gehabt, die während 6 Semestern à la Dronke erzielten Erfolge eines gerade für den geographischen Unterricht sehr interessierten Kollegen kennen zu lernen. Er ist jetzt von der Untauglichkeit dieser Methode überzeugt. Ganz abgesehen davon, dafs sie unverhältnismäfsig viel Zeit absorbiert, dafs auch ihre steifhalsigen Netze unschön sind, dafs sogar die Wahrheit (eines Quadrates oder Dreiecks zu Liebe) gelegentlich unangenehm leidet — ihm scheint am meisten tadelnswert zu sein, dafs Dronke bei Aufstellung seiner Liniensysteme an keiner Stelle, soviel ihm erinnerlich ist, auf die Projectionsart des Blattes und auf die geographische Lage der Punkte nach Meridian und Parallelkreis Rücksicht nimmt.

Versuchen wir jedoch, ohne die Polemik gegen Dronke weiter zu spinnen, auf Grundlage jener These 6 zu einem besseren Wege zu gelangen.

Das „richtige Princip“, ist das der Natürlichkeit und Einfachheit. Natürlich aber stellt nur derjenige einen Teil der Erdoberfläche kartographisch dar, der sich stets bewufst bleibt, bezüglich den Beschauer empfinden läfst, dafs er die Kugelfläche in der Ebene skizziert. Und bei dieser Art der Darstellung ist wiederum nichts einfacher, als sich zur Bestimmung der gegenseitigen Lage der Punkte einer Karte des Hilfsmittels der Coordinaten in der Kugeloberfläche, der irgendwie projicierten Meridiane und Parallelkreise zu bedienen.

Wie steht es nun mit der Aus- und Durchführung dieses „richtigen Principes“? Wenn Prof. Wagner in unserer These von Skizzen „einzelner Erdräume“ spricht, so möchte ich zwischen den Worten die Forderung lesen, zuerst und zumeist nur kleine Partien, nicht ganze Erdteile, grofse Länderkomplexe, sondern Einzelheiten, welche der Atlas entweder gar nicht, oder nicht genügend übersichtlich, oder nicht vom gewünschten Gesichtspunkte aus bringt, skizzieren zu lassen. Solche Specialbilder werden in der gleich eingehender zu schildernden Weise von der Klasse, ganz ohne

vorgedruckte Netze zu benutzen, leicht und schnell entworfen. Wenn verlangt wird, daſs der Schüler das Übersichtsblatt eines ganzen Kontinents zeichne, so ist das vorgedruckte Netz nicht zu entbehren. Für Skizzierung gedachter kleinerer Partien braucht der Schüler das Netz nicht.

Schon bei der ersten Betrachtung des Kartenbildes, wie solches die Wandkarte, bezüglich der Atlas, giebt, wird auf die, wohl zuerst von Kirchhof eingeführten, Merkpunkte besondere Rücksicht genommen. Gesetzt, in einer Untertertia sollen die Alpen behandelt werden. Wir würden zuerst den allgemeinen Umriſs (Contour) der alpinen Erhebung nach Italien zu, dann nach Frankreich, Deutschland und Ungarn hin an der Wandtafel skizzieren und hieran die allgemeinsten einleitenden Erläuterungen entwickeln. Gehen wir dazu über, das Alpengebiet kartographisch mit der Klasse zu skizzieren, so ist zunächst der Schüler zu veranlassen, nach einander folgende Punkte zu fixieren:

a) Donauquelle bei 48,26.*)
Wien bei 48,54.
Agram bei 46,54.
Lago maggiore (Tosa-Mündung) bei 46,26.

b) Genf bei 46,24.
Mittelmeerküste bei Toulon bei 43,24.
Küste an der Riviera di ponente bei 44,26.

c) Podelta bei 45,30.
Nordende des adr. Golfes südl. bei 46,31.

d) Brennerpaſs bei 47,29.
U. s. w.

Der Entwurf der Skizze**) beginnt damit, daſs die Schüler im Hefte durch die Mitte eines Blattes (auf absolute Genauigkeit kommt selbstverständlich nichts an) eine horizontale Gerade ziehen, welche den 46. Parallelkreis darstellt. Vertikal durch die Mitte des Blattes ziehen sie den 29. Meridian. Von dem Schneidungspunkte aus östlich wie westlich bis in die Nähe des Blattrandes, hier Genf, dort Agram. Teilt man jede der beiden Strecken in 5 gleiche Teile — mit Hilfe des allzeit bereiten Centimeterlineales ist derlei bald geschehen — so hat man die Punkte, in welchen die Meridiane 24 bis 34 den Breitenkreis schneiden. Wir markieren die mit geraden Zahlen durch einen stärkeren Teilstrich. Bis zum Rande des Blattes ausgezogen wird nur der 24. und 34. Man kann diese unbedenklich in Mercatorscher Weise parallel zeichnen. Der Längengrad verhält sich in diesen Gegenden zum Breitengrad etwa wie 2 : 3 (genauer: 10,419 : 15), wobei die Breitengrade etwas zu groſs genommen sind. Letzterer Umstand kömmt wenig in Be-

*) Verfasser meint hier: Parallelkreis 48, Meridian östlich von Ferro 26. Red.

**) Ein Bild dieser Skizze wurde absichtlich in diesem Hefte fortgelassen, da der Verfasser in einem zweiten Artikel die Herstellung von Skizzen in der Schule eingehender an Beispielen zeigen will. Red.

tracht, da der Tertianer wie er nun einmal ist, schon ohnedies durch mangelhaft gespitzten Bleistift oder ungenaues Lineal verhindert wird, vollkommen richtige Kartenbilder zu entwerfen, und, derartige Genauigkeit zu erreichen, welche Fehlerquellen, wie die bisher angenommenen, ausschlösse, überhaupt nicht in der Absicht des Lehrenden liegen kann. Das Verhältnis 2 : 3 kann nun für das zu zeichnende Blatt abgeschätzt oder berechnet werden, je nachdem man es für notwendig hält zu verfahren. Es resultieren aber sehr einfach die Schnittpunkte für die Parallelkreise 47,48 und 49 nach Norden und für 45 und 44 nach Süden hin. Von diesen würden wir die mit geraden Zahlen ausziehen lassen. Sämtliche oben unter a) bis d) gegebene Merkpunkte werden auf Grund dieses skizzierten Netzes von der Klasse leicht eingetragen.

So umständlich diese Procedur in ihrer Schilderung aussieht, so schnell und leicht wird sie dennoch vom Schüler geleistet.

Die Hauptangelpunkte für die weitere Ausführung des Blattes sind hiermit gegeben. In welcher Weise dieselbe zu leiten ist, behalten wir uns vor, späterhin zu erörtern. Nur das wollen wir zum Schlusse noch hervorheben, dafs die Merkpunkte, welche man nebenbei gesagt, natürlich nicht zu sehr häufen darf, vom Schüler spielend gelernt werden. Sitzen sie einmal fest, so sind sie unbestreitbar eine schätzenswerthe Unterlage für das Zeichnen speciell, wie für die topographischen Anschauungen überhaupt. Das Schätzen von Entfernungen ist offenbar durch kein anderes Mittel so sicher zu erreichen, wie durch dieses, welches zugleich die naturgemäfse und einfache Methode für das Entwerfen geographischer Skizzen vermittelt. Der Weg der Merkpunkte ist nicht gekünstelt, er macht kein mechanisches Auswendiglernen notwendig und er hat sich dem Verfasser seit 3 Jahren, während welcher Zeit er fast Tag für Tag von demselben benutzt und kultiviert wurde, als ein vortreffliches Hilfsmittel zur Veranschaulichung und Einprägung geographischer Begriffe bewährt.*)

Nachschrift der Redaktion zu vorstehendem Aufsatze.

Die vom Hr. Verfasser des vorstehenden Aufsatzes besprochene These in dieser Fassung leidet, wie schon XII, 483 Anm. angedeutet

*) Seitdem diese Bemerkungen niedergeschrieben wurden, sind die „Verhandlungen des ersten deutschen Geographentages" (Berlin 1882, Reimer. 4 ℳ) veröffentlicht worden. Damit ist der Vortrag Wagners samt der Diskussion, welche sich an denselben anschlofs, jedermann zugänglich. Auf dem inzwischen (zu Pfingsten 1882) abgehaltenen zweiten Geographentage (Halle) stellte das Kartographische Institut von Debes (Leipzig) einen Umrifsatlas aus, welchen Dr. Lehmann-Halle im Verein mit Prof. Dr. Kirchhof bearbeitet hat, und den wir als treffliches Hilfsmittel für das Kartenzeichnen in der Schule den Fachkollegen angelegentlichst empfehlen. Der Preis desselben ist, wie man das bei Debes'schen Verlagswerken gewöhnt ist, äufserst billig (0.35 ℳ).

wurde, an dem Hauptgebrechen der Unbestimmtheit und Unklarheit, die sich besonders durch die phrasenhaften Worte kennzeichnen: „Entwerfung freier, sich mehr an das Kartenbild anschliefsender Skizzen einzelner Erdräume“. Was sind zuvörderst „freie Skizzen“? Sind es aus freier Hand (freihändig) gezeichnete oder sind es freie, d. h. ungenaue oder wenig genaue Kartenbilder, bei deren Entwerfung man sich Freiheiten erlaubt? Verstehe man aber das „frei“ so oder so, in jedem Falle liegt in dieser Verbindung ein Pleonasmus. Jede „Skizze“ hat schon ihrem Wesen nach etwas Freies, sonst wäre sie eben nicht „Skizze“. Sie ist ein freihändiger Entwurf der Zeichnung, bei welchem man sich bezüglich der Genauigkeit vorläufig Freiheiten (Oberflächlichkeiten) erlaubt, welche die genauere Darstellung, die definitive Zeichnung, verbietet. Die weitere Bestimmung „sich mehr an das Kartenbild anschliefsender“ ermangelt des vergleichenden Nachsatzes (mehr als was? Etwa „mehr als sonst“ oder „mehr als üblich“) und versteht sich streng genommen von selbst. Soll denn der Entwurf sich nicht oder weniger an das Kartenbild anschliefsen? Er soll sich vielmehr möglichst genau an dasselbe anschmiegen. Die Karte soll ja für den Skizzierenden Muster sein!*) Wollte man aber auch diese fadenscheinigen Stellen der gerügten These ignorieren, so kann doch der Ausdruck „einzelner Erdräume“ selbst vor einer milden Kritik nicht bestehen. Der Hr. Verfasser vorst. Aufsatzes braucht daher zu seiner Klärung oben auch fünf Zeilen. Natürlich! Europa ist so gut ein „einzelner Erdraum“ wie Lippe-Detmold oder Buxtehude. Jedenfalls sind aber die letztern leichter zu zeichnen als ersteres und da der didaktische Grundsatz „vom Leichten zum Schweren“ sicher auch für das geographische Zeichnen gilt, so wird dieses lange am „Kleinen“ bezw. „Kleineren“ sich üben müssen, bevor zu ganzen Erdteilen geschritten werden kann.**)

Jener Teil der These hätte wenigstens lauten müssen: „Entwerfung freihändiger, sich möglichst streng an das Kartenbild anschliessender Skizzen einzelner und zwar vorzugsweise kleiner (typischer) Erdoberflächenteile“. — An diesen Ausstellungen wird durch die veränderte (revidierte) Fassung d. Th. (S. 437 Anm.) wenig geändert; denn auch die folgenden Worte „zur Wiedergabe . . . . Kartenbilder“ sind nicht eben durchsichtig.

Dafs eine so wenig klar gefafste These, die überdies unter den sieben dort gestellten fast nur negierenden Thesen die einzige ist,

---

*) Der Passus ist wohl auch deshalb in der revidierten Fassung der Th. (s. Anm.) weggelassen.

**) Wir haben deshalb auch immer der Detail-Darstellung wichtiger Erdstellen (grofser Städte mit Umgegend, Land- und Meerengen etc.) überhaupt der Spezialtopographie in den Schul-Atlanten das Wort geredet. Man sehe z. B. ds. Z. VI, 408 u. 418 und besonders unsere Anzeige des Atlas von Wettstein-Randegger in VIII, 233 u. f., bes. 234. In neuester Zeit ist hierzu ein vorzügliches Hilfsmittel in dem Special-Atlas des Gaeblerschen geogr. Instituts (Leipzig-Neustadt) erschienen. —

welche etwas Positives vorschlägt, von der Versammlung „fast einstimmig“ oder, wie der Bericht (S. 133) sagt, „nach kurzer Debatte“ angenommen werden konnte, ist im Interesse der Sache und des Ansehens des noch jungen Geographentages zu bedauern und beweist, wie wenig günstig vielköpfige Versammlungen der genauen und vorsichtigen Fassung von Resolutionen sind.

Was nun die vom Hr. Verfasser d. vorst. A. angeblich von Kirchhoff eingeführten, und für so wichtig hingestellten „Merkpunkte“ betrifft, so scheinen sie uns etwas so Selbstverständliches zu sein, dafs wir diese Idee gar nicht für neu halten können. Wir haben dieselben auch schon vor vielen Jahren teils beim eigenen geogr. Unterricht angewendet, teils bei fremdem Unterricht verwendet gesehen. Auch Langensiepen in dem Artikel „Praktische Anleitung zu einem planmäfsigen einfachen Landkartenzeichnen etc.“ (s. ds. Z. I, 361 u. f.) fordert die „Festlegung der bedeutungsvollen Punkte“ (s. a. a. O. S. 376 Zeile 7 v. o.), gegenwärtig auch „Fixpunkte“ genannt.*)

Sprech- und Diskussions-Saal.

Nochmals „die Determinanten in der Schule.“

Sehr verehrliche Redaktion! Gestatten Sie mir eine sachliche Bemerkung. Wenn nicht der literarischen Höflichkeit, so ist es doch Pflicht der Objektivität, bei Veröffentlichungen auf etwaige Vorarbeiten, selbst der Gegner, Rücksicht zu nehmen. Herr Gerlach-Parchim stellt im 5. Hefte d. Jhrg. Ihrer Zeitschrift (eine Stimme über die „Determinanten in der Schule“) die nakte Behauptung auf: Der geistige Gewinn steht hier in keinem Verhältnis zur aufgewandten Arbeit. Nun habe ich gerade diese Frage im unmittelbar vorhergehenden Hefte 4 („Fortschritt oder Stillstand“) unter Zugrundelegung ganz bestimmter Gesichtspunkte und unter Anführung bestimmter Thatsachen behandelt. Entweder hat Herr Gerlach diesen Aufsatz nicht gelesen oder er ignoriert ihn einfach. Für diesen Fall erlauben Sie mir zu bemerken, dafs eine solche Frage weder durch unbewiesene Behauptungen, noch weniger aber durch autoritatives Auftreten zum Abschlufs gebracht werden kann. Mit der ausgezeichnetsten Hochachtung

Dr. Josef Diekmann.

---

*) Wir möchten überhaupt den Herren, welche über geographisches Zeichnen schreiben wollen, die Lektüre der Vorarbeiten, u. A. auch des zitierten Aufsatzes nebst den darin angeführten Werken, besonders des von Canstein, sowie auch die neueren Artikel hierüber in d. Zeitschr. f. Schulgeographie (z. B. IV, Heft 1. S. 18 u. f.), sowie ganz besonders die Werke von Steinhauser dringend anempfehlen, bevor sie mit ihren Elaboraten an die Öffentlichkeit treten.

Antwort: Sehr geehrter Herr Dr.! Nach unserer Ansicht hat Hr. Dr. G. Ihren Aufsatz weder „nicht gelesen“ noch auch „einfach ignoriert“, sondern er ist vielmehr durch denselben nicht überzeugt worden davon, dafs — nota bene für Schüler — aus der Beschäftigung mit den Determinanten ein beachtenswerter „geistiger Gewinn“ resultiere. Kann man ihn zu solcher Überzeugung zwingen, wenn er bei seinem Unterricht gegenteilige Erfahrungen gemacht hat? Es ist gar eine eigene Sache um die Erfahrungspädagogik. Was der eine „erfährt“, das will der andere „nicht erfahren“ haben und so steht Ansicht gegen Ansicht. In die Erziehungs- und Unterrichtskunst mischt sich eben, wie in jede Kunst, ein gut Teil Individualität und Subjektivität. Beweisen Sie — wenn Sie können — dem Hrn. Dr. G. objektiv, sozusagen mathematisch, dafs er bei seinem Unterricht Fehler gemacht und dafs er bei seinen Schülern notwendig einen erheblichen „geistigen Gewinn“ erzielen mufste, dann — haben Sie Recht. Mit gleicher Hochachtung die auch in dieser Sache unparteiische Redaktion.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaktion der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.).

(Fortsetzung von Heft 5, S. 365.)

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Berücksichtigt sind die beiden französischen Zeitschriften: Nouvelles annales und Journal de Mathématiques élémentaires et spéciales; die in der englischen Zeitschrift „Educational Times“ enthaltenen mathematischen Aufgaben (besonders zusammengestellt als „Mathematical Questions from the Educational Times“), und die amerikanische Zeitschrift „Mathematical Visitor“. — Die mit † versehenen Auflösungen sind von den Redakteuren des Aufgaben-Repertoriums hinzugefügt.

Algebraische Aufgaben.

120. Auf einer unendlich langen Geraden sind zwei Punkte A und B 10 m von einander entfernt. Zwei Körper I und II durchlaufen diese Gerade im Sinne AB und kommen zu gleicher Zeit I in A mit einer Geschwindigkeit von 3 m in der Sekunde, II in B mit 4 m Geschwindigkeit an. I legt in jeder Sekunde 1 m mehr zurück als in der vorhergehenden; II bewegt sich gleichförmig. 1) In wieviel Sekunden nach dem gleichzeitigen Abgange des I von A und des II von B wird I den II eingeholt haben? Aufl. † I macht in der ersten Sekunde 4 m, in der zweiten 5 m u. s. w.; in der $x$ten $(3+x)$ m; also Weg des $I = \frac{x(x+7)}{2}$; und Weg des

$II = 4x$. Mithin $\frac{x(x+7)}{2} = 4x + 10$, also $x = 5$. Sie treffen daher 20 m von B zusammen. 2) Welche Bedingung mufs die Geschwindigkeit des II erfüllen, damit sie in einer Entfernung von B zusammentreffen, welche kleiner als 10 m ist? Aufl. † Ist v die Geschwindigkeit von II, so mufs $\frac{v\left(2v - 7 + \sqrt{4v^2 - 28v + 129}\right)}{2} < 10$ sein, woraus $v < \frac{10}{3}$ folgt. Journ. élém.

121. n Personen zählen ihr Geld. I sagt zu II gieb mir dein Geld, so habe ich a Mark; II sagt zu III gieb mir $\frac{1}{2}$ deines Geldes, so habe ich a Mark; III sagt zu IV gieb mir $\frac{1}{3}$ deines Geldes, so habe ich a Mark u. s. w. N sagt zu I gieb mir $\frac{1}{n}$ deines Geldes, so habe ich a Mark. Wie viel Mark hatte jeder?

1. Aufl. I hat x M; II $a - x$ M. Ferner $II + \frac{1}{2} III = a$, also $III = 2x$; $III + \frac{1}{3} IV = a$, also $IV = 3a - 2.3x$; $IV + \frac{1}{4} V = a$; $V = 4a - 3.4a + 2.3.4x$; $V + \frac{1}{5} VI = a$; $VI = 5a - 4.5a + 3.4.5a - 2.3.4.5x$; $N = (n-1)a - (n-1)(n-2)a + (n-1)(n-2)(n-3)a - \ldots \pm 1.2.3.4 \ldots (n-1)x$, wo das obere Zeichen gilt, wenn n ungerade, das untere, wenn n gerade ist. Nun ist $N + \frac{1}{n} x = a$, also $N = a - \frac{x}{n}$. Folglich

$$a - \frac{x}{n} = (n-1)a - (n-1)(n-2)a + \ldots \pm 1.2.3.4 \ldots (n-1)x$$

$$\text{und } x = \frac{a\,(n - n(n-1) + \ldots \pm n(n-1) \ldots 4.3)}{1 \pm 1.2.3 \ldots n}.$$

2. Aufl. I habe x_1, II x_2, ... $N x_n$ Mark. Dann ist $x_1 + x_2 = a$ (1); $x_2 + \frac{1}{3} x_3 = a$ (2); $x_3 + \frac{1}{3} x_4 = a$ (3), u. s. w. $x_{n-1} + \frac{1}{n-1} x_n = a$ ($n-1$); $x_n + \frac{1}{n} x_1 = a$ (n). Multiplizieren wir die 1., 2., 3., 4., ... $(n-1)$ te Gleichung resp. mit $1, -1, +\frac{1}{1.2}, -\frac{1}{1 \cdot 2.3} \ldots \pm \frac{1}{1.2.3 \ldots (n-2)}$ und addieren sie, so erhalten wir

$$x_1 + x_2 - x_2 - \frac{1}{2} x_3 + \frac{1}{1.2} x_3 + \frac{1}{1.2.3} x_4 - \frac{1}{1.2.3} x_4 + \ldots +$$

$\frac{1}{(n-1)!}\,x_n = a\left(1 - 1 + \frac{1}{1.2} - \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} - \cdots + \frac{1}{(n-2)!}\right)$ $= a\,S_{n-1}$; also $x_1 \pm \frac{x_n}{(n-1)!} = a\,S_{n-1}$. Aus dieser Gleichung und Gleichung (n) eliminieren wir x_n, so ist $x_1 \pm \frac{a}{(n-1)!} \mp \frac{x_1}{n!}$ $= a\,S_{n-1}$; mithin $x_1 = \frac{a\,(n!S_{n-1} \pm n)}{n! \pm 1}$ und $x_n = \frac{a\,n!\,(n - S_{n-1})}{n\,(n! \pm 1)}$

Math. Visitor.

122. Die Seiten eines Dreiecks, welche durch ganze, in arithmetischer Progression stehende Zahlen ausgedrückt sind, aus folgenden Angaben zu berechnen: Addiert man zu jeder Seite 50, so wird der Radius des eingeschriebenen Kreises um 17 gröfser; addiert man dagegen zu jeder Seite 60, so wird der Radius des eingeschriebenen Kreises um 20 gröfser.

Aufl. Die drei Seiten seien $x - y$, x, $x + y$; dann ist der halbe Umfang $s = \frac{3x}{2}$; $s - a = \frac{x}{2} + y$, $s - b = \frac{x}{2}$, $s - c = \frac{x}{2} - y$. Mithin $\varrho = \sqrt{\frac{x^2 - 4y^2}{12}}$. Da nun $\varrho + 17 = \sqrt{\frac{(x+50)^2 - 4y^2}{12}}$, so ist $\sqrt{\frac{x^2 - 4y^2}{12}} + 17 = \sqrt{\frac{(x+50)^2 - 4y^2}{12}}$, also $17\sqrt{\frac{x^2 - 4y^2}{3}}$ $= \frac{25x - 242}{3}$ (1). Ferner $\varrho + 20 = \sqrt{\frac{(x+60)^2 - 4y^2}{12}}$, also $\sqrt{\frac{x^2 - 4y^2}{12}}$ $+ 20 = \sqrt{\frac{(x+60)^2 - 4y^2}{12}}$, und daher $\sqrt{\frac{x^2 - 4y^2}{3}} = \frac{x - 10}{2}$ (2). Aus (1) und (2) ergiebt sich $\frac{17\,(x - 10)}{2} = \frac{25x - 242}{3}$, also $x = 26$ und $y = 11$. Mithin sind die Seiten 15, 26, 37.

Educat. Times.

123. Eine Beziehung zwischen den Koeffizienten der Gleichung $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = o$ aufzustellen, damit man sie unter die Form $(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)^2 + p\,(\alpha x^2 + \beta x + \gamma) + q = o$ bringen kann.

1. Aufl. Man erhält $x^4 + \frac{2\beta}{\alpha}x^3 + \left(\frac{\beta^2}{\alpha^2} + \frac{2\gamma + p}{\alpha}\right)x^2 + \frac{\beta}{\alpha}\,\frac{2\gamma + p}{\alpha}\,x + \frac{\gamma^2 + q + p\gamma}{\alpha^2} = o$. Damit die vorgeschriebene Transformation möglich ist, müssen folgende Bedingungen erfüllt werden: $\frac{2\beta}{\alpha} = \frac{b}{a}$ (1) $\frac{\beta^2}{\alpha^2} + \frac{2\gamma + p}{\alpha} = \frac{c}{a}$ (2) $\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{2\gamma + p}{\alpha} = \frac{d}{a}$ (3) und $\frac{\gamma^2 + q + p\gamma}{\alpha^2}$ $= \frac{e}{a}$ (4). Durch Elimination von α, β, γ und p erhält man die ge-

suchte Relation. Aus (1) ergiebt sich $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{b}{2a}$; dies in (3) eingesetzt giebt $\frac{2\gamma + p}{\alpha} = \frac{2d}{b}$; dann giebt (2): $\frac{b^2}{4a^2} + \frac{2d}{b} = \frac{c}{a}$; woraus $b^3 = 4a(bc - 2ad)$ und dies ist die gesuchte Beziehung.

2. Aufl. †. Multipliziert man mit a, so hat man $a^2x^4 + abx^3 + acx^2 + adx + ae = (ax^2 + \frac{1}{2}bx)^2 + (ac - \frac{1}{4}b^2)x^2 + adx + ae$. Soll dieser Ausdruck die gewünschte Form haben, so mufs $ac - \frac{1}{4}b^2 = \vartheta a$ und $ad = \vartheta \cdot \frac{1}{2}b$ sein. Die Elimination von ϑ ergiebt $4abc - b^3 = 8a^2d$.

Journ. élém. (vrgl. Bardey, Algebr. Gleichungen S. 93).

124. Die Gleichung aufzustellen, deren Wurzeln die Quadrate der Wurzeln der Gleichung $7x^2 + 4x + 2 = o$ sind.

Aufl. †. Es ist $x_1 + x_2 = -\frac{4}{7}$ und $x_1x_2 = \frac{2}{7}$. Daher $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = -\frac{12}{49}$ und $x_1^2x_2^2 = \frac{4}{49}$; daher die neue Gleichung $y^2 + \frac{12}{49}y + \frac{4}{49} = o$ oder $49y^2 + 12y + 4 = 0$.

Journ. élém.

125. $\frac{x}{a} + \frac{b}{x} + \frac{b^2}{x^2} = 1 + \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2}$.

Aufl. †. $\frac{x}{a} - \frac{b}{a} - 1 + \frac{b}{x} - \frac{b^2}{a^2} + \frac{b^2}{x^2} = o$; $(x - b)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{x}\right) - b^2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2}\right) = o$; $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{x}\right)\left(x - b - \frac{b^2}{a} - \frac{b^2}{x}\right) = o$; daher $x_1 = a$. Ferner $x^2 - \frac{b(a+b)}{a}x - b^2 = o$, also

$$x_{2,3} = \frac{b(a+b) \pm \sqrt{b^2(a+b)^2 + 4a^2b^2}}{2a}.$$

Nouv. Ann. und Journ. élém.

126. $x + y + z + u = 44$ (1); $xy + zu = 250$ (2); $xz + yu = 234$ (3); $xu + yz = 225$ (4).

Aufl. †. Durch Addition von (2) und (3) erhält man $(x + u)(y + z) = 484$, und da $(x + u) + (y + z) = 44$, so ist $x + u = 22$ und $y + z = 22$. Aus (2) und (4) $(x + z)(y + u) = 475$, mithin $x + z = 25$, $y + u = 19$. Aus (3) und (4) $(x + y)(z + u) = 459$, also $x + y = 27$ und $z + u = 17$. Aus $x + u = 22$ und

$y + u = 19$ erhält man $x - y = 3$; da $x + y = 27$, so ist $x = 15$, $y = 12$; ferner $z = 10$, $u = 7$. Journ. élém.

127. $(z + x - y)(x + y - z) = ax$ (1); $(x + y - z)(y + z - x) = by$ (2); $(y + z - x)(z + x - y) = cz$ (3).

Aufl. †. Die Gleichungen können auch so geschrieben werden: $x^2 - (y - z)^2 = ax$ (1); $y^2 - (z - x)^2 = by$ (2); $z^2 - (x - y)^2 = cz$ (3). (1) durch x, (2) durch y dividiert und dann (1) — (2) giebt $(x - y)(x + y - z)^2 = xy(a - b)$ (4);

$$(1):(2) \text{ giebt } z = \frac{(x - y)(ax + by)}{ax - by} \text{ (5).}$$

(5) eingesetzt in (3) $4abxy(x - y) = c(a^2x^2 - b^2y^2)$ (6); (5) eingesetzt in (4) $4xy(x - y)(a - b) = (ax - by)^2$ (7).

$$(6):(7)\; y = \frac{ax(ab - ac + bc)}{b(ab + ac - bc)} \text{ (8).}$$

$$\text{(8) eingesetzt in (7) } x = \frac{ab^2c^2}{b^2c^2 - (ab - ac)^2} \text{ u. s. w.}$$

Educat. Times.

128. Gegeben $x - y = a$ und $xy = b$. Man soll $x^n - y^n$ als Funktion von a und b für einen ganzen positiven Wert von n ausdrücken.

Aufl. Wir setzen $x^{n-2} - y^{n-2} = \Delta_{n-2}$ (1); $x^{n-1} - y^{n-1} = \Delta_{n-1}$ (2) und $x + y = S$ (3). Durch Multiplikation von (2) und (3) erhält man $x^n - y^n + xy(x^{n-2} - y^{n-2}) = S\Delta_{n-1}$, woraus $\Delta_n = S\Delta_{n-1} - b\Delta_{n-2}$ (4). Nun ist $(x - y)^2 = a^2$, $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$, also $x + y = S = \sqrt{a^2 + 4b}$; mithin $\Delta_n = \Delta_{n-1}\sqrt{a^2 + 4b} - b\Delta_{n-2}$. Setzt man nun $n = 2, 3, 4, \ldots$ so findet man $x^2 - y^2 = a\sqrt{a^2 + 4b}$; $x^3 - y^3 = a(a^2 + 3b)$; $x^4 - y^4 = a(a^2 + 2b)\sqrt{a^2 + 4b}$; $x^5 - y^5 = a(a^4 + 5a^2b + 5b^2)$ u. s. w. Journ. élém.

129. Wenn $\frac{ayz}{y^2 + z^2} = \frac{bzx}{z^2 + x^2} = \frac{cxy}{x^2 + y^2} = 1$ ist, zu beweisen dafs $a^2 + b^2 + c^2 = abc + 4$ ist.

Aufl. †. Es ist $ayz = y^2 + z^2$ (1), $bzx = z^2 + x^2$ (2), $cxy = x^2 + y^2$ (3). — (1)—(2) giebt $z(ay - bx) = y^2 - x^2$ (4) und (1):(2) $z^2(ay - bx) = xy(by - ax)$ (5). Der Wert von z aus (4) in (5) eingesetzt giebt $x^4 + y^4 - 2x^2y^2 = xy\,(ab(x^2 + y^2) - xy(a^2 + b^2))$ und da $x^2 + y^2 = cxy$, so ist $a^2 + b^2 + c^2 = abc + 4$. Educat. Times.

130. $3(x^2 + y^2) = 2xy(x + y)$ (1) und $xy(x + y) = 13$ (2).

Aufl. Durch Addition von $x^2 + y^2 = \frac{26}{3}$ und $2xy = \frac{26}{x + y}$ erhält man $(x + y)^3 - \frac{26}{3}(x + y) - 26 = o$ und hieraus

$$x + y = \frac{\sqrt[3]{26^2} + \sqrt[3]{26}}{3} \text{ und } xy = \frac{39}{\sqrt[3]{26^2} + \sqrt[3]{26}} \text{ u. s. w.}$$

Math. Visitor.

131. $x^2 + y = 11$ (1); $x + y^2 = 7$ (2).

1. Aufl. Die Gleichungen können auch so geschrieben werden: $x^2 - 9 = 2 - y$ und $x - 3 = 4 - y^2$. Es ist $x - 3 = \frac{2}{x+3} - \frac{y}{x+3}$; mithin $4 - y^2 = \frac{2}{x+3} - \frac{y}{x+3}$ oder $y^2 - \frac{y}{x+3} = 4 - \frac{2}{x+3}$; also $y^2 - \frac{y}{x+3} + \frac{1}{4(x+3)^2} = 4 - \frac{2}{x+3} + \frac{1}{4(x+3)^2}$. Wird auf beiden Seiten die Quadratwurzel ausgezogen, so erhält man $y - \frac{1}{2(x+3)} = \pm\left(2 - \frac{1}{2(x+3)}\right)$. Das obere Zeichen liefert $y = 2$ und $x = 3$. Das untere Zeichen giebt $y = -\frac{2x+5}{x+3}$; dies in (1) substituiert giebt eine kubische Gleichung und zwar den irreduktiblen Fall.

2. Aufl. $(1) \times y - (2)$ giebt $x^2y - x = 11y - 7$ (3); $(3) + (1) \times 2$ giebt $x^2(y+2) - x = 9y + 15$ oder $x^2 - \frac{x}{y+2} = \frac{9y+15}{y+2}$; mithin $x^2 - \frac{x}{y+2} + \frac{1}{4(y+2)^2} = \frac{9y+15}{y+2} + \frac{1}{4(y+2)^2} = \frac{36y^2 + 132y + 121}{4(y+1)^2}$; also $x - \frac{1}{2(y+2)} = \pm\frac{6y+11}{2(y+2)}$. Mithin $x_1 = 3$ und $x_2 = -\frac{3y+5}{y+2}$.

Math. Visitor.

132. $\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{xy}{160} + \frac{9}{2}$ (1) $\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x(x-y)} = \frac{1}{24}$ (2).

Aufl. $(1) \times (2)$ giebt $\frac{y}{x-y} = \frac{xy+720}{3840}$, mithin $\frac{x}{y} = \frac{xy + 57 \cdot 80}{xy + 9 \cdot 80}$. Setzen wir $\frac{x}{y} = z$, also $xy = \frac{x^2}{z}$ in die letzte Gleichung, so ist $z = \frac{x^2 + 57 \cdot 80z}{x^2 + 9 \cdot 80z}$, mithin $x^2 = \frac{80z(57 - 9z)}{z - 1}$ und wenn $x = yz$ gesetzt wird, $y^2 = \frac{80(57 - 9z)}{z(z-1)}$. Aus (2) ergiebt sich $\frac{\sqrt{z^2+1}}{yz(z-1)} = \frac{1}{24}$; wird nun für y der vorhergefundene Wert gesetzt, so erhält man $15z^3 - 98z^2 + 95z + 12 = o$; und hieraus $z = \frac{4}{3}$, also $x = 120$, $y = 90$.

Math. Visitor.

133. $x^2 - y^2 = a^2$ (1), $x^3 + 3xy^2 = b^3$ (2).

Auflösung. Wir setzen $x + y = u$ und $x - y = v$, so ist $uv = a^2$. Ferner $x(x^2 + y^2 + 2y^2) = b^3$,

$$\text{also } \frac{u+v}{2}\left(\frac{u^2+v^2}{2} + \frac{(u-v)^2}{2}\right) = b^3,$$

mithin $(u + v)(u^2 - uv + v^2) = 2b^3$ oder $u^3 + v^3 = 2b^3$ und $u^3v^3 = a^6$; mithin $u = \sqrt[3]{b^3 + \sqrt{b^6 - a^6}}$, $v = \sqrt[3]{b^3 - \sqrt{b^6 - a^6}}$ u. s. w.

Math. Visitor.

134. Zu berechnen $S = 1 \,.\, 2^2 + 2 \,.\, 3^2 + 3 \,.\, 4^2 + \ldots + (n - 1)n^2$

Auflösung. Zu S addieren wir $\Sigma n^2 - 1 = 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2$ $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 1$, so erhalten wir $S + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 1$ $= \Sigma n^3 - 1$; also $S = \frac{n^2(n+1)^2}{4} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} =$ $\frac{n(n+1)}{12}(3n^2 - n - 2) = \frac{(n-1)n(n+1)(3n+2)}{12}$.

Journ. élém.

135. Jemand hat $a = 4000$ M. in 4 Jahren so abzuzahlen, dafs am Ende jedes Jahres dieselbe Summe zu zahlen ist. Die Zinsen sollen zu 5% gerechnet werden und zwar so, dafs sie jeden Augenblick zu zahlen sind. Wieviel hat er am Ende jedes Jahres zu zahlen?

Auflösung. Die jährliche Abzahlung sei x und zwar mögen in einem Jahre n Zahlungstermine sein. Die x Mark nach 1 Jahr zu zahlen mögen jetzt y_1 Mark wert sein; dann hat er nach $\frac{1}{n}$ Jahr an Kapital und Zinsen $y_1\left(1 + \frac{5}{100\,n}\right)$, oder wenn wir $0{,}05 = r$ setzen, $y_1\left(1 + \frac{r}{n}\right)$; nach $\frac{2}{n}$ Jahren $y_1\left(1 + \frac{r}{n}\right)^2$; und nach $\frac{n}{n}$ Jahren $y_1\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n = x$, mithin $y_1 = \frac{x}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n}$. Die x Mark, am Ende des zweiten Jahres zu zahlen, mögen jetzt y_2 Mark wert sein; dann ist $y_2 = \frac{x}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{2n}}$; ebenso $y_3 = \frac{x}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{3n}}$ und $y_4 = \frac{x}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{4n}}$;

$$\text{mithin } \frac{x}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n} + \frac{x}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{2n}} + \frac{x}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{3n}} + \frac{x}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{4n}} = a;$$

also $\frac{x\left(1+\frac{r}{n}\right)^{-n}\left(1-\left(1+\frac{r}{n}\right)^{-4n}\right)}{1-\left(1+\frac{r}{n}\right)^{-n}} = a$ und $x = \frac{a\left(\left(1+\frac{r}{n}\right)^{n}-1\right)}{1-\left(1+\frac{r}{n}\right)^{-4n}}$;

mithin, da $n = \infty$ ist, $x = \frac{a(e^r-1)}{1-e^{-4r}} = \frac{4000\,(e^{0,05}-1)}{1-e^{-0,2}} = 1131,38.$

MATH. VISITOR.

136. Ein drittel*) sämtlicher Äpfel eines Baumes ist angefault, ein viertel*) aller Äpfel ist wurmstichig. Wie grofs sind die Wahrscheinlichkeiten w_1, w_2, w_3, w_4, dafs ein beliebig abgepflückter Apfel 1. gesund ist, 2. angefault, 3. wurmstichig, 4. sowohl angefault als wurmstichig.

Auflösung. 1. Wenn kein angefaulter Apfel wurmstichig ist, so sind nur $1 - \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{12}$ der Äpfel gesund; sind dagegen alle wurmstichigen Äpfel auch angefault, so sind $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ der Äpfel gesund. Alle Fälle zwischen diesen Grenzen sind ebenso möglich; daher $w_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{12}+\frac{2}{3}\right) = \frac{13}{24}$. 2. Der kleinste Teil von nur angefaulten Äpfeln ist $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$; der gröfste $\frac{1}{3}$; daher $w_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{24}$. 3. Der kleinste Teil von nur wurmstichigen Äpfeln ist 0, der gröfste Teil $\frac{1}{4}$; daher $w_3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$. 4. Der kleinste Teil von sowohl faulen als wurmstichigen Äpfeln ist 0, der gröfste Teil $\frac{1}{4}$; daher $w_4 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

MATH. VISITOR.

137. Drei Quadratzahlen so zu bestimmen, dafs das Verhältnis ihrer Summe zu ihrem Produkt ein vollständiges Quadrat ist.

1. Auflösung. Die gesuchten Zahlen seien x^2, y^2, z^2; dann soll $\frac{x^2+y^2+z^2}{x^2y^2z^2}$ ein vollständiges Quadrat sein. Da der Nenner schon ein vollständiges Quadrat ist, so mufs man also noch dafür sorgen, dafs es auch der Zähler wird. Setzen wir $y^2 = p^2x^2$ und $z^2 = q^2x^2$; dann ist $y^2(1+p^2+q^2)$ ein vollständiges Quadrat, wenn $q^2 = \frac{1}{4}p^4$, also $q = \frac{1}{2}p^2$ ist. Nehmen wir z. B. $p = 4$ und $x = 1$, so sind die Zahlen 1, 16, 64.

2. Auflösung. Drei Quadratzahlen, deren Summe ein Quadrat ist, sind $(x^2+y^2-z^2)^2$, $4x^2z^2$, $4y^2z^2$, wo x, y, z beliebige rationale Zahlen sein können. Z. B. für $x = 1$, $y = 2$, $z = 2$ erhält man 1, 16, 64; für $x = 4$, $y = 3$, $z = 2$ erhält man 441, 256, 144.

MATH. VISITOR.

---

*) Wir schreiben Drittel u. s. w., denn es ist ein Hauptwort: das Drittel, Viertel. Red.

138. Eine positive Zahl zu finden, welche die doppelte Eigenschaft hat, dafs sie gleich dem Produkt von drei aufeinander folgenden ganzen Zahlen und gleich dem von zwei aufeinander folgenden ist.

Auflösung. Die Gleichung $y(y+1)(y+2) = x(x+1)$ oder $y^3 + 3y^2 + 2y = x^2 + x$ ist in ganzen positiven Zahlen aufzulösen. Multipliziert man die Gleichung mit 4 und addiert auf beiden Seiten 1, so ist $4y^3 + 12y^2 + 8y + 1 = (2x+1)^2$. Da $4y^3 + 12y^2 + 8y + 1$ eine Quadratzahl sein mufs, so setzen wir $4y^3 + 12y^2 + 8y + 1 = (my - 1)^2$, woraus sich ergiebt $4y^2 + (12 - m^2)y + 2m + 8 = 0$; also $y = \frac{m^2 - 12 \pm \sqrt{m^4 - 24m^2 - 32m + 16}}{8}$; $m^4 - 24m^2 - 32m + 16$ mufs das Quadrat eines Vielfachen von 4 sein; setzt man also $m = 2n$ und dividiert den Ausdruck, welcher ein Quadrat sein mufs, durch 16, so hat man $n^4 - 6n^2 - 4n + 1$. Die Bedingung, dafs dieser Ausdruck ein Quadrat ist, wird durch $n = 3$ erfüllt; mithin $m = 6$ und $y = \frac{24 \pm 16}{8}$, was die beiden Lösungen $y = 1$ und $y = 5$, oder $1.2.3 = 2.3 = 6$ und $5.6.7 = 14.15 = 210$ giebt. Mithin genügen die beiden Zahlen 6 und 210 der Aufgabe. Nouv. Ann.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Mit Beziehung auf die Berichtigung in Hft. 5, S. 365 sei Folgendes zur Klarstellung bemerkt: In No. 236 und 237 (XIII$_4$, 283 und XIII$_5$, 365) soll $\triangle ABD$ nicht von dem gleichschenkligen Dreieck abgeschnitten werden, sondern es soll, wie Hr. Prof. Emsmann-Stettin bemerkt, das gleichschenklige Dreieck aus DE und dem Radius des umgeschriebenen Kreises konstruiert werden.

Hieran knüpft die Redaktion d. Z. noch folgende Bemerkung: Es ist Grundsatz der Redakteure des A.-R., an der Fassung der Aufgaben ohne Not nichts zu ändern. Die Herren Aufgabensteller werden daher dringend ersucht, ihre Aufgaben recht genau zu redigieren, so dafs Mifsverständnisse absolut ausgeschlossen sind; hierzu gehört auch (bei geometr. A.) eine ganz bestimmte Figur, nach welcher sich die Aufgabenlöser zu richten haben. Man wolle jedoch auch auf reine Stilisierung sehen, damit nicht etwa der Wortlaut (z. B. wegen Schwerfälligkeit des Ausdrucks) umgeändert werden mufs. — Anders ist es bei den Auflösungen. Wollte man diese so geben, wie sie eingesandt wurden, so würde das A.-R mindestens dreimal so lang werden, zumal bei geometrischen, wo vielleicht jeder Lösung eine andere Figur beigegeben ist. Es ist daher notwendig, dafs die gleichartigen Lösungen nach einem gewissen Plane zusammengezogen resp. verschmolzen werden, ohne darum die besonderen Eigentümlichkeiten derselben zu verwischen. Zumal bei geometrischen Aufgaben müssen die Lösungen sämtlich auf eine einheitliche Figur bezogen werden. Welch bedeutende Arbeit dies aber macht, wenn z. B. (wie nicht selten) acht Lösungen einer Aufgabe vorliegen, das werden diejenigen unserer Fachgenossen zu würdigen wissen, welche sich gewissenhaft mit der Korrektur von Schüler-Arbeiten befassen, und es gebührt den Herren, welche sich der mühevollen Arbeit der Redaktion des A.-R. unterzogen haben, unser Aller wärmster Dank. Dies zur Beachtung für diejenigen Aufgabensteller und Leser d. Z., welche an dem Modus der Wiedergabe der eingesandten Lösungen Anstofs genommen haben. Die Redaktion.

Litterarische Berichte.

A) Recensionen.*)

VERGER (Oreste, Prof. tit. di costruzioni ed applicazioni nella geometria descrittiva nel R. istituto tecnico di Palermo). Dei programmi delle matematiche negli istituti tecnici. Palermo. Real e tip. Solli via Palermitana 58. 1877. 44 S.

VERGER (Oreste, Professore nel R. istituto tecnico di Roma). Introduzione all' algebra con 1000 e più esercizi e problemi ad uso degl' istituti tecnici (1^0 biennio) e nautici del regno e dei corsi preparatorii agli esami di Modena. Torino. Ermanno Loescher. 1881. 328 S.

VERGER (Oreste, Prof. etc.) e GARBIERI (Giovanni, Preside nel R. istituto nautico e nell' istituto tecnico di Savona). La geometria per le scuole tecniche esposta secondo i nuovi pragrammi. 2^a edizione corretta ed accresciuta. Torino. Ermanno Loescher. 1881. VII. 110 S. (mit eingedruckten Holzschnitten.)

Die Einrichtung des italienischen technischen Schulwesens ist in Deutschland, wie sich der Referent selbst zum Öfteren überzeugen konnte, nur verhältnismäfsig Wenigen bekannt.**) Wir halten es deshalb für gut, deutschen Lesern von einer Schrift zu berichten, welche gerade den mathematischen Unterricht an jenen Schulen zum Gegenstande hat, den thatsächlich eingehaltenen Schulplan mit

---

*) Bei Rezensionsexemplaren, deren Preis uns von den Verlagsbuchhandlungen oder Verfassern nicht angegeben wurde, lassen wir künftig denselben immer weg, um das bis jetzt übliche aber störende Zeichen „Pr. ?“ zu vermeiden. Vrgl. VII, 129. Anm. D. Red.

**) Dies ist auch der Grund, warum wir die Rezension dieser ausländischen Schulbücher hier veröffentlichen, ganz abgesehen noch davon, dafs man jede Rezension unseres geschätzten Referenten mit Vergnügen und mit geistigem Gewinn lesen wird. Es könnte uns aber vielleicht von manchem Leser entgegengehalten werden, dafs wir in Deutschland Werke genug hätten und nicht nach italienischen zu greifen brauchten. Unrecht hätte ein solcher Einwurf nicht. Auch wird wohl niemand im Ernste glauben, dafs irgendwo in Deutschland ein italienisches Schulbuch zum Unterricht eingeführt werden könne. Trotzalledem ist doch die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dafs es unter den Fachgenossen — wir denken dabei besonders an Österreicher und Schweizer, die hart an der italienischen Grenze wohnen — einige giebt, welche die italienische Schullitteratur mit Interesse verfolgen und wäre es auch nur mit der Nebenabsicht, etwas italienisch dabei zu lernen. Hierdurch möge also die Rezension obigen Werkes gerechtfertigt sein. Die Redaktion.

den Vorschlägen des Autors zu vergleichen und sodann zu zeigen, wie dieser nämliche Autor die Elemente der allgemeinen Arithmetik und der Geometrie — letztere in Gemeinschaft mit einem Freunde — für die Zwecke der betreffenden Schulgattung bearbeitet hat. Unser Referat zerfällt sonach in drei selbstständige Bestandteile.

I. Herr Verger greift zurück auf die in den Jahren 1859 und 1860 erlassenen Bestimmungen. Ihnen zufolge gab es in den sardinisch-lombardischen Staaten die elementaren „technischen Schulen" und die höheren „technischen Institute", etwa den bayrischen „Realschulen" und „Industrieschulen" vergleichbar. Französische und italienische Sprache, kaufmännisches Rechnen, Algebra und Geometrie, Naturgeschichte, Zeichnen und populäre Rechtskunde wurden in den ersteren gelehrt; in diesen Disciplinen mufste der beschlagen sein, der in ein Institut eintreten wollte. Ein solches Institut umfafste eine kameralistisch-merkantile, eine landwirthschaftliche, eine chemische und eine physisch-mathematische Sektion, letztere das Bindeglied zur Universität hinüber bildend. Anno 1865 fiel die bisherige Scheidung, die neuen „technischen Institute" sollten von nun an „Spezialschulen für Industrie und Gewerbe" sein. 1871 endlich trat wieder eine gründliche Reform in's Leben; der Unterricht ward um ein Jahr verlängert; der Sektionen wurden, statt wie bisher neun, nunmehr fünf gebildet. Die physisch-mathematische Abteilung nahm jetzt auch algebraische Analysis, projektivische und darstellende Geometie und Mechanik in ihr Pensum auf. Allein die Erfolge zeigten sich minder günstig, als man erwartet hatte, und so regte der Ackerbauminister Maiorana Calatabiano fünf Jahre später die Reformfrage von Neuem an. Die hierzu berufene Commission einigte sich auf Vorschläge, welche im Wesentlichen eine Vereinfachung und Abkürzung des Studienganges bezweckten. Dagegen war die Stellung des technischen Institutes zur „scuola d' applicazione" (dem Polytechnikum) noch durchaus keine geklärte, und mit Recht tadelt Herr Verger, dafs jener gleichmäfsige Aufbau, den die klassische Studienrichtung durch Gymnasium, Lyceum und Hochschule besitzt, der technischen Branche fehle. Schüler, die eine gründliche mathematische Durchbildung genossen hatten, standen in einer Reihe neben solchen, die von sphärischer Trigonometrie und Geometrie der Lage noch gar keine Vorstellung besafsen! Diesem Übelstande wollte u. a. der Senator Alexander Rossi durch gänzliche Beseitigung der technischen Institute und Einführung der nach französischen Mustern angelegten „theoretisch-praktischen Schulen" abhelfen; freilich war seine Behauptung, die bisherigen Anstalten leisteten gar nichts, eine gar sehr übertriebene. Schüler, welche ein Institut absolvirt hatten, konnten übertreten an eine der technischen Hochschulen zu Mailand, Neapel, Turin, Rom, Padua und Palermo (an letzteren beiden Orten mit den Universitäten verbunden), an das höhere technische Institut (Architekten und Civilingenieure) zu Mailand, an

die Industrieschule zu Turin, an die Handelshochschule zu Venedig, an die Marineschule zu Genua und an die landwirthschaftlichen Akademieen zu Mailand und Portici. Herrn Verger's eigene Wünsche zielten nun dahin ab, dafs jeder Zögling, der ein wie immer geartetes technisches Fach zu ergreifen beabsichtigt, eine technische (Elementar-) Schule und ein technisches Institut zu besuchen habe, mit dessen Absolutorium versehen er sich einer beliebigen unter den genannten höheren Lehranstalten zuwenden könne. Der mathematische Lehrstoff für die vier Klassen eines technischen Institutes sollte folgendermafsen verteilt werden: 1. Kurs: Elemente der Buchstabenrechnung und Planimetrie; 2. Kurs: Progressionen, Logarithmen, lineare und quadratische Gleichungen, Stereometrie; 3. Kurs: Ergänzungen zur Algebra (Combinatorik u. s. w.), Anfangsgründe der deskriptiven Geometrie; 4. Kurs: Trigonometrie, Neuere Geometrie, Graphischer Calcul. Man wird diesem Lehrplan, obschon bei uns sich Vieles anders verhält, unter Berücksichtigung der kurz geschilderten Verhältnisse Consequenz und Zweckmäfsigkeit nicht absprechen können.

Sehen wir nun zu, wie sich im Jahre 1880 der Unterrichtsminister De Sanctis, laut einem uns vorliegenden Bericht,*) zu der Frage der Umgestaltung der technischen Mittelschulen stellte. Es geht aus demselben hervor, dafs im Schuljahr 1879—80 im Ganzen 314 technische Schulen für die erste und 66 technische Institute für die zweite Unterrichtsstufe bestanden. Über das mathematische Lehrpensum der ersteren hatten umfängliche Commissionsberathungen stattgefunden. Man war dahin übereingekommen, Buchstabenrechnung in den Lehrplan aufzunehmen, von dem von manchen Seiten vorgeschlagenen propädeutisch-geometrischen Unterricht dagegen abzusehen. Mit dieser letzteren Bestimmung, auf welche wir noch einmal zurückkommen müssen, werden deutsche Schulmänner wohl wenig einverstanden sein. Die niedere technische Schule hat nunmehr drei ordentliche Klassen und eine „classe complementare“, in welcher Progressionen und Logarithmen gelehrt, Anwendungen zur elementaren Planimetrie und Trigonometrie durchgenommen werden. Dann geht der Zögling an ein technisches Institut über, wo er Algebra, Analysis des Endlichen, analytische, neuere und deskriptive Geometrie, sowie theoretische Mechanik hört, und dann ist er reif für's Polytechnikum. Wir sind auf diese Bestimmungen, welche ersichtlich mit den Anträgen des Herrn Verger im Wesentlichen harmonieren, um defswillen genauer eingegangen, weil die beiden Bücher, welche uns als Rezensionsobjekte vorliegen, nicht beide für die nämliche Kategorie von Schulen bestimmt sind. Wer diefs aus dem Auge verlöre, der würde sich darüber wundern müssen, dafs

*) La riforma delle scuole tecniche. Relazione a S. E. il Ministero della pubblica istruzione. Istruzioni e programmi. Roma, tip. Eredi Botta. 1875. 126 S.

in der Geometrie anscheinend ungleich geringere Ansprüche an den Lernenden gestellt würden, als in der Arithmetik.

II. Die Tendenz des algebraischen Werkes von Verger ist eine hervorragend praktische: der Leser soll rasch mit dem Wesen der algebraischen Transformationen vertraut, er soll ein guter Rechner werden. Die theoretische Begründung hat unter diesem, an sich gerechtfertigten, Streben einigermafsen gelitten. So würden wir die Einführung der Potenzen mit gebrochenen Exponenten (S. 41 ff.) gerne etwas präciser gewünscht haben, und gleichmäfsig die Lehre von den Gleichungssystemen des ersten Grades. So dürfte sich z. B. die Behauptung (S. 145), das Gleichungssystem

$$\frac{2}{3}x = 1 - 2y, \quad 5x = 1 - 2y$$

involviere einen Widerspruch, nicht aufrecht erhalten lassen, da doch die Werte $x = o$, $y = \frac{1}{2}$ vollkommen genügen. Endlich fehlt eine entsprechende Theorie des Imaginären. Wir vermuten als Grund dieses Mangels, dafs der Verf. diese Abteilung der Analysis des Endlichen, also einem höheren Kurs der technischen Institute, vorbehalten wissen will, allein da doch einmal bei den quadratischen Gleichungen geradzahlige Wurzeln aus negativen Zahlen nicht ausgeschlossen wurden und auch nicht ausgeschlossen werden durften, so mufste doch auch schon dem Anfänger etwas mehr Aufklärung über diesen Punkt gegeben werden. Ein minder wesentliches Desideratum besteht in der Nicht-Aufnahme der gebräuchlichen symbolischen Schreibweise der Determinanten, von welch' letzteren doch wohl einige Anfangssätze hätten Aufnahme finden können.

Das Alles sind jedoch minder wesentliche Dinge, denen bei einer neuen Auflage mit gröfster Leichtigkeit Rechnung getragen werden kann. Anordnung und Stoffverteilung sind durchaus zu loben; der Umstand, dafs die Logarithmen zweimal vorkommen, zuerst als höchste Spezies und später noch einmal als Nachtrag zu den arithmetischen und geometrischen Reihen, erklärt sich geschichtlich ganz einfach, denn es ist ja bekannt, dafs man die Logarithmenlehre ursprünglich als eine Art von Interpolationsproblem auffafste und sie erst ganz allmälig auch von ihrer elementaren Seite betrachten lernte. Die sieben Grundrechnungsarten werden zuerst speziell für Monome abgehandelt, alsdann wird die Rechnung mit Polynomen in sehr ausführlicher und übersichtlicher Weise gelehrt. Die linearen Gleichungen nehmen einen grofsen Raum ein, der zur Auflösung eines Gleichungssystemes dienenden Methoden giebt es hier mehr, als gewöhnlich in deutschen Unterrichtswerken, denn wir haben hier die Substitutions-, Comparations- und Eliminationsmethode im engeren Sinne, die Methoden von Bézout und Gergonne (letztere nur eine unwesentliche Erweiterung der ersteren) und das Cramer'sche Verfahren (Determinanten). Auch die quadratischen und die auf sie

zurückführbaren höheren Gleichungen werden von mannigfachen Gesichtspunkten aus beleuchtet; so wird beispielsweise die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ auch für den Fall besonders untersucht, wo a eine sehr kleine Gröfse ist. Den arithmetischen und geometrischen Reihen folgt, wie schon bemerkt, noch eine zweite, umfänglichere, Logarithmentheorie nebst Anwendungen auf Exponentialgleichungen und Zinseszinsrechnung. Ein Anhang, in welchem die Handhabung und Einrichtung der logarithmischen Tabellen recht klar auseinandergesetzt ist, beschliefst das Ganze. Neben den theoretischen Lehren sind auch allenthalben Beispiele zu deren Anwendung mit eingestreut, und zudem folgen jedem der beiden Teile, in welche das Buch zerfällt (S. 1—119, S. 120—322), geschlossene Serien von durchweg gut gewählten Übungsaufgaben, teilweise geometrischer Natur. Wir glauben einen Vorteil in dem Umstande erblicken zu dürfen, dafs Schüler, welche nach dem Verger'schen Leitfaden unterrichtet werden, sich nicht auch noch eine besondere Aufgabensammlung anzuschaffen genötigt sind.

III. Zur Ausarbeitung der Geometrie hat sich Herr Verger mit seinem Freunde, Herrn Garbieri, verbunden, der den deutschen Mathematikern durch zahlreiche schöne Untersuchungen auf dem Gebiete der Determinantentheorie und modernen Algebra bereits wohl bekannt sein dürfte. Wir erinnern uns, dafs der geometrische Unterricht an den technischen Elementarschulen kein eigentlich propädeutischer sein soll, ein streng wissenschaftlicher bei dem jugendlichen Alter der Schüler aber kaum sein kann. Die Ausarbeitung des Lehrganges erforderte sonach Takt und pädagogisches Geschick, und dafs es den Verfassern an beiden nicht gebrach, dafür spricht wohl schon die nach kurzer Zeit (ein Jahr) notwendig gewordene zweite Auflage. Deutsche Leser werden allerdings finden, dafs auf 108 grofsgedruckten Seiten die Elemente der ebenen und räumlichen Geometrie nur dann zusammengestellt werden konnten, wenn man sich in der Auswahl des Lehrstoffes mehr beschränkte, als es bei uns gewöhnlich der Fall ist. Allein diese Knappheit liegt eben in den eigentümlichen italienischen Verhältnissen und kann dem Buche selbst nicht zum Vorwurfe gemacht werden. Aus der Einleitung heben wir hervor den anschaulichen Nachweis dafür, dafs die zwei Punkte verbindende Strecke auch deren kürzeste Entfernung repräsentiert. Hierauf folgt die Streckenmessung, die Definition der Ebene, des Kreises und der zu ihm gehörigen geraden Linien, die Lehre von den Winkeln mit einem Anschauungsbeweis für die Gleichheit zweier Scheitelwinkel und die Congruenzlehre, zu deren Einübung der Gebrauch von Modellen anempfohlen wird. Die sogenannten Fundamentalaufgaben schliefsen sich unmittelbar an die Congruenzlehre an. Anschauungsmäfsig, ohne die Praetension eines exakten Nachweises der entwickelten Sätze, wird auch die Parallelentheorie vorgeführt, aus der das Theorem von

der Winkelsumme des Dreieckes als einfaches Corollar fliefst. Bei der Definition der Vierecke wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dafs auch einspringende Winkel vorkommen können. Nachdem sodann der Begriff des Parallelogrammes u. s. w. erläutert ist, beginnt sofort die Flächenmessung, soweit für dieselbe anschauliche Substrate erbracht werden können. Dieses erste Buch deckt sich, wenn auch der Name nicht gewählt ist, im Grofsen und Ganzen mit unserer Propädeutik. Dem gegenüber trägt das zweite Buch einen mehr wissenschaftlichen Charakter; es beginnt in Folge dessen mit der Erklärung von Axiom, Lehrsatz u. s. w. Als Muster von Lehrsätzen sind aufgenommen der Satz von der Summe der Aufsenwinkel eines Polygones, der Pythagoräer, dessen Beweise recht hübsch und deutlich ausgewählt sind, der Satz von der Seiten-Proportionalität ähnlicher Dreiecke, endlich eine Suite einfacher Sätze vom Kreise und den regelmäfsigen Vielecken. Der Wert $\pi = 3{,}1416$ kann auf dieser Stufe freilich nur mehr empirisch eruiert werden. Das dritte Buch enthält eine kurzgefafste Stereometrie, nachdem die Fundamentalwahrheiten über die gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen skizziert sind, wird der regulären Polyeder etwas eingehender gedacht und hierauf für die wichtigsten Körperformen, Prisma, Cylinder, Pyramide, Kegel und Kugel, Oberfläche und Inhalt bestimmt. Für die Kugel konnten die bezüglichen Formeln natürlich nicht abgeleitet werden, da hierzu ein gröfseres Maafs von Vorkenntnissen gehört.

Die Schule, für welche das Verger-Garbieri'sche Lehrbuch bestimmt ist, soll jungen Leuten, die aus ihr heraus in's praktische Leben treten, eine wenn auch nicht weite, so doch in sich abgeschlossene Bildung mit auf den Weg geben. Im geometrischen Fache ist diefs erreicht, wenn der Unterricht sich an unsere Vorlage — die nötigen Übungen mit eingeschlossen — angelehnt hat. Man wird die sehr anerkennenden Worte, mit welchen eine Autorität ersten Ranges, Professor Battaglini, das Werkchen dem Unterrichtsminister anempfahl, auch deutscherseits gerne acceptieren.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Jacob Steiners gesammelte Werke, herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preufsischen Akademie der Wissenschaften. 2. Bd.,*) mit 23 Figurentafeln. Herausgegeben von Weierstrafs. Berlin, Druck und Verlag von G. Reimer X u. 843 S. Ladenpreis 18 ℳ

Dem von uns S. 222 ds. Jhgs. angezeigten 1. Bande dieses wichtigen Werkes ist nun der 2. Band gefolgt. Er enthält folgende Abhandlungen:

1. Démonstration géométrique d'un théorème relatif à l'attraction

*) Über den 1. Bd. siehe Heft 3 ds. Jhg. S. 222 u. f.

d'une couche ellipsoïdique sur un point extérieur. Avec 1 Fig. (Tab I). Crelles Journal*) Bd. 12, S. 141 ff. Jan. 1834.

2. Ein neuer Satz über die Primzahlen. Cr. J. Bd. 13, S. 356 ff. Dcbr. 1834.

3. Aufgaben und Lehrsätze. Cr. J. Bd. 13, S .361 ff mit 1 Fig.

4. Einfache Konstruktion der Tangente an die allgemeine Lemniskate. Cr. J. Bd. 14, S. 80 ff. Mit 1 Fig. Dcbr. 1834.

5. Aufgaben und Lehrsätze (16 Nummern). Cr. J. Bd. 14, S. 88 ff. Mit 2 Fig. Ohne Datum.

6. Dsgl. Aufgaben und Lehrsätze (8 Nummern). Cr. J. Bd. 15, S. 373 ff. Mit 2 Fig. Ohne Datum.

7. Dsgl. Aufgaben und Lehrsätze (30 Nummern). Cr J. Bd. 16, S. 86 ff.

8. Maximum und Minimum des Bogens einer beliebigen Kurve im Verhältnis zur zugehörigen Abscisse oder Ordinate. Cr. J. Bd. 17, S. 83 ff. Mit 4 Fig. Auszug aus einer am 23. Jan. 1837 in der Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehaltenen Vorlesung.

9. Aufgaben und Lehrsätze. Cr. J. Bd. 18, S. 278 ff u. 369 ff. Mit 5 Fig.

10. Einfache Beweise der isoperimetrischen Hauptsätze. (14 §§.) Cr. J. Bd. 18, S. 281 ff. Auszug aus einer am 1. Dec. 1836 in der Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehaltenen Vorlesung. Mit 5 Fig.

11. Über den Punkt der kleinsten Entfernung. Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin von 1837, S. 144.

12. Von dem Krümmungsschwerpunkte ebener Kurven. Cr. J. Bd. 21, S. 33 ff. und 101 ff. Auszug aus einer am 5. April 1838 in der Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehaltenen Vorlesung. Mit 11 Figuren und 36 §§.

13. Über einige allgemeine Eigenschaften der Kurven von doppelter Krümmung. Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1839. S. 76 ff.

14. Über ein einfaches Prinzip zum Quadrieren verschiedener Kurven. Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1840. S. 46 ff.

15. Über parallele Flächen. Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1840. S. 114 ff.

Es folgen hierauf zwei der wichtigsten Abhandlungen dieses Bandes, welche ursprünglich, da sie der Pariser Akademie der Wissenschaften vorgelegt waren, in französischer Sprache und zwar in Liouvilles Journal erschienen sind. Das Originalmanuskript aber war deutsch und ist erhalten worden, wodurch zugleich die

*) In der Folge abgekürzt durch Cr. J. Die Nummern der Bände sind diesmal mit arabischen Ziffern bezeichnet.

unklaren Stellen und Fehler der französischen Übersetzung blosgelegt worden sind. Diese bedeutenden, die Ergebnisse langjähriger Untersuchungen enthaltenden, Arbeiten sind:

16—17. Über Maximum und Minimum bei den Figuren in der Ebene, auf der Kegelfläche und im Raume überhaupt. I. Abh. Mit 19 Fig. II. Abh. Mit 17 Fig. Cr. J. Bd. 24.*)

18. Über einige stereometrische Sätze. Cr. J. Bd. 23, S. 275ff. Auszug aus einer den 14. Febr. 1842 in der Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehaltenen Vorlesung.

19. Elementare Lösung einer Aufgabe über das ebene und sphärische Dreieck. Cr. J. Bd. 28, S. 375ff. Mit 5 Fig. (Mit Beziehung auf eine Aufgabe und Lösung von Lehmus.)

20. Teoremi relativi alle coniche inscritte e circonscritte Giornale arcadico di Roma t. 99, S. 147ff. Cr. J. Bd. 30, S. 97ff. Mit 3 Fig.

21. Über eine Eigenschaft der Krümmungshalbmesser der Kegelschnitte. Cr. J. Bd. 30, S. 271ff.

22. Lehrsätze und Aufgaben. Cr. J. Bd. 30, S. 273ff.

23. Über eine Eigenschaft der Leitstrahlen der Kegelschnitte. Cr. J. Bd. 30, S. 337ff. April 1845.

24. Geometrische Lehrsätze und Aufgaben. Cr. J. Bd. 31, S. 90ff. April 1845.

25. Über Lehrsätze, von welchen die bekannten Sätze über parallele Kurven besondere Fälle sind. Cr. J. Bd. 32, S. 75ff. (Auszug aus einer am 26. März in der Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehaltenen Vorlesung.) März 1846.

26. Geometrische Lehrsätze. Cr. J. Bd. 32, S. 182ff. Auszug aus einer am 27. November 1845 in der Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehaltenen Vorlesung.

27. Sätze über Kurven zweiter und dritter Ordnung. Cr. J. Bd. 32, S. 300ff. Juni 1845.

28. Über das dem Kreise umschriebene**) Viereck. Cr J. Bd. 32, S. 305ff. Mit 4 Fig. auf Taf. XVII—XIX.

29. Elementare Lösung einer geometrischen Aufgabe, und über einige damit in Verbindung stehende Eigenschaften der Kegelschnitte. Cr J. Bd. 37, S. 161ff. 19. April 1847 der Akademie der Wissenschaften vorgelegt. Mit 4 Eig. auf Taf. XX.

30. Über das gröfste Produkt der Teile oder Summanden jeder Zahl Cr. J. Bd. 40, S. 208.

31. Lehrsätze (geom.). Cr. J. Bd. 44, S. 275ff und Bd. 45, S. 177ff.

32. Combinatorische Aufgabe (Ar.). Cr. J. Bd. 45, S. 181ff. Nov. 1852.

---

*) Man vergl. ds. Z. X, 245 (Abhandlung v. Edler).

**) Leider auch der bekannte, vielgerügte grammatische Fehler statt „um $\left\{\begin{matrix}\text{ge}\\\text{be}\end{matrix}\right\}$ schriebene“. Red.

33. Aufgaben und Lehrsätze (Kegelschnitte). Cr. J. Bd. 45, S. 183ff. Nov. 1852.

34. Über einige neue Bestimmungsarten der Kurven 2. Ordnung nebst daraus folgenden neuen Eigenschaften derselben Kurven. Cr. J. Bd. 45, S. 189ff. Mit Fig. auf Taf. XXI und XXII. Vortrag in der Akademie der Wissenschaften. 4. März 1852.

35. Allgemeine Betrachtungen über einander doppelt berührende Kegelschnitte. Cr. J. Bd. 45, S. 212ff. März 1852.

36. Aufgaben und Lehrsätze (Kurven 3. Gr.). Cr. J. Bd. 45, S. 375ff. Nov. 1852.

37. Allgemeine Eigenschaften der algebraischen Kurven. Cr. J. Bd. 47, S. 1ff. Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aug. 1848.

38. Über solche algebraische Kurven, welche einen Mittelpunkt haben und über darauf bezügliche Eigenschaften allgemeiner Kurven, sowie über geradlinige Transversalen der letzteren. Cr. J. Bd. 47, S. 7ff. Erw. Auszug aus einem Vortrag 26. Mai 1851 in der Akademie der Wissenschaften zu Berlin gehalten.

39. Aufgaben und Lehrsätze bezüglich auf die vorstehende Abhandlung. Cr. J. Bd. 47, S. 106ff.

40. Eigenschaften der Kurven 4. Grades rücksichtlich ihrer Doppeltangenten. Cr. J. Bd. 49, S. 265ff. Oct. 1852.

41. Aufgaben und Lehrsätze (Kegelschnitte). Cr. J. Bd. 49, S. 273ff. Nov. 1852.

42. Über algebraische Kurven und Flächen. Cr. J. Bd. 49, S. 333ff.

43. Über eine besondere Kurve 3. Klasse (u. 4. Gr.) Borch. Journ. Bd. 53, S. 231ff. Gelesen in der Akademie der Wissenschaften den 7. Jan. 1856.

44. Über die Flächen 3. Grades. Cr. J. Bd. 53, S. 133ff. 31. Jan. 1856. Akademie der Wissenschaften.

45. Vermischte Sätze und Aufgaben. Borch. Journ. Bd. 55, S. 356ff.

Nachlafs. (Von Prof. Geiser in Zürich mitgeteilt.)

46. Geometrische Betrachtungen und Lehrsätze. Borch. Journ. Bd. 66, S. 237ff; hinterl. Manuskripte.

47. Konstruktion der durch neun gegebene Punkte gehenden Fläche 2. Grades. Borch. Journ. Bd. 68, S. 191ff; hinterl. Manuskripte.

48. Zwei spezielle Flächen vierter Ordnung. Nach mündlichen Mitteilungen Steiners.

49. Anmerkungen und Zusätze. Nebst 5 Fig. auf Taf. XXIII.

Zum vorstehenden und dem früher (S. 222) gegebenen Verzeichnisse der Steinerschen Schriften erlauben wir uns noch folgende Bemerkungen:

Für Lehrer der Mathematik dürften aufser den beiden selbständigen wiederabgedruckten und hier S. 224 angeführten Werken

(„System. Entwickelung etc." und „Konstruktionen" etc.) besonders **die** Nummern **1. 2.** und **16.** zu empfehlen sein; aus dem 2. Bande **aber** No. **8**, welche die geniale Arbeit über Maximum und Minimum (No. **16—17**) einleitet. Diese beiden Nummern (16—17) sollte jeder Lehrer der Mathematik genau kennen. Aufserdem sind ohne Schwierigkeit verständlich No. **20. 34.** und **35.** Wer sich genauer über die Steinerschen Arbeiten unterrichten will, dem sei ein bei Cäsar Schmidt in Zürich erschienener Vortrag des Hr. Prof. Geiser in Zürich empfohlen, welchen derselbe s. Z. in der schweiz. naturf. Gesellschaft gehalten hat.*) Dieser Vortrag, welcher nicht nur die wissenschaftlichen Arbeiten Steiners (allerdings nur in kurzen Zügen) beleuchtet, sondern auch über Leben und Charakter des grofsen Geometers, sowie über sein Verhältnis zu andern grofsen Mathematikern interessante Aufschlüsse giebt, übrigens von feinen kritischen Bemerkungen durchflochten und in einer durchweg edlen Sprache abgefafst ist, sollte von keinem Mathematiklehrer ungelesen bleiben. Referent ist überzeugt, dafs ihn keiner unbefriedigt und ohne geistigen Gewinn aus der Hand legen wird und dafs die Lektüre desselben jedem eine so angenehme Stunde bereiten werde, wie ihm. H.

FIALKOWSKI, Nikolaus, (Prof. an der Realschule im VI. Bez. [Gumpendorf] Wiens.) Zeichnende Geometrie (Konstruktions**)-Lehre) mit entsprechenden Beispielen, der Anwendung auf das Projektions-,**) dann Bau-Maschinen-Situations-**) und auf das figuralische Zeichnen. Elementar-Unterricht für alle Zeichner und Nachschlagebuch für jeden Techniker und Mathematikbeflissenen. Auf 138 Tafeln 1800 Figuren (darunter 100 neue Konstruktionen vom Verfasser). Dritte durchaus verbesserte und erweiterte Auflage. Wien und Leipzig. Verlag von J. Klinkhardt 1882. XIV und 136 S. Pr. 9,60 *M.*

Ein mit wahrem Bienenfleifse zusammengestelltes Buch, das eine Fülle ausgeführter und genau beschriebener geom. Konstruktionen aus fast allen Gebieten, in welchen das Zeichnen Verwendung findet, enthält, eine Fülle, wie wir sie noch nicht gefunden haben. Das Ganze ist sehr übersichtlich, anschaulich und auch höchst sauber gearbeitet; neben der Textseite steht immer die Figurentafel. Die Aufgaben sind fett gedruckt, die Auflösungen mit gewöhnlichen, viele weniger wichtige oder seltnere mit kleinern Lettern. Besondere Sorgfalt ist auf die Figuren verwendet, besonders auf die compli-

---

*) Zur Erinnerung an Jacob Steiner. Ein Vortrag gehalten in der mathematischen Sektion der schweiz.-naturforschenden Versammlung an ihrer Jahresversammlung in Schaffhausen, d. 22. Aug. 1873. Zürich bei Cäsar Schmidt. 37 S.

**) Der Verf. schreibt aber nach österr. Orthographie: Konstrukzion sowie auch Projekzion, Situazion. Red.

zierten, wo Schattierungen und Hilfslinien leicht die Übersichtlichkeit und Klarheit stören können. Das zeigt sich besonders in der krummlinigen Geometrie, welche hier in das Gebiet des Freihandzeichnens hinübergreift und sogar hart an die Baukunst und Malerei streift (Man s. z. B. Taf. 88 u. 104 u. Taf. 119 Profile des menschlichen Antlitzes). Die Netze der stereometr. Körper sind ziemlich ausführlich gegeben (wir vermissen nur die der schiefen Körper z. B. d. schiefen Kegels etc. etc.). Schwerpunktsbestimmungen, geodätische Aufgaben, Situationszeichnen, Graphische Statik, Konstruktive Arithmetik, Architektur, (Ornamentik, Säulenordnungen) machen den Schlufs. Kurz, der Verfasser giebt eine ungemein reichhaltige Anwendung des Zeichnens und dürfte man vielleicht nur die Anwendung auf das noch in den Anfängen befindliche geographische Zeichnen vermissen, obschon auch dem „Situationszeichnen" eine Tafel (CXXVII S. 127) gewidmet ist.

Bezüglich des beigegebenen erläuternden Textes müssen wir unser Lob etwas moderieren. Es mag in dem Bildungsgange des (uns übrigens persönlich wohlbekannten und höchst achtungswerten) Verfassers liegen, dafs die sprachlich-logische Seite seiner Darstellung*) der schwächste Teil seiner Arbeit ist. Greifen wir nur eine der elementarsten Aufgaben heraus (no 249. S. 25) „Konstrukzion eines Dreiecks, wenn alle 3 Seiten gegeben sind" [statt: K. eines ungleichseitigen Dr. aus den (drei) Seiten**)].

Aufl. Es seien a, b, c die 3 gegebenen Seiten. [Hier sollte hinzugefügt sein: so dafs $a > b > c$.] Man mache $AB = a$ [Basis], beschreibe aus A mit dem Halbmesser gleich der gegebenen Geraden b [st. Seite b] den Bogen xy und ebenso aus B durchschneide man diesen Bogen [welcher Stil! statt: „durchschneide ihn aus B etc. etc.] mit dem Halbmesser gleich der gegebenen Geraden [Seite!] c, wodurch man den 3. Punkt [Eckpunkt!], hier C, des Dreiecks erhält; verbindet man nun den Punkt C mit A und B [fehlt: „durch Gerade" oder kürzer: zieht man AC und BC], so erhält man etc. etc. (vergl. des Herausgebers ds. Z. „Vorschule der Geometrie" S. 112). —

Und so durch das ganze Buch. Ob die Auflösungen (Konstruktionen), unter denen auch der Verf. als Autor viele beansprucht, alle korrekt sind, ob sie nicht mitunter durch bessere ersetzt werden könnten — darüber vermögen wir bei der Masse derselben jetzt noch kein Urteil abzugeben. Auch die mathem. Orthographie ist nicht immer tadellos, so schreibt z. B. d. Verf. „Centri ∡" (S. 44***)) der „umschriebene Kreis" (S. 44) u. a. m. Bei

---

*) Der Herausgeber d. Z. hat gerade diesem wichtigen Punkte des mathem. Unterr. in seiner „Vorschule der Geometrie" ganz besondere Sorgfalt zugewendet.

**) die Worte in [ ] sind Randbem. des Referenten.

***) Man vergl. unsere Nachschrift zur Rezension von Schröders Planimetrie Hft. 4 ds. Hsg. S. 304.

wichtigen Konstruktionen (z. B. Renaldi's) hätten wir die Namen der Erfinder und am Schlusse des Buches einen alphabetischen Index gewünscht.

Lehrern, denen der Unterricht im geometrischen Zeichnen obliegt, oder jenen Volksschullehrern, welche durch Herausgabe ihrer elementaren geometrischen Formenlehren für Bürger- und Volksschulen „einem dringenden Bedürfnisse abzuhelfen" wähnen, auch jüngeren Lehrern an Gymnasien, welche ihren Unterricht durch Zeichnungen anschaulicher und geniefsbarer machen wollen, besonders aber Seminaristen und Autotidakten sei das Buch besonders wegen der ausführlichen und sauberen Zeichnungen angelegentlich empfohlen. — H.

Gyldén, Hugo (Astronom der k. Akademie der Wissenschaften in Stockholm). Die Grundlehren der Astronomie nach ihrer geschichtlichen Entwicklung dargestellt. Deutsche vom Verfasser besorgte und erweiterte Ausgabe. Mit 33 Holzschnitten. Leipzig, Engelmann 1877. VIII u. 408 S. 8. Preis 7 ℳ

Wir haben es hier nicht mit einer Dutzendarbeit zu thun, sondern mit einer originellen und vorzüglichen Leistung, mit einem Buche, dessen Studium durch die Art der Darstellung und Anordnung auch für jenen genufsreich sein wird, der aus ihm nicht neue Belehrung zu schöpfen nötig hat. — Auf dem Titelblatte wird das Werk nicht als populär bezeichnet, in dem Vorworte aber sagt der Verfasser: „durch eine solche Anordnung hofft man dem Buche den Zugang zu einem gröfsern Publikum bereitet und erleichtert zu haben." Ob sich der geehrte Verfasser hierin nicht denn doch einer Illusion hingiebt, mag dahin gestellt bleiben. Die grofse Wust sogenannter populärer Schriften hat unser Publikum verwöhnt und einem Buche, wie das vorliegende, das ernste Arbeit, anstrengendes Denken und ausdauerndes Studium verlangt, dürfte von der Mehrzahl der Leser das Prädikat populär abgesprochen werden. Jenen wahrhaft Gebildeten aber, die in einem ein wissenschaftliches Gebiet behandelnden Werke nicht einen blofsen Ersatz für einen spannenden Roman suchen, die vielmehr wissen, dafs zum wahrhaft wissenschaftlichen Genusse Arbeit gehöre, die werden das Buch mit um so gröfserer Befriedigung studieren, je mehr sie sich in dasselbe vertiefen, namentlich dann, wenn sie durch die in dasselbe aufgenommenen trigonometrischen und analytischen Grundlehren, falls ihnen dieselben neu sein sollten, angeregt würden, selbe aus guten leichtfafslichen mathematischen Werken zu ergänzen. Solche Leser wissen ja, dafs von einem populär wissenschaftlichen Werke nur zu verlangen ist, es möge durch verständliche Sprache und leicht durchschauliche Anordnung die Schwierigkeiten der rein wissenschaftlichen Darstellung mildern, es möge, so zu sagen, die Sprache der Wissenschaft in die des gemeinen gesunden Menschenverstandes übersetzen.

Eine ganz kurze Charakterisierung des Inhalts wird genügen, das Eigentümliche des Werkes zu zeigen.

In einer Einleitung von 22 Seiten präcisiert der Verfasser seinen Standpunkt und die Aufgabe der Astronomie. Wir würden dem Leser des Werkes raten, diese Einleitung vorerst nur flüchtig zu lesen und mit dem eigentlichen Studium beim ersten Kapitel zu beginnen, um zum Schlusse nochmals zu ihr zurückzukehren. Zwei Momente aus derselben jedoch sind für das Folgende von Bedeutung. Das eine bezieht sich auf die Umgrenzung der Astronomie und somit auf den Inhalt des Buches. Gyldén versteht unter Astronomie nur die Wissenschaft von den Gesetzen der Bewegung der Weltkörper und sieht „die Bemühungen, Kenntnisse über die physische Beschaffenheit der Himmelskörper zu erlangen, Bemühungen, die übrigens in neuester Zeit von grofsem Erfolge gekrönt worden sind“ nur insofern als der Astronomie angehörig an, als „die Kenntnis der physischen Vorgänge auf Himmelskörpern auch bei rein astronomischen Untersuchungen von Wichtigkeit sein kann.“

Wichtiger als dieses Moment ist für das Studium des Buches das zweite: die von dem Herkömmlichen abweichende Ansicht über den Begriff des Beharrungsvermögens. Wir sind gewohnt diese allgemeine Eigenschaft der Materie so aufzufassen, dafs wir annehmen, ein Körper könne ohne Einwirkung einer aufser demselben liegenden Kraft weder aus der Ruhe in Bewegung, noch aus Bewegung in Ruhe kommen. Zur Erklärung der Bewegungen der Himmelskörper sehen wir uns demnach genötigt eine momentane Kraft anzunehmen, welche dem Weltkörper, mit dessen Bewegungserscheinungen wir uns beschäftigen, einen Impuls zu einer geradlinigen, gleichförmigen Bewegung erteilte, die dann infolge der Gravitation zu einer Bewegung in einer Kegelschnittslinie umgewandelt wurde. Gyldén nimmt dagegen eine von aller Ewigkeit her existierende mit gleichförmiger geradliniger Bewegung an sich schon begabte Materie an, deren Massen überdies auf einander gegenseitig nach dem Gravitionsgesetze wirkten und wirken. Dieser Voraussetzung gemäfs entfällt die Frage nach dem ursprünglichen Impuls und die Astronomie hat nur die Aufgabe, nachzuweifsen, dafs die vorhandenen Bewegungen der Weltkörper den Gesetzen der die gleichförmige geradlinige Bewegung ändernden Gravitation entsprechen. Vom naturwissenschaftlichen Standpunkte aus erscheint diese Auffassung ganz korrekt. Die Frage nach dem ersten Bewegungsimpuls ist genau so metaphysisch, wie die nach dem Ursprung der Materie; bei ruhiger Überlegung finden wir, dafs gleichförmige Bewegung in unserer der Erfahrung entnommenen Vorstellung von Materie liege, da wir ja bewegungslose Materie nicht kennen.

Nach dem Gesagten könnte man vermuten, der Verfasser werde, da er den Begriff der Materie derart obenan stellt, den für ein elementares Werk nicht zu billigenden Weg der Deduktion und

Speculation einschlagen. Dies ist ganz und gar nicht der Fall. Vielmehr ist es eben das Auszeichnende des Buches, dafs es streng inductiv vorgeht und die Deduktion erst dann eintritt, nachdem aus Erfahrungserscheinungen die Bewegungsregeln so weit abgeleitet worden sind, dafs sie sich in mathematischen Formeln ausdrücken lassen. Erst dann tritt die Deduktion ein.

So stellt sich denn der Verfasser zunächst auf den Standpunkt des Urzustandes und führt den Leser an der Hand der geschichtlichen Entwicklung seiner Wissenschaft von den ältesten Zeiten und den ersten Anfängen bis zur Kenntnis der neuesten astronomischen Forschungen.

Einen ähnlichen Weg findet man in Portecoulant's Astronomie vor. Dort aber werden die Kenntnisse der Alten blos historisch vorgeführt, während wir hier gewissermafsen die Beobachtungen der alten Astronomen mitmachen. Wir arbeiten zuerst mit ihren ungenauen Instrumenten (Gnomon, Astrolabium Armillarsphären), ihren primitiven Beobachtungsarten (heliakischer Aufgang), bis wir auf Seite 44 des ersten Kapitels („Geschichlicher Überblick bis zu Newton's Entdeckung des Gesetzes der allgemeinen Schwere" S. 22—154) zur griechischen Astronomie kommen. Hier wird die Darstellung ausführlicher. Es wird gezeigt, wie und welche „Ungleichheiten" die Griechen bei ihren Beobachtungen fanden und warum ihnen andere entgehen mufsten. Die Grundbegriffe der Trigonometrie werden kurz auseinandergesetzt, und so viel aus der Funktionslehre entwickelt, als nötig ist, um eine Gleichung zwischen x und y von der Form

$$y = a \sin x + b \cos x + c \sin 2x + d \cos 2x \dots.$$

und die noch etwas compliciertere

$$\begin{aligned} y = A_0 + A_1 \cos x + A_2 \cos 2x + \dots. \\ + B_1 \sin x + B_2 \sin 2x + \dots. \end{aligned}$$

in der die Coefficienten A_1, $A_2 \dots B_1$, $B_2 \dots.$ selbst wieder ähnliche Funktionen einer von x abhängigen Gröfse z sind, zu verstehen.

Hierauf wird eine Reihe von Marsbeobachtungen vorgeführt. Es sind viertägige Längenänderungen des Mars, aufeinander folgenden Marsrevolutionen entnommen zur Zeit, wenn er 6 Stunden vor und 6 Stunden nach der Sonne culminiert, mit Beifügung der zugehörigen Längen. Man ersieht aus denselben, dafs diese Längenänderungen bei verschiedenen Längen ungleiche Werte haben. Um eine mathematische Regel, einen mathematischen Ausdruck für diese Abhängigkeit der Längenunterschiede (h) von den Längen (λ) zu finden, wird die Gleichung

$$h = A_0 + A_1 \cos \lambda + B_1 \sin \lambda$$

benützt, indem man drei Beobachtungen herauswählt und aus den drei so gebildeten Gleichungen die Coefficienten berechnet. Mit

diesen so gefundenen Werten, werden die Längenunterschiede für die ganze Beobachtungsreihe berechnet und so gezeigt, dafs sie nahezu die beobachteten wiedergeben. In ähnlicher Weise wird ein Beispiel von der Bewegung der Sonne hergenommen, in dem die Länge als Funktion der Zeit dargestellt wird. Hiedurch ist das Ziel erreicht, zu zeigen, dafs sich jede cyklische Bewegung, ohne Voraussetzung irgend welcher Hypothese, ihre Ungleichheiten seien welche sie wollen, bei genügendem Beobachtungsmaterial in solche trigonometrische Ausdrücke übersetzen lasse, aus denen man den Ort des betreffenden Körpers für jede beliebige Zeit berechnen kann.

Nun wird gezeigt, wie die Griechen die Ungleichheiten zu erklären suchten, mithin die Theorie des exzentrischen Kreises und der Epizykel auseinandergesetzt. Dadurch, dafs die durch den exzentrischen Kreis und die Epizykel dargestellte Bewegung in die früher dargelegten Gleichungen übersetzt wird, wird gezeigt, dafs diese Theorie, obzwar sie unter dem Drucke der vorgefassten Meinung, die Bewegung im Kreise sei die vollkommenste, also im Universum einzig anzunehmende, aufgestellt wurde, zur Darstellung der Planetenbewegungen, da die Genauigkeit der Beobachtungen 10 Minuten nicht erreichte, vollkommen entsprach.

In dem folgenden Paragraphen wird nun gesagt, dafs das ptolomäische System trotz der geringen Fortschritte im Mittelalter (schon infolge des grofsen Zeitraumes, der die Beobachtungen umfafste, sollte es die Bewegung genügend genau darstellen) durch Häufung von Epizykel auf Epizykel so kompliziert und unnatürlich wurde, dafs es den denkenden Männern nicht mehr genügte. Da stellt Copernicus sein System auf, und die Darstellung der Bewegungen wird durch Wegfall der sogenannten zweiten Ungleichheit aufserordentlich vereinfacht. Die erste Ungleichheit sucht auch Copernicus durch Beibehaltung des exzentrischen Kreises zu erklären. Aber die für seine Zeit ausgezeichneten Beobachtungen Tyge Brahe's (wie der Verfasser schreibt) drückten den wahrscheinlichen Beobachtungsfehler auf eine Minute herab und das System, wie es Copernicus aufstellt, entspricht wieder nicht den Beobachtungen. Da wird Kepler, als dem Nachfolger Tyge Brahe's im Direktorat der Prager Sternwarte, die Aufgabe auf Grundlage der Brahe'schen Beobachtungen neue Planetentafeln zu berechnen. Er nimmt mit Copernicus die Rotation der Erde und die Revolution der Planeten um die ruhende Sonne an, sucht aber in echt induktiver Weise mit eiserner Ausdauer aus dem Beobachtungsmaterial die Form der Bahn und die Art der Bewegung, ohne eine Hypothese vorauszusetzen, festzustellen. Auf diesem mühsamen, aber einzig richtigen Wege gelangt er zu den nach ihm benannten Gesetzen. — Es ist natürlich, dafs G. nun wieder einen mathematischen Excurs über die Ellipse einschalten mufs, deren

Gleichung gesucht und ihr jene Form gegeben wird, in der sie zumeist in der Astronomie angewendet wird. Die Kepler'schen Gesetze werden nun abgeleitet und die Bemerkung angefügt: „Es liegt in der Natur jeder empirischen Entdeckung, dafs sie, so lange keine theoretische Bestätigung vorliegt, eine absolut bindende Kraft nicht hat, sondern nur mehr oder weniger wahrscheinlich sein kann. So war es der Fall auch mit den Entdeckungen Kepler's; spätere Untersuchungen haben sie im Wesentlichen bestätigt, aber auch gezeigt, dafs sie keineswegs vollkommen richtig sind." — Mit einem die Präzession behandelnden Paragraphen schliefst das Kapitel.

Durch das Bisherige glauben wir, das Werk genügend charakterisiert zu haben; wir wollen also im Nachfolgenden nur den weiteren Inhalt andeuten.

Das zweite Kapitel (S. 155—249) „Newton's Gesetz der allgemeinen Schwere" bespricht in vier Paragraphen „Galilei's mechanische Entdeckungen", „Sätze aus der Mechanik", „Newton's Entdeckung des allgemeinen Gravitationsgesetzes" und „Weitere Folgen aus Newton's Gravitationsgesetz".

Das dritte Kapitel (S. 250—323) behandelt in drei Paragraphen „die Beobachtungskunst unserer Zeit". Im ersten werden „Coordinaten im Raum und auf der Sphäre", im zweiten „Astronomische Beobachtungen und Instrumente" besprochen. Dieser Paragraph beschreibt nicht nur die jetzt gebräuchlichen astronomischen Instrumente, sondern auch die Art, wie sie aufzustellen und zu gebrauchen sind, wie ihre Fehler gefunden und in Rechnung gezogen werden und wie aus einer Reihe von Beobachtungen der relativ richtigste Wert abzuleiten und der wahrscheinliche Fehler (Methode der kleinsten Quadrate) zu bestimmen ist. Der letzte Paragraph dieses Kapitels handelt „von den wahren, scheinbaren und mittleren Örtern der Himmelskörper".

Das vierte (letzte) Kapitel, „Neue astronomische Forschungen", (S. 324—393) ergeht sich über „Die Bestimmung der Entfernungen der Himmelskörper", „Die kleinen Planeten", „Die Kometen", Die Doppelsterne", „Helligkeit der Sterne", „Scheinbare Verteilung der Sterne" und schliefslich „Die Bewegungen der Sterne".

In einem Anhange werden noch die Grundformeln der sphärischen Trigonometrie (aus den Beziehungen zwischen den Coordinaten eines Punktes in zwei rechtwinkligen Systemen) abgeleitet und endlich die Elemente der Körper des Sonnensystems gegeben. Ein ausführliches (alphabetisches) Register schliefst das Werk.

In der Vorrede erbittet sich der Verfasser als „Ausländer die Nachsicht der deutschen Leser"; hin und wieder merkt man es nun allerdings, dafs man es nicht mit einem deuschen Originalwerk zu thun hat: aber nirgendwo wird die Deutlichkeit beeinträchtigt, und das Buch liest sich gut. Nirgends wohl erhebt es sich zu einer gehobenen Sprache; wer aber weifs, wie viel Un-

klarheit sich häufig hinter einer solchen getragenen Darstellungsweise in populären Werken verbirgt, wird ihm das nicht zum Vorwurfe machen.

Wollten wir nun doch — nicht einen Tadel aber doch eine Bemängelung aussprechen, so gäben hierzu die Holzschnitte Veranlassung. Abgesehn davon, daſs der geehrte Verfasser (oder Verleger?) in dieser Richtung etwas zu sparsam war (einige derselben mehr, hätten wohl das Studium erleichtern mögen), leiden manche der Vorhandenen an einer Undeutlichkeit, die sehr störend wirkt.

Hiermit sei das Buch jedem Freunde richtigen Naturstudiums aufs wärmste empfohlen; Lehrer können aus demselben überhaupt lernen, daſs man nicht nur bei naturwissenschaftlicher Forschung an die Naturerscheinungen ohne vorgefaſste Hypothese herantreten solle, sondern daſs man auch beim Unterrichte den gleichen Weg einzuschlagen habe.

Wien. Dr. Pick.

Neue Auflagen.

Schlömilch, Dr. O. (Geh. Schulrat etc. etc.). Übungsbuch zum Studium der höheren Analysis. II. Teil: Aufgaben aus der Integralrechnung.*) 3. Aufl. VII und 384 S. Mit Holzschnitten i. T. Leipzig b. Teubner. Pr. ℳ 7,20.

Diese 3. Auflage „soll den Studierenden ein Hilfsmittel zur Einübung des Technischen der Integralrechnung bieten“ soll aber nicht „gröſsere Theorien entwickeln“. Die neue Auflage unterscheidet sich daher von ihren Vorgängerinnen nur dadurch, daſs sie in mehreren Kapiteln neue, interessante Aufgaben bringt.

Leunis, Dr Johannes (weil. Prof. a. Gymn. i. Hildesheim). Synoposis der drei Naturreiche. II. Teil: Botanik. 1. Bd. Allgemeiner Teil 1. Abt. (Bg. 1—34. S. 1—544). 3. gänzlich umgearbeitete, mit vielen hundert Hohzschnitten verm. Auflage bearbeitet von Dr. A. B. Frank, (Prof. a. der landw. Hochschule z. Berlin).

Dieses ausgezeichnete, besonders für Studierende der Naturwissenschaften und Lehrer bestimmte Werk erscheint hier in 3. Auflage. Es enthält die Anatomie und Morphologie der Pflanzen und zeichnet sich äuſserlich aus durch äuſserst klare und saubere Holzschnitte. Die Etymologie der Fremdnamen ist bekanntlich ein (wie es scheint keinem andern Werke in dieser Vollständigkeit eigener) Vorzug. Dem Vernehmen nach wird der Schluss des 1. Bandes im Januar 1883 erscheinen und wird dann dieser Band nach dem neuen

*) I. Teil (Aufgaben aus der Diff.-Rechnung) s. ds. Z. X, 438.

Plane die ganze allgemeine Botanik, einschl. der Morphologie der Kryptogamen, enthalten. Im 2. Bande werden dann die Phanerogamen, in dem 3. die Kryptogamen folgen. Wir sind in der Lage, den für dieses Werk sich interessierenden Fachgenossen noch mitzuteilen, dafs auch die längst im Buchhandel vergriffene Zoologie von Prof. Ludwig-Giessen neu bearbeitet wird, und dafs der Schluss des 1. Bandes im Sommer nächsten Jahres (1883) erscheinen soll. — H.

Klein, Dr. Hermann J., Anleitung zur Durchmusterung des Himmels. Astronomische Objekte für gewöhnliche Teleskope. Ein Hand- und Hilfsbuch für alle Freunde der Himmelskunde, besonders für die Besitzer von Fernrohren. Braunschweig 1880, Vieweg und Sohn. 592 S. mit 75 Holzstichen i. T., 8. Nebst 5 Tafeln, 4 Sternkarten und einem Titelbild. Pr. 24 ℳ. 2. verb. Auflage 1882.

Die 1. Auflage des vorgenannten Werkes ist s. Z. von Prof. Reidt-Hamm in Jhg. XII, 124 ff ds. Z. einer eingehenden Besprechung unterworfen worden. Diese „zweite Ausgabe" hat nur an einigen Stellen Umarbeitungen erfahren, so besonders in dem Abschnitte über den Mond, wo die neuesten Untersuchungen über stattgehabte phys. Veränderungen Berücksichtigung fanden". Wir empfehlen das Buch aufs Neue denjenigen Fachgenossen, welche an ihren Anstalten im Besitze eines guten Fernrohres sind und wir verweisen dabei auf die trefflichen Bemerkungen, welche bezügl. der Anschaffung eines solchen von Reidt a. a. O. XII, 128 gemacht wurden. H.

Erler, (Prof. u. 1. Oberl. a. Kön. Pädag. bei Züllichau). Die Direktoren-Konferenzen der preufsischen höheren Lehranstalten in den Jahren 1879, 1880 und 1881. Ihre Verhandlungen geordnet und excerpiert (2. Nachtrag der „Direktoren-Konferenzen des preufs. Staates"). Berlin, Verlag von Wiegandt und Grieben 1882. 126 S.

Wir haben bereits in Jahrg. IX (1878) S. 382 dieses im J. 1876 erschienene Sammelwerk („Die Direktoren-Konferenzen etc.") angezeigt und das Verdienstliche dieser Arbeit hervorgehoben. Ein erster Nachtrag*) hierzu erschien (nach S. V des vorliegenden Nachtrags) i. J. 1879 in demselben Verlage. Die den mathem. und naturw. Unterricht betr. Verhandlungen (Hannover 1879. Preufsen 1880) finden die Leser hier in den §§ 27—28. (S. 73 ff.) Auch

*) Dieser Nachtrag scheint bei uns nicht eingelaufen zu sein; denn wir finden denselben weder in unsern Verzeichnissen der eingelaufenen Druckschriften noch unter den Litt. Berichten. Red.

andere Themen wie z. B. Unterrichtszeit, Censuren, Schülerbibliotheken, Vorbildung für das höhere Schulamt werden die Fachgenossen interessieren. Wir empfehlen daher diesen Nachtrag der geneigten Beachtung der Herren Fachcollegen und wiederholen unseren in Jahrg. IX, S. 382 (am Schlusse) ausgesprochenen Wunsch, dafs sich eine Kraft finden möge, welche die ähnlichen Verhandlungen auch aus den übrigen deutschen Staaten sammle.*) —

H.

Entgegnung.**)

(Mit Bezug auf die Rezension in Heft 4. S. 129.)

In der Zeitschrift für Mathematik und Physik (Jhrg. 27. Hft. 4. S. 129 der hist. u. litt. Abt.) behauptet Herr Prof. H. Zech-Stuttgart, meine Schrift: „Einführung in die Mechanik" (Freiberg 1881, Craz & Gerlach) sei eine Ver- oder Zerarbeitung der Mechanik von Holtzmann (Stuttgart 1861) mit Einschiebung von Figuren und Aufgaben.

Zur Richtigstellung erlaube ich mir hierzu zu bemerken, dafs bei der Bearbeitung meines Buches, wie bei jedem Lehrbuche, existierende Litteratur notwendiger Weise zu verwenden war; in den vielen anderen, zum grofsen Teil sehr anerkennenden Kritiken über mein Buch ist mir hieraus auch kein Vorwurf gemacht worden.

Verschieden von Holtzmann bot ich lediglich Prinzipien der Mechanik und vorbereitende Aufgaben als Unterlage für Vorträge und weitergehende analytische oder technische Studien (vgl. die Vorrede meiner Schrift) unter Benutzung der Werke von Newton, Poncelet, Coriolis, Delaunay, Duhamel, Tresca, Maxwell, Dühring, Redtenbacher, Weisbach, Autenheimer, Holtzmann, Ritter und der vorzüglichen Vorträge des auch Bergleute schulenden Professors C. M. Guldberg in Christiania.

Da es nicht üblich ist, in einem Lehrbuche Citate anzuführen, vermied ich dieselben wie Holtzmann und Andere; um dem Studierenden aber Quellen zu liefern, verfafste ich gleichzeitig mit dem Lehrbuch einen Litteraturnachweis, welcher — bereits im Anfang dieses Jahres in einem Artikel erwähnt — noch nicht zur Veröffentlichung gelangt ist.

Schon vor der Fertigstellung und dem Drucke meiner Schrift von dem Erscheinen ungünstiger Besprechungen unterrichtet, beschlofs ich, denselben unter bestem Dank bei der Herausgabe des

---

*) Wir benutzen die Gelegenheit, um einen stilistischen Fehler der sich dort eingeschlichen hat, zu berichtigen. S. 382, Z. 5—6 v. u. müssen die Worte „nicht — nur" unmittelbar vor „der Hr. Verfasser" stehen, so dafs es heifst: „dafs nicht nur der Hr. Verfasser etc. etc.". Red.

**) Der Hr. Einsender schreibt uns, dafs er dieselbe Entgegnung auch an die Redaktion d. Zeitschr. f. Math. u. Physik gesandt habe. Red.

Quellennachweises entsprechende Berücksichtigung zu schenken und der Bemängelung auf diese Weise nur in durchaus sachlicher Form zu begegnen.

Hier erlaube ich mir aber zu bemerken, daſs heutzutage Niemand ein Recht hat, für das Holtzmann'sche Buch, soweit es die Prinzipien der Mechanik, welche vom ersten Viertel dieses Jahrhunderts ab fest begründet sind, behandelt, Anspruch auf geistiges Eigentum zu erheben; auch Herr Professor Zech wird vielmehr gestehen müssen, daſs sich die dem Anfänger wenig, dem in die Wissenschaft Eingeführten recht gut dienende Holtzmann'sche analytische Mechanik bezüglich der Prinzipien ebenfalls an die Werke früherer Schriftsteller anlehnt.

Freiberg. H. Undeutsch.

Bemerkung der Redaktion hierzu. Der Verfasser vorstehender Entgegnung hätte unsers Erachtens, um sich von dem ihm gemachten Vorwurfe zu reinigen, objektiv und überzeugungskräftig beweisen müssen, daſs der vom Rezensenten Hrn. Prof. Z. erhobene Vorwurf einer unerlaubten Benutzung der a. Mechanik von H. unberechtigt sei. Denn nicht um die Prinzipien der Mechanik, soweit sie wissenschaftliches Gemeingut geworden sind, handelt es sich hier. Vielmehr scheint aus den Worten des Rezensenten „wörtlich abgeschrieben", „stylistisch umgearbeitet" (s. unsre Zeitschr. Hft. 5 ds. Jahrg. S. 378 und die dort cit. Rez. v. Z.) hervorzugehen, daſs Hr. U. seine Vorlage mehr, als unter Mathematikern von gutem Tone Sitte ist, ausgenutzt hat. Dies aber hätte Hr. U. dem Hrn. Z. widerlegen müssen; ohne diese Widerlegung bleibt seine Entgegnung matt und wirkungslos. Die Redaktion.

Kleiner Litteratur-Saal.

Wolfs naturw.-mathem. Vademecum. Alphabetische und systematische Zusammenstellung der neueren und besseren Litteratur-Erscheinungen des In- und Auslandes auf dem Gebiete der Naturwissenschaften, Mathematik und Astronomie. Köſsling'sche Buchhandlung, Leipzig, Nürnberger Str. 42. 298 S.

Man findet hier (S. 1—226) 4673 Werke angegeben mit den Ladenpreisen, nebst vielen Zusätzen und Nachträgen (S. 226—295), dann am Schlusse ein alphabet. Verzeichnis (S. 295—298), welches sonderbarer Weise ein „Verzeichnis der Systeme" genannt wird. Auch scheint der Verfasser nicht zu wissen, daſs „Astronomie" auch eine „Naturwissenschaft" ist. Damit der Leser erfahre, was das Vademecum giebt, mögen hier einige Proben folgen: Unser über das alphabet. Verzeichnis streifende Blick haftet z. B. an dem Worte „Dreieck". Wir suchen den Artikel auf und finden dort: „Siehe: Consentius, Maur". Wir suchen nun diese Artikel auf und finden: Consentius, R. O., Beiträge z. Geometrie d. Dreiecks. 1877. M. Taf. (1,20 ℳ) und Maur, Seiten- und Ecktransversalen d. Dreiecks. 1875. (1,20 ℳ). Bei „Mathematik" und „Physik" sind ganze Seiten von Namen angegeben. Bei den „Quaternionen" finden wir Hamilton und Unverzagt zitiert. Den Artikel „Propädeutik" sucht man vergebens; daher fand wohl auch die „Vorschule der Geometrie" des Herausgebers ds. Z. keine Aufnahme. — H.

Zu den Lehrmitteln.

I. Die Projektionsphotogramme von Wigand in Zeitz.

(Mit Rücksicht auf Heft 4. S. 323 u. f.)

Am 3. November d. J. hielt im polyt. (Gewerbe-) Verein zu Leipzig der durch seine interessanten populären Aufsätze in verschiedenen Zeitschriften (Gartenlaube, Illustr. Ztg., Daheim etc.) und durch seine populären Vorträge aus dem Gebiete der Astronomie bekannte frühere 1. Observator an der Leipziger Sternwarte Dr. Weineck, welcher den Männern der Wissenschaft auch bekannt ist durch seine Teilnahme an der wissenschaftlichen Expedition zur Beobachtung des Venusdurchgangs 1874 auf den Kerguelen, einen recht interessanten Vortrag über Distanzen und Gröfsen der Himmelskörper und erläuterte dabei die Erscheinung der Venusdurchgänge mit Rücksicht auf den diesjährigen Venusdurchgang (6. Dez. d. J.) und auf die zur Beobachtung desselben ausgesandten Expeditionen. An diesen Vortrag schlofs sich eine interessante Darstellung einer grofsen Anzahl von Bildern aus dem astronom. Gebiete mittels eines ausgezeichneten Skioptikons des Hrn. Wigand aus Zeitz. Hr. Wigand leitete die Darstellung persönlich, während Dr. Weineck die Erläuterungen dazu gab. Wir hatten so Gelegenheit, die von uns S. 323 verzeichneten astronom. Projektionsphotogramme, sowie das (ebenfalls dort erwähnte) verbesserte Skioptikon des Hr. W. kennen zu lernen. Die Bilder erschienen in der Projektion von ca. 2 m Gröfse im Quadrat bei nur halb verdunkeltem Saale mit einer Kraft und Deutlichkeit, die nichts zu wünschen übrig liefs. Bei der Handlichkeit des Apparates und bei der Möglichkeit, mit Hilfe desselben auch die schwierigsten und kompliziertesten Verhältnisse in den verschiedenen Teilen der Naturwissenschaften (bes. in Anatomie und Physiologie) leicht verständlich zu machen, wollen wir dieses Demonstrationsmittel als eine äufserst wirksame Hilfe beim naturw. Unterricht den Herren Fachgenossen angelegentlich empfehlen. Der Preis eines Apparates ist nach dem Prospekt 100 Mk. (i. Kasten und mit einem Schieber zum bequemen Wechseln der Bilder). Dem Prospekt ist eine Anzahl günstiger Beurteilungen von wissenschaftlichen Autoritäten beigedruckt. H.

II. Lehrmittelanstalten und Lehrmittelkataloge.

1) Der in Hft. 5, S. 399 angezeigten permanenten Lehrmittelausstellung von Dietz und Zieger (Leipzig, Grimmaischer Steinweg) ist nun noch die andere (ältere) anzureihen, die vorzugsweise sogen. „Leipziger Lehrmittelanstalt" von Dr. Oscar Schneider, welche gegenwärtig in den Händen des Fabrikbesitzers Dr. Richter in Rudolstadt sich befindet und ebenfalls als „permanent" in der Schulstr. Nr. 6 in einem (obschon etwas engen, doch hinreichenden) Parterre-Lokale sich präsentiert. Während jene von Dietz u. Zieger sich mehr auf die Bedürfnisse der Volksschule zu beschränken scheint, will diese zugleich die Bedürfnisse der höhern Schulen befriedigen, ohne jedoch jene der niedern Schulen und selbst des Kindergartens zu vernachlässigen. Eine Spezialität derselben sind die fein und sauber präparierten Skelette aus dem Tierreiche in grofser Auswahl. Als eine Novität fanden wir auch dort eine instruktive Sammlung von Perlen nebst den demonstrativen Präparaten über die Entwicklungsgeschichte derselben und der Perlenmuschel. Zur Orientierung über diese Lehrmittel diene der 76 S. lange und 16 Kapitel enthaltende Katalog der Anstalt, welcher von dort zu beziehen ist. Auch diese Lehrmittelanstalt empfehlen wir den Leipzig besuchenden Fachgenossen. —

2) Die von uns S. 325, Hft. 4 erwähnte Lehrmittelhandlung von Heitmann (Leipzig, Hospitalstrafse), wo auch die Schneider'sche bewegliche

Sternkarte erschien, ist übergegangen in den Besitz der Herren **Diez und Zieger** (s. oben), von wo also von nun an auch die bewegliche **Sternkarte** zu beziehen ist.

3) Zu dem ebenfalls Hft. 4, S. 323 erwähnten Katalog der **Photogramme** von **Wigand** in Zeitz ist nun erschienen ein Verzeichnis der **Glas**-Photogramme aus dem Gebiete der **Astronomie**, **Meteorologie**, **Physik** zur Projektion mittelst Skioptikon.

Wir machen besonders aufmerksam auf die Photogramme aus der **Astronomie** (s. o.), welche nach den für den astronomischen **Unterricht** besonders erdachten und meisterhaft ausgeführten Zeichnungen des **Dr. Weineck**, früheren 1. Observators an der Leipziger Sternwarte, hergestellt sind. Hr. Dr. Weineck wird hierzu einen erläuternden Text liefern **und** damit eine instruktive populäre Astronomie in Bildern schaffen.

H.

B) Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Grofsherzogtümer Mecklenburg-Schwerin und Mecklenburg-Strelitz 1881.

Referent: Oberlehrer Dr. Schlegel in Waren.

Güstrow. Domschule. Progr. Nr. 560. A. Vermehren. *Über die Benutzung der künstlichen Himmelskugel beim Unterricht in der mathematischen Geographie.*

Als Hauptschwierigkeiten dieses Unterrichtes hebt der Verf. hervor 1. das Sichzurechtfinden in den zur Veranschaulichung notwendigen complizierten Zeichnungen, 2. die Menge der neuen termini technici, 3. die Veränderungen des Standpunktes, welche im Fortschritte der Betrachtung notwendig werden. Als wesentliche Erleichterung wird der Himmelsglobus empfohlen, womöglich armirt mit Meridianring, verstellbarer Polhöhe, Horizontalring und Stundenkreis (z. B. Berlin bei Ernst Schotte & Co.). Als Notbehelf könne allenfalls der Erdglobus dienen. Über den Gebrauch des Himmelsglobus werden nun detaillierte Anweisungen gegeben; u. a. wird empfohlen, die Betrachtung des Globus derjenigen des Himmels vorangehen zu lassen. Es folgt dann eine Zusammenstellung und Lösung zahlreicher elementarer Aufgaben, welche sich mittelst des Himmelsglobus lösen lassen. Was die Kenntnis des Sternenhimmels betrifft, so legt der Verf. mit Recht grofsen Wert auf Alignementsanweisungen und auf eingehende Behandlung der mythologischen Beziehungen, welche eine besonders günstige Gelegenheit bieten, diesen Unterrichtsgegenstand mit den Hauptfächern des Gymnasiums in Verbindung zu setzen. Freilich dürfte gerade die Kenntnis des Sternenhimmels, wenigstens nach der Meinung und den Erfahrungen des Ref. besser durch einfache Zeichnungen der durch Alignement zusammengehörigen Gruppen von Sternbildern, als durch den Himmelsglobus vermittelt werden, dessen Unzulänglichkeit in dieser Hinsicht auch vom Verf. nicht verschwiegen wird.

Wismar. Grofse Stadtschule. Progr. Nr. 565. Dr. E. Detlefsen. *Versuch einer mechanischen Erklärung des excentrischen Dickenwachstums verholzter Axen und Wurzeln.*

Der Verf. findet die Ursache dieser Erscheinung in Verschiedenheiten der Rindenspannung. Er unterscheidet drei Arten des excentrischen Wachstums, jenachdem an einem Aste die obern, die untern, oder die seitlichen Partien stärker entwickelt sind, und widerlegt die für den zweiten Fall aus der Wirkung der Schwere abgeleitete Erklärung. Aus den durch ver-

schiedene Querschnitte illustrierten Untersuchungen des Verf. ergiebt sich, „dafs die Vermehrung des Zuwachses stets eine Folge der Verminderung des Druckes auf die wachsenden Gewebe ist.“ Die Änderungen der Rindenspannung erfolgen nach den Gesetzen: Die Spannung eines convexen Rindenstückes wird durch das Dickenwachstum vermehrt, die eines concaven vermindert. Die Änderung der Rindenspannung steigt mit der Krümmung der Rinde. Insofern die Belastung eine Formänderung des Astes bewirkt, ist sie als mitwirkende Ursache veränderter Rindenspannung und dadurch excentrischen Wachstums anzusehen.

C) Bibliographie.

August.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Bestimmungen, die im Grofsh. Baden geltenden, für die einzelnen Berufsarten im Civildienste. (256 S.) Karlsruhe, Braun.

Fricke, Dr. W., Pädagogische Feldzüge. Eine patriotische Beisteuer zu dem geistigen Kampfe der Gegenwart. (52 S.) Berlin, Moose. 2.

Krück, Rektor, Zur Geschichte der bayerischen Realgymnasien und zum Schutze derselben. (45 S.) Würzburg, Stuber. 1,20.

Rudolph, Schuldir., Schule und Elternhaus. Drei offene Briefe. Berlin, Moose. 0,75.

Gesetz über die Gymnasien, Realschulen u. Seminare im Königr. Sachsen vom 22. Aug. 1876, nebst Ausführungsverordnung vom 29. Jan. 1877 u. Verordnung vom 8. Juli 1882. A. Lehr- und Prüfungsordnung für die Gymnasien. (93 S.) Dresden, Meinhold. 0,80.

Tegnér, Dr. Esaias, Sechs Schulreden. Aus dem Schwedischen v. Dr. Mohnike. 2. Aufl. (123 S.) Jena, Döbereiner. 1,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Hossfeld, Konstruktion des Kegelschnitts aus 5 zum Teil imaginären Kurvenelementen. (27 S.) Jena, Neuenhahn. 2.

2. Arithmetik.

Kaiser, Dr., Die Anfangsgründe der Determinanten in Theorie u. Anwendung. (41 S) Wiesbaden, Bergmann. 2,40.

Pöschl u. Swoboda, Prof., Sammlung von Rechnungsaufgaben üb. unben. u. ben. Zahlen, Verhältnisse, Proportionen, Prozent- u. Zinsen-Rechnung. (120 S.) Wien, Gerold. 2,40.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Mayenberg, Gymn.-Prof., Aufgaben der sphärischen Astronomie. Hof, Grau. 0,60.

Möllinger, Prof., Lehrbuch der Astrognosie. Methodische Anleitung zur Kenntnis der im mittleren Europa sichtbaren Sternbilder nebst Beschreibung der merkw. Erscheinungen in der Fixsternwelt. Mit 1 Alignementskarte des Sternenhimmels. Zürich, Schmidt. 3.

Gelcich, Dir., Studien über die Entwickelungsgeschichte der Schifffahrt mit besonderer Berücksichtigung der nautischen Wissenschaften nebst Anhang über die Entwickelungsgeschichte der Formeln zur Reduktion der Monddistanzen. (213 S.) Laibach, Kleinmayer. 5,50.

Physik.

Wiedemann, Gust., Die Lehre von der Elektrizität. 1. Bd. (795 S.) Braunschweig, Vieweg. 20.

Reis, Gymn.-Prof. Dr., Naturlehre für höhere Töchterschulen. Physik und Metereologie. Köln, Du Mont-Schauberg. (376 S.) 3,80.

Chemie.

Lorscheid, Rektor Prof. Dr., Leitfaden der anorganischen Chemie. (In neuer Orthogr. u. der für Österreich vorgeschrieb. Druckeinrichtung.) (250 S.). Freiburg, Herder. 2,80.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Zacharias, Dr., Charles R. Darwin und die kulturhistorische Bedeutung seiner Theorie vom Ursprung der Arten. (83 S.) Berlin, Staude. 1,20.

Rütimeyer, Die Veränderungen der Tierwelt in der Schweiz seit Anwesenheit des Menschen. (99 S.) Basel, Schweighauser. 1,20.

2. Botanik.

Sachs, Jul., Vorlesungen über Pflanzenphysiologie. (432 S. m. 240 Holzschn.) Lpz., Engelmann. 10.

Medicus, Dr. Wilh., Unsere eſsbaren Schwämme. Populärer Leitfaden. Mit 23 col. Abb. (26 S.) Kaiserslautern, Gotthold. 1,00

3. Mineralogie.

Penk, Privatdoc. Dr., Die Vergletscherung der deutschen Alpen, ihre Ursachen, period. Wiederkehr u. ihr Einfluſs auf die Bodengestaltung. Gekr. Preisschrift. Mit 16 Holzschn., 2 Karten u. 2 Taf. (483 S.) Lpz., Barth. 12.

Geographie.

Gaebler, Spezialatlas der berühmtesten und besuchtesten Gegenden u. Städte Deutschlands u. der Alpen. 100 Karten. 1 : 125 000. Ein Ergänzungswerk für jeden Handatlas. In 25 Lfgn. Lpz. Gaebler. à 1.

Karte der St. Gotthardbahn in 3 Bl. 1 : 100 000. Zürich, Orell. 1.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Steck u. Bielmayr, Lehrbuch der Arithmetik für Latein- und Realschulen. 8. Aufl. (119 S.) Kempten, Kösel. 1,20.

2. Naturwissenschaften.

Richter, Prof. Dr., Chemie der Kohlenstoffverbindungen oder organische Chemie. 3. Aufl. (858 S) Bonn, Cohen. 11

Roscoe u. Schorlemmer, Kurzes Lehrbuch der Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. 7. Aufl. (475 S.) Braunschweig, Vieweg. 5,50.

Theile, Dr., Anleitung zu barometrischen Höhenmessungen mittelst Quecksilberbarometer und Aneroid. 2. Aufl. (54 S.) Dresden, Apt. 1,50.

Dippel. Prof. Dr., Das Mikroskop und seine Anwendung. 2. Aufl. 1. Tl. 1. Abtlg.: Handbuch der allg. Mikroskopie. (336 S.) Braunschweig, Vieweg. 10.
Ule's, O., Warum und Weil. Chemischer Teil. Vom Gewerbeschuldir. Langhoff. 2. Aufl. (192 S.) Berlin, Klemann. 3,50.
Wettstein, Leitfaden für den Unterricht in der Naturkunde. 4. Aufl. (461 S.) Zürich, Wurster. 3,60.

3. Geographie.

Klun, Min. R. Prof. Dr., Hand- und Schulatlas über alle Teile der Erde in 22 Karten. 4. Aufl. Freiburg, Herder. 3.

September.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Götz, Min. Secr., Lehr- und Prüfungsordnung für die (sächs.) Gymnasien, abgeändert und mittels Bekanntmachung v. 8. Juli 1882 neu eröffentl. (78 S.) Lpz., Rofsberg. 1,20.
Klein, Dr., Das Auge und seine Diätetik im gesunden und kranken Zustande. Allgemein fafslich für das gebildete nichtärztliche Publikum dargestellt. (182 S.) Wiesbaden, Bergmann. 1,50.
Was ist noch zu wünschen für unsere klassischen Gymnasien? (14 S,) Lpz., Vofs. 0,60.
Ploss, Dr. H., Das Kind in Brauch und Sitte der Völker. Anthropol. Studien. 2. Aufl. Berlin, Auerbach. 6.
Verhandlungen der Direktoren-Versammlungen in den Provinzen des Königr. Preufsen seit 1879. 10. Bd. 6. Vers. in d. Prov. Posen (215 S.) 3,00. — 11. Bd. 3. Vers. in d. Prov. Hannover. (638 S.) 9,00. 12. Bd. 8. Vers. in d. Prov. Pommern. (302 S.) 4,00. Berlin, Weidmann. (Bd. 1—12: 55,00.)

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Henrici, J. und E. Treutlein, Gymn. Prof., Lehrbuch der Elementargeometrie. 2. Tl. Perspektivische Abbildung in der Ebene. Berechnung der planimetrischen Gröfsen. (242 S.) Lpz., Teubner. 2,80.
Holzmüller, Dir. Dr., Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften und der konformen Abbildungen. Mit 26 Taf. (284 S.) Ebda. 11,20.
Zizmann, Dr., Geometrie der Volksschule. (52 S.) Langensalza, Beyer. 0,50.
Schmidt, Realgymn.-L., Elemente der darstellenden Geometrie. Die orthogonale Projektion. Nebst Atlas von 8 Taf. (229 S.) Wiesbaden, Bergmann. 5,85.

2. Arithmetik.

Pasch, Prof. Dr., Einleitung in die Differential- und Integralrechnung. (188 S.) Lpz., Teubner. 3,20.
Becker, Dr., Logarithmisch-trigon. Handbuch auf 5. Dec. bearb. (104 S.) Lpz., Tauchnitz. 1,20.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Israel-Holzwart, Dr., Elementare Darstellung der Gaufs'schen Methode zur Bestimmung elliptischer Bahnelemente aus geocentrischen Beobachtungen. Halle, Schmidt. 0,60.

Moldenhauer, Das Weltall und seine Entwickelung. Darstellung der neuesten Ergebnisse der kosmolog. Forschg. (564 S.) Köln, Mayer. 14,40.

Physik.

Holthof, Hauptm., Das elektrische Licht in seiner neuesten Entwickelung mit besonderer Berücksichtigung der Pariser Elektricitätsausstellung. Mit 120 Holzschn. (186 S.) Halle, Knapp. 4.

Tiemann, Der elektrische Telegraph. Leicht verständliche Abhandlung über das ges. Telegraphenwesen. Mit 116 Holzschn. (264 S.) Berlin, Baensch. 5.

Bauernfeind, C. M. v., Gedächtnisrede auf G. S. Ohm, den Physiker, geh. bei der Jahresschlufsfeier der k. techn. Hochschule zu München am 28. VII. 82. (44 S.) München, Franz. 2.

Chemie.

Flögel, Prof., Leitfaden für den ersten Unterricht in der Chemie. (148 S.) Wien, Töplitz. 1,80.

Mang, Leitfaden der Chemie, Mineralogie und Gesundheitslehre für Bürger- und Realschulen etc. etc. (208 S.) Weinheim, Ackermann. 1,80.

Beschreibende Naturwissenschaften.

vacat.

Geographie.

Jung, Dr. C. E. Schulinsp., Der Weltteil Australien. 1. Abtlg.: Der Australkontinent und seine Bewohner. Mit 14 Vollbildern, 24 Abb. und 2 Karten. (269 S.) Lpz., Freytag. 1,00.

Umlauft, Prof. Dr., Karten-Skizzen für die Schulpraxis. 13 Taf. Wien, Hölzel. 1,80.

Haardt, V. v., Die Einteilung der Alpen. Mit einer Karte. (23 S.) Wien, Hölzel. 1,60.

Hesse-Wartegg, Mississippi-Fahrten. Reisebilder aus dem amerik. Süden (1879—80). In 8 Lfgn. Lpz., Reifsner. à 1,00.

Treutler, 15 Jahre in Südamerika an den Ufern des Stillen Oceans. Lpz., Weltpostverlag. 12.

Verhandlungen des 2. deutschen Geographentages zu Halle am 12.—14. April 1882. (174 S.) Berlin, Reimer. 3.

Lehmann, Privatdoc. Dr., Über systematische Förderung wissenschaftlicher Landeskunde von Deutschland. Vortrag geh. auf dem 2. Geographentag zu Halle. Nebst einem Anhang, enthaltend die bez. Verh. und den im Auftrag desselben erlassenen Aufruf. Ebda. 0,50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Littrow's Wunder des Himmels. 7. Aufl. Nach den neuesten Fortschritten der Wissenschaft bearbeitet v. Dir. Prof. Dr. Weifs. Mit 150 Bilder- und Kartenbeilagen und Illustr. Berlin, Hempel. In 33 Lfgn. à 0,50.

2. Naturwissenschaften.

Beilstein, Prof. Dr., Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse. 5. Aufl. (70 S.) Lpz., Quandt und Händel. 1,20.

Kenngott, Dr., 120 Krystallformennetze zum Anfertigen von Krystallmodellen. Für Schüler höherer Lehranstalten jeder Art. 13. Aufl. Prag, Tempsky. 2.

Roscoe, Prof. Dr., Chemie. Deutsche Ausgabe, besorgt von Prof. F. Rose. 3. Aufl. (132 S.) Strafsburg, Trübner. 0,80.

3. Geographie.

Zimmermann, Dr. W. F. A., Malerische Länder- und Völkerkunde. Eine Naturbeschreibung aller Länder der Erde und Schilderung ihrer Bewohner, unter besonderer Berücksichtigung der neuesten Entdeckungsreisen von Nachtigall, Nordenskjöld, Ross etc. etc. 9. Aufl. von Dr. S. Kalischer. Berlin, Hempel. In 24 Lfgn. à 0,50.

October.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Behagel, Prof. Dr., Die Entlastung der überbürdeten Schuljugend der Mittelschulen. Zwei Dialoge. (76 S.) Heilbronn, Henninger. 1.

Jüchtzer, Kanzleirat, Handbuch der Schulstatistik für das Königreich Sachsen. 12. Ausg. (727 S.) Dresden, Raming. 7,50.

Schmeding, Prof., Zur Frage nach der formalen Bildung. 2. Aufl. (54 S.) Duisburg, Ewich. 0,75.

Gutachten, ärztliches, über das höhere Schulwesen Elsafs-Lothringens. Im Auftrage des k. Statthalters erst. von einer medic. Sachverständigen-Kommission. (47 S.) Strafsburg, Schultz. 1.

Müller, sen. Mor., Wer die Schule hat, hat die Zukunft. Aber in welchen Händen sollte denn die Schule sein? (58 S.) Leipzig, Wigand. 0,50.

Ahlburg, Dr., Über Charakterbildung. Pädag. Abhandlung. (100 S.) Lpz., Siegismund. 1,20.

Wünsche, die der preufsischen Gymnasiallehrer. (24 S.) Grünberg, Weifs. 0,40.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Heger, Gymn. Oberl. Prof. Dr., Leitfaden für den geom. Unterr. 2. Tl. Trigonometrie. (77 S.) Breslau, Trewendt. 1.

Königbauer, Geometr. Aufgaben für Mittelschulen. (56 S.) Amberg, Habbel. 0,60.

2. Arithmetik.

Knirr, Dir. und Schenk, Prof., Lehrbuch der Arithmetik für Untergymn. und verw. Lehranstalten. Wien, Hölder. I. (114 S.) 1,20. — II: (77 S.) 0,80.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Secchi, weil. Dir. P. Angelo, Die Gröfse der Schöpfung. 2 Vorträge, gehalten vor der tib. Akademie zu Rom. Aus dem Ital. von Güttler. (52 S.) Lpz., Bidder. 1,20.

Schubert, Thdr., Das Weltsystem nach den Forschungen des Th. Sch. Mit 9 Zeichnungen. (51 S.) Beuthen, Wäldner. 1,50.

Physik.

Weifs, Die Galvanoplastik. (334 S.) Wien, Hartleben. 3,25.

Fischer, Die Sonnenflecken und das Wetter. (45 S.) Erfurt, Villaret. 2.

Frerichs, Dr., Zur modernen Naturbetrachtung. 4 Abh. (148 S.) Norden, Fischer. 2,50.

Glaser de Cew, Die magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen und die sogenannten Sekundärbatterien. (263 S.) Wien, Hartleben. 3.

Chemie.

Palm, Grundrifs der qualitativen und quantitativen chemischen Analyse, nebst einer Generaltabelle der wichtigsten Pflanzenalkaloide und einer Spektraltafel. (190 S.) Lpz., Vofs. 4.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Leonhardt, Dr. C., Vergleichende Zoologie für die Mittel- und Oberstufe höherer Schulen. Mit 18 Tafeln. (330 S.) Jena, Matthäi. 6.

Taschenberg, Dr. O., Die Verwandlungen der Tiere. 7tr Bd. von „Das Wissen der Gegenwart". (286 S. 88 Holzschnitte.) Lpz., Freytag. 1.

Koehne, Dr., Repetitionstafeln für den zool. Unterr. an höheren Lehranstalten. 1. Wirbeltiere (8 S. 5 Taf.). — 2. Wirbellose Tiere (8 S. 5 Taf.). Berlin, Müller. à 0,80.

Bastian, Prof. H. Charl., Das Gehirn als Organ des Geistes. 2 Teile. (344 S., 388 S.) Lpz., Brockhaus. 12.

2. Botanik.

Anton, Dr., Die efsbaren Pilze. (47 S.) Neuulm, Stahl. 0,50.

Goebel, Prof. Dr. K., Grundzüge der Systematik und speziellen Pflanzenmorphologie. Nach der 4. Aufl. des Lehrbuchs der Botanik von Sachs neu bearbeitet. Mit 407 Abb. (550 S.) Lpz., Engelmann. 12.

Zopf, Doc. Dr., Zur Morphologie der Spaltpflanzen, der Spaltpilze und Spaltalgen. (74 S. 7 Taf.) Lpz., Veit. 10.

Burgerstein, Prof. Dr., Leitfaden der Botanik für die oberen Klassen der Mittelschulen. (168 S.) Wien, Hölder. 2,20.

3. Mineralogie.

Standfest, Dr., Leitfaden für den mineralogischen Unterricht an den oberen Klassen der Mittelschulen. (104 S.) Graz, Leuschner. 1,40.

Geographie.

Wirtgen, Dr., Bilder aus der Heimatskunde der Rheinprovinz. (48 S.) Königsberg, Bon. 0,30.

Landsdell, Durch Sibirien. Eine Reise vom Ural bis zum Stillen Ocean. Aus dem Engl. von Dr. Müldener. (341 S.) Jena, Costenoble. 8.

Wollheim, Dr., Die Fahrt der „Vega" um Asien und Europa; nach Nordenskiöld's schwedischem Werke frei bearbeitet. (514 S.) Berlin, Janke. 6.

Lindemann und Finsch, Die 2. deutsche Nordpolarfahrt, in den Jahren 1869 und 1870 unter Führung des Kapitän Koldewey. Neue Ausg. (273 S.) Lpz., Brockhaus. 5.

Baur, Wandkarte der österr.-ungar. Monarchie. 1: 800 000. 9 Blatt. Wien, Hölzel. 8.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Fufs, Sammlung von Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra mit Andeutungen zur Auflösung und den Resultaten. 2. Aufl. (131 S.) Nürnberg, Korn. 2.

Düker, Gymnlehrer., Die Zifferrechnung mit ihrer Anwendung auf das gesamte bürgerliche Rechnen. 2. Aufl. (128 S.) Hildesheim, Lax. 1,50.

Gandtner und Junghans, Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Planimetrie. 3. Aufl. (276 S.) Berlin, Weidmann. 3.
Lieber und v. Lühmann, Geometr. Konstruktionsaufgaben. 6. Aufl. (194 S.) Berlin, Simion. 2,70.
Sonndorfer, Dir. Dr. u. Prof. Anton, Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen. 1. Planimetrie. 3. Aufl (285 S.) Wien, Braumüller. 4,80.

2. Naturwissenschaften.

Medicus, Reall. Dr. W., Unsere efsbaren Schwämme. Mit 23 col. Abb. 3. Aufl (26 S.) Kaiserslautern, Gottheld. 0,60.
Fiedler, Med. R. Dr., Anatomische Wandtafeln für den Schulunterricht. 6 Aufl. 4 Tafel. Dresden, Meinhold. 9.
Reis, Gymn. Prof. Dr., Elemente der Physik, Meteorologie und mathemat. Geographie. 2. Aufl. Mit zahlreichen Übungsfragen und -Aufgaben. (422 S.) Lpz., Quandt & Händel. 4,50.
Krist, Schulinsp. Dr., Anfangsgründe der Naturlehre. 12. Aufl. (224 S.) Wien, Braumüller. 3,40.
Wassmuth, Prof., Lehrbuch der Physik für die unteren Klassen der Mittelschulen. (216 S.) Wien, Hölder. 2,40.
Hehn, Victor, Kulturpflanzen und Haustiere in ihrem Übergang aus Asien nach Griechenland und Italien etc. etc. 4. Aufl. (522 S.) Berlin, Bornträger. 10.

3. Geographie.

Arendts, Prof. Dr., Geographie des Königr. Bayern. 5. Aufl. (156 S.) Regensburg, Manz. 1.
—, Leitfaden für den ersten wissenschaftlichen Unter. in der Geographie. 20. Aufl. umgearbeitet von Biedermann. (286 S.) Ebda. 2.
Klöden, Handbuch der Erdkunde. 4. Aufl. 4 Bd. (879 S.) Berlin, Weidmann. 9.
—, Repetitionskarten. Neue verbesserte und durch 4 Karten vermehrte Auflage. Berlin, Reimer. 3.
Bamberg, Wandkarte von Deutschland für Mittel- und Oberklassen. 1:700 000. 20 Blatt. 2. Aufl. Berlin, Chun. 16.
Kozenn, Handkarte der österr.-ungar. Monarchie. 1:2 500 000. Rev. Ausg. Wien, Hölzel. 1.
—, Geogr. Schulatlas. 27. Aufl. Ebda. 5,60.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die (55.) Naturforscherversammlung*) in Eisenach

(September 1882)

mit Rücksicht auf die „Sektion f. math. u. naturw. Unterricht".

Vom Herausgeber.

Schon oft wurde in diesen Blättern hervorgehoben, dafs die „Sektion für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" bei der Naturforscher-Versammlung wenig nennenswerte Resultate aus ihren Verhandlungen aufzuweisen habe**) und nicht haben könne, da die Versammlung trotz unserer wiederholten Anträge starr auf der nun einmal zufällig in den Statuten festgesetzten Versammlungszeit beharrt, einer Zeit, in welcher gerade die Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften, wenigstens in Nord- und Mitteldeutschland, tief in den (Michaelis-) Examensgeschäften sich befinden. Würde die Naturforscher-Versammlung etwa eine Woche später fallen, so wäre den Fachgenossen der Besuch derselben in den Michaelisferien, in welche Zeit ja auch die Philologen-Versammlung fällt, wahrscheinlich ermöglicht, und wenn sie die Wahl hätten zwischen beiden Versammlungen, so würden gewifs die Meisten zur Naturforscher-Versammlung gehen. Denn — auch dies ist schon oft von uns in ds. Z. hervorgehoben worden — die Naturforscher-Versammlung ist doch für uns alle die vorteilhafteste, weil die belehrendste und anregendste. Ich kenne keine Versammlung, welcher so viele Sehenswürdigkeiten geöffnet, welche mit solcher Zuvorkommenheit und Munifizenz seitens der hohen und höchsten Behörden behandelt, ja ich möchte fast sagen — überschüttet — wird, wie die Naturforscher-Versammlung. — Ich kenne aber auch keine andre Versammlung, bei welcher unsere Fachgenossen geistig und leiblich so viel gewinnen könnten, wie bei der Naturforscher-Versammlung. Man

---

*) Wir gebrauchen diesen Namen der Kürze halber für den offiziellen: „Die Versammlung der Naturforscher und Ärzte".

**) Wir gedenken in einem Artikel des nächsten Jahrgangs über die Thätigkeit der gen. Sektionen bei der Naturforscher- und Philologen-Versammlung uns ausführlicher zu verbreiten und im Anschlufs daran unsern Vorschlag bezügl. eines Mathematiklehrer-Kongresses zu erneuern. Für jetzt wollen wir nur im Anhange eine kurze Zusammenstellung der Naturforscher-Versammlungen seit 1868 geben, seit welchem Jahre (in Dresden) die pädagogische Sektion (später „Sektion für mathem. und naturw. Unterricht" genannt) bei derselben eingerichtet wurde und wollen zugleich unter Namhaftmachung des Referenten auf die Stelle in unserer Zeitschrift verweisen, wo der betr. Bericht steht.

erfährt Neues, macht neue Bekanntschaften und frischt die alten auf, man lernt diesen und jenen Gelehrten persönlich kennen, hört seine Vorträge oder sieht seine Experimente, tauscht mit ihm Ansichten und Meinungen aus, sieht eine Ausstellung alter und neuer Lehrmittel, und hört event. Demonstrationen über dieselben, macht belehrende Ausflüge und bereichert oder ergänzt seine geographischen und geognostischen Kenntnisse — kurz: man sieht sich eine Woche lang in seine angenehmste Studienzeit versetzt, zu geschweigen von den Annehmlichkeiten und Vergnügungen, welche etwa schliefslich von der Stadt oder der Regierung der Versammlung dargeboten werden. Am Ende kehrt man — hatte nur der eigene Finanzminister den Geldbeutel nicht gar zu karg bemessen — gestärkt an Leib und Seele nach Hause zurück und zehrt ein Jahr, ja vielleicht Jahre lang von den Erinnerungen an die Reise und die Versammlung. Es ist daher immer und immer wieder tief zu beklagen, dafs die „Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften" von dieser Versammlung durch die Halsstarrigkeit der Naturforscher und Ärzte so zu sagen exkludiert sind. Man könnte beinahe auf den Gedanken kommen, dafs die „Naturforscher und Ärzte" im gerechten Stolze ihrer höhern Götterwürde, sich die „Lehrer" als „deos minorum gentium" absichtlich vom Leibe halten wollen. Wir werden daher die Rolle eines Jeremias so lange spielen müssen, bis den „an den Wasserbächen Babels" Harrenden ein Cyrus ersteht.

Tagt die Versammlung in einer gröfsern Stadt, so kann wohl leicht eine Anzahl Fachgenossen, falls die Schuldirektoren gefällig sind, an den Verhandlungen teilnehmen, obschon dies auch dann noch schwierig ist, wie wir in Dresden, Graz und Hamburg erfahren mufsten. Ist aber der Versammlungsort, wie diesmal, eine kleinere bezw. kleine Stadt, so wächst die Schwierigkeit, da dann die ohnehin wenigen Fachgenossen vielfach auf die eine oder andere Weise, z. B. im Ortsausschufs verwendet und stark beschäftigt sind und doch auch andere Sektionen besuchen wollen. Wenn nun vollends die Versammlungsstunden der einzelnen Sektionen kollidieren, dann bleibt für eine Sektion, welche ohnehin der Natur und Neigung (bezw. Abneigung) der Naturforscher-Versammlung nach etwas abseits vom Wege liegt, keine Zeit übrig, es müfsten denn nur die hingehen, welche, nach einem bekannten Schlagworte, „bei keiner andern Sektion ankommen",*) oder man müfste die Frühstunden (7—9) — die spätern Nachmittagsstunden sind meist der Erholung (Theater, Konzerten, Ausflügen etc.) gewidmet — dazu benutzen. Wer aber, wie der Referent, aus Erfahrung weifs, wie fest Gott Morpheus diejenigen am andern Morgen in seinen Armen gefangen hält, welche abends zuvor, sich schwer losringend aus Freundes- und Bekanntenkreisen, nach Thorschlufs in seine Burg sich eingeschlichen, der wird leicht erkennen, wie schwer eine Sektion von etwa 7—9 Uhr früh zusammenzubringen ist. Es dünkt uns, als ob die Naturforscher-Versammlung — ein, wie es scheint, noch recht freies und ungezwungenes Kind der Natur —, einer zweckmäfsigen, innern Organisation noch entbehre und als ob sie, unter dem Schutze ihrer alten Statuten und einem übertriebenen Konservatismus zu Liebe, einer solchen Organisation absichtlich widerstrebe, einer Organisation, welche allen Parteien und Interessen möglichst gerecht wird. Denn sonst müfsten längst die Sektionssitzungen so gelegt sein, dafs mindestens verwandte Sektionen nicht kollidierten. Das ist ein so billiges und selbstverständliches Verlangen, dafs man über einen solchen Mangel an einer gesunden Organisation sich wundern mufs. Es fehlt der Naturforscher-Versammlung an einer sogen. Vorversammlung, in welcher nicht nur Begrüfsungsreden gehalten werden (vergl. Tageblatt der Naturforscher-Versammlung S. 31 u. f.), sondern in welcher vor allem die Vorträge auch der Sektionssitzungen

*) S. ds. Z. VII, 252.

und diese Sitzungen selbst nach Zeit und Reihenfolge geordnet und abgegrenzt werden.*) Mathematikern, Physikern und Astronomen müſste doch eine zweckmäſsige Zeiteinteilung und Ordnung gelingen! Dann würden auch einige Stündchen für die pädagogische Sektion übrig bleiben, die doch auch — sollten wir meinen — Naturforscher und Ärzte interessieren müſste!

Dies war nun eben bislang nicht der Fall und so ist es denn gekommen daſs — gerade wie schon vor einem Jahre (1881) in Salzburg**) — auch in Eisenach die „Sektion für mathematischen und naturw. Unterricht" nicht zu stande gekommen ist. Im Tageblatt der Naturforscher-Versammlung (Nr. 3. S. 49) steht: „Die Sektion etc. hat sich verwandten Sektionen angeschlossen", jedenfalls sehr euphemistisch ausgedrückt für: „ist nicht zu stande gekommen".***) Die wenigen Anwesenden konnten in der That auch nichts Besseres thun. Denn wer möchte trotz des „tres faciunt collegium" Lust haben ‚vor 3—5 Zuhörern einen Vortrag zu halten? Daſs trotzdem die Sektion hätte zu stande kommen können, wenn nur Interesse für Unterrichtsangelegenheiten, die mit der Naturforschung und dem ärztlichen Berufe zusammenhängen,†) vorhanden gewesen wäre, entnehmen wir daraus, daſs nach einer oberflächlichen Durchsicht der Präsenzliste mindestens 30 Personen da waren, welche dem Lehrerstande angehörten.

Wir müssen uns daher damit begnügen, den Lesern ds. Z. das Hauptsächliche aus den wissenschaftlichen Vorträgen nach dem Tageblatte der Naturforscher-Versammlung vorzuführen. Doch muſs dies wegen Mangel an Raum für einen Artikel des nächsten Jahrgangs aufgeschoben werden.

---

*) Eine solche Organisation fanden wir früher bei den allgemeinen deutschen Lehrerversammlungen.

**) Man sehe ds. Z. XII, 487.

***) Der Hr. Einführende, Prof. Dr. Weiſsenborn in Eisenach schrieb uns hierüber Folgendes: „Sie wissen, daſs mir die Führung der „Sektion für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" zugewiesen war, und werden aus S. 49 von Nr. 3 des Tageblattes ersehen haben, daſs diese als selbständige Sektion nicht zu stande gekommen ist. Der Grund hiervon liegt meines Erachtens in zwei Umständen: Einmal darin, daſs die Versammlung in eine Zeit fällt, zu der in ziemlich der Hälfte von Deutschland noch keine Ferien sind, während unmittelbar darauf die ebenfalls eine mathematische Abteilung enthaltende Philologen-Versammlung folgt. Noch wesentlicher aber scheint mir der zweite Grund, nämlich: Es ist zwar nicht zu leugnen, daſs für Unterrichts-Fragen ein Interesse vorhanden ist, dasselbe steht jedoch erst in zweiter Linie. Der Mathematiker, der Physiker etc. wird, und das wird ihm niemand verargen, immer primo loco bestrebt sein, die Konstituierung der sein spezielles Fach behandelnden Sektion, für Mathematik, Physik etc. zu bewirken. Er wird zwar wünschen, daſs auch die pädagogische zu stande komme, er nimmt sich vielleicht vor, sie zu besuchen, wenn sie in das Leben trete, wenn es sich machen lasse u. s. w., aber er wird schwerlich etwas dazu thun, daſs dies erreicht werde. Es werden alle Sektionen zu einer und derselben Zeit konstituiert. (Das ist eben der Fehler! Red.) Zu dieser bestimmten Stunde also eilt der Mathematiker, der Physiker, der Chemiker, der Botaniker, der Zoologe, der Mineraloge in das seiner Sektion bestimmte Zimmer, damit es hier nicht an Mitgliedern fehle. Wie aber soll auf diese Weise die pädagogische Sektion zu stande kommen? Und wenn dies auch wirklich geschähe, auf welche Zeit sollten ihre Sitzungen gelegt werden, um nicht mit andern zu kollidieren? Bei der Menge der Fächer, die die pädagogische Sektion umfaſst, ist dies gar nicht zu vermeiden, und auch hierin liegt eine groſse Schwierigkeit. — Das sind die Erfahrungen, welche ich dieses Jahr gemacht habe, und die mich in der Ansicht bestärken, welche ich immer gehabt habe, es sei nicht rätlich, Form und Inhalt, Technik und Materie eines Unterrichtszweiges zu trennen. Wie ich gehört habe, hat vor einigen Jahren die Zahl der Mitglieder der pädagogischen Sektion die immerhin hohe Zahl 30 erreicht und auch voriges Jahr noch 17 betragen. (Aber lieber Hr. Kollege, es waren ja diesmal auch ca. 30 Lehrer da! Red.) Ich weiſs nicht, ob dies besondere Gründe gehabt hat; wäre dies nicht der Fall gewesen, so könnte ich nur sagen, daſs mir die pädagogische Sektion in Bezug auf Mitgliederzahl und eventuelles Zustandekommen oder Nichtzustandekommen als eine der unberechenbarsten erschiene, denn eine so rasche Abnahme der Beteiligung wüſste ich nicht zu erklären.

†) Daſs es deren genug giebt, weiſs jeder „Lehrer". Man lese nur B. z. das „Gutachten", welches eine Kommission von Ärzten über das höhere Schulwesen dem Statthalter von Elsaſs-Lothringen abgeben muſste. Wir werden dasselbe im nächsten Hefte mitteilen. Red.

Anhang.

Übersicht der Naturforscherversammlungen seit 1868.

Nr. der Versammlungen	Ort	Jahr	Bericht über die pädagog. Sektion und Referent
42.	Dresden	1868	Bericht in d. Jahrb. für Päd. Bd. 100. Ref. Herausgeber ds. Z.
43.	Insbruck	1869	Ref. Krumme, I, 84 u. f.
	(1870 fiel wegen des Kriegs die Versammlung aus.)		
44.	Rostock	1871	Ref. Krumme, { Antrag d. Herausgebers ds. Z. II, 478/79. II, 554 Bericht v. K. III, 84 Rede Virchows.
45.	Leipzig	1872	(Jubiläumsfeier) Ref. Krumme. III, 571.
46.	Wiesbaden	1873	} Von diesen beiden Versammlungen fehlt der Bericht.
47.	Breslau	1874	
48.	Graz	1875	Ref. Herausgeber. VI, 501 u. VII, 159. 250.
49.	Hamburg	1876	Ref. Dränert. VIII, 86.
50.	München	1877	Ref. Sickenberger. VIII, 549.
51.	Kassel	1878	Ref. Herausgeber. X, 78.
52.	Baden-Baden	1879	Ref. Mang. XI, 157 ff.
53.	Danzig	1880	Ref. Schumann. XII, 163 ff.
54.	Salzburg	1881	} Die Sektion kam nicht zustande. XII, 487 u. hier.
55.	Eisenach	1882	

NB. Mitgliederlisten existieren leider nur von Graz (26), Hamburg (ca. 20), Danzig (21). Die Einführenden sollten sich Auslegung und Führung einer solchen zur Pflicht machen.

H.

Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrfächer im neuen Lehrplan für die Gymnasien des Königreichs Sachsen.

Von Prof. Dr. Meutzner in Meifsen.

II.*)

Das neue Regulativ, aus dem wir kürzlich bereits den von Ostern 1883 ab giltigen Lehrplan für unsere besonderen Fächer zur Kenntnis unserer Leser brachten, giebt uns noch zu einigen Bemerkungen Veranlassung.

Der Grund, bereits nach 5 Jahren mit einem neuen Regulative hervorzutreten, ist wesentlich in den seiten einiger (sächs.) Kammermitglieder wiederholt erhobenen Klagen über die Überbürdung der Schüler zu suchen. Die Berechtigung dieser Klagen soll im allgemeinen gar nicht bestritten

*) Man sehe den I. Artikel in Heft 5, S. 410 u. f. Obschon dieser II. Artikel seiner Natur nach mehr in die 1. Abteilung (Organisation des m.-n. Unt.) gehört, so haben wir ihn doch der Gleichmäfsigkeit halber in diejenige Abt. gesetzt, in welcher der I. stand. — D. Red.

werden, auch mag man zugeben, daſs die Lehrer zum Teil hieran Schuld tragen; aber — und das war den für ihre Aufgabe begeisterten Lehrern eine herbe Erfahrung! — die Lehrer sind doch ziemlich einseitig für diesen Notstand verantwortlich gemacht worden. Daſs unsere Schüler mit ihrem vielen Kneipenleben, ihrem Studentenspielen,*) kurz ihrer Genuſssucht, welche mit ihren Folgen die Köpfe der jungen Leute für die Aufgaben der Schule unfähig macht, Lust und Zeit zum ernsten Arbeiten raubt, daſs die oft recht unverständigen Eltern, welche diese Genuſssucht eher befördern statt sie zu beschränken, einen viel gröſseren, wenigstens einen gleichen Teil der Schuld tragen, ist zum mindesten nicht gebührend hervorgehoben worden.

Soviel im allgemeinen; erkannte man von seiten der vorgesetzten Behörde die Berechtigung dieser Klage einmal an, — und dies geschah — so war das durchgreifendste Mittel, sie offiziell zu beschwichtigen, die Beschränkung des Lehrstoffes, die Herabsetzung des Lehrzieles. In ganz besonders schmerzlicher Weise werden dies die Lehrer der Mathematik empfinden; hat doch unsere Wissenschaft hierbei am meisten bluten müssen — vielleicht nicht ganz ohne Schuld einiger für ihre Sache zu sehr interessierten, ihre Forderungen allzuhoch spannenden Kollegen. Fiel doch, genau genommen, der ganze Lehrstoff der Oberprima, nachdem man schon 1877 Kettenbrüche und diophantische Aufgaben gestrichen, der obigen Klage zum Opfer. So sehr wir bedauern, von nun an auf die analytische Geometrie verzichten zu müssen, noch schmerzlicher berührt es uns, daſs eine eingehendere Behandlung der kubischen Gleichungen — den anderen Gleichungen weinen wir keine Thräne nach — fernerhin ausgeschlossen ist, während die früheren Regulative dieselbe gestatteten oder geradezu vorschrieben.

Den vollendeten Thatsachen haben wir freilich einfach Rechnung zu tragen. Sehen wir uns von diesem neuen Standpunkte aus die jetzt giltigen Bestimmungen genauer an, so läſst sich im einzelnen wohl ein erheblicher Fortschritt in der Verteilung des übriggebliebenen mathematischen Lehrstoffes nicht verkennen, wie man andrerseits mit besonderer Freude die Aufnahme der synthetischen Behandlung der Kegelschnitte in den Kursus der Oberprima begrüſsen wird. Der wesentlichste Gewinn unsers Faches aber dürfte, trotz der Herabsetzung des Zieles, in der Vermehrung der Stundenzahl zu erblicken sein: in Quarta ist nunmehr die Mathematik mit 4 statt 3 Stunden angesetzt und der Beginn der Geometrie (Anschauungsunterricht, strenge wissenschaftliche Behandlung der Geometrie bis incl. der Sätze über geschnittene Parallelen) schon dorthin verlegt; dadurch wird es möglich sein, innerhalb der enger gezogenen Grenzen sich mehr zu vertiefen, wie auch häufiger Extemporalia schreiben zu lassen. Ferner ist gröſserer Nachdruck auf die Lösung von Konstruktionsaufgaben gelegt, was sicher allgemeine Billigung finden wird; natürlich ist hierbei gegenüber geistreichen Kunststückchen ganz besonders den allgemeinen Lösungsmethoden Aufmerksamkeit zu schenken.

Im besonderen heben wir folgendes hervor: in Sexta und Quinta ist auf das Kopfrechnen mehr Gewicht gelegt worden. Eine ziemlich allgemeine Erfahrung hatte wohl gelehrt, daſs infolge zu geringer Pflege dieses Gebietes in den höheren Klassen auch die geringste Aufgabe „der gröſseren Sicherheit“, besser wohl der gröſseren Bequemlichkeit wegen von den Schülern mit Vorliebe schriftlich gelöst wird. Es erwächst aus der Neuerung aber auch den mathem. Lehrern der höheren Klassen die Pflicht, ihrerseits in geeigneter Weise die gewonnene Fertigkeit zu pflegen. — Ob es rätlich ist, eine ganze Stunde hinter einander Kopfrechenübungen vorzunehmen, oder ob es nicht im Interesse der Sache, des

*) Sehr richtig! Die Red.

Lehrers und der Schüler geboten sein dürfte, dafür wöchentlich zwei halbe Stunden anzusetzen, diese Erwägung sei hier nur frageweise angedeutet.*)

Gestrichen ist in Quinta und Quarta die Lehre von den Proportionen, so daſs die Regeldetriaufgaben in den unteren Klassen lediglich durch den Einheitsschluſs zu lösen sind. Während letzteres Verfahren durch seine strenglogischen, einfachen, durchsichtigen Folgerungen sich sehr empfiehlt und bei sorgfältiger wörtlicher Ausführung der in Reinschrift abzuliefernden „häuslichen Arbeiten“ eine vorzügliche Vorschule für die späteren mathematischen Beweise bildet, haftet der Methode der Proportionen durch den nicht ganz leichten, von 11- und 12jährigen Knaben meist nur praktisch und mehr instinktiv als verstandesmäſsig erfaſsten Verhältnisbegriff eine nicht wegzuläugnende Schwierigkeit an, um derentwillen wir in dieser Änderung eine wirkliche und wünschenswerte Entlastung glauben erkennen zu müssen. Übrigens werden die Gymnasiasten auf einer späteren, verstandesreiferen Stufe (III^a) in die Proportionslehre eingeführt; dort würde unseres Erachtens der Ort sein, nunmehr mit Aussicht auf allgemeines Verständnis als eine interessante Anwendung jener Theorie in einigen Stunden die Lösung von Regeldetriaufgaben zu behandeln.

Eine Konsequenz der Vorbemerkung „beim Zahlenrechnen sind groſse Zahlen zu vermeiden“ ist nicht nur das ganz berechtigte Verbot höherer als fünfstelliger Logarithmen — was hat beispielsweise die Berechnung eines Winkels bis auf Bruchteile von Sekunden für einen Bildungswert? — sondern auch der Wegfall des Kubikwurzelziehens, wobei gemeiniglich viel schöne Zeit vertrödelt wurde, die nicht im richtigen Verhältnisse zu dem dabei herausspringenden geistigen Gewinne stand: die Kubikwurzeln dürften wohl auch nur wenige Verehrer zählen, die über ihren Verlust untröstlich sind! Dafür hat man im Anschluſs an dieses Ausziehen der Quadratwurzeln logisch richtig die Rechnung mit unvollständigen Dezimalzahlen eingesetzt.

Daſs an Stelle der früheren, unbegreiflichen Reihenfolge: Zinseszins- und Rentenrechnung in Obersekunda, arithmetische und geometrische Progressionen in Unterprima nunmehr die einzig berechtigte umgekehrte Folge — wenn auch in anderen Klassen (I^b und I^a) — getreten ist, versteht sich ganz von selbst. Eine andere, doch aber bemerkenswerte Kleinigkeit findet sich in Untersekunda: „Verhältnisse und Ausmessung von Flächen“; offenbar wird damit eine ähnliche Behandlung angedeutet, wie sie in der Stereometrie schon längst gäng und gäbe ist, während wohl noch die Mehrzahl planimetrischer Lehrbücher die Ausmessung an die Vergleichung der Flächen anschlieſst, wodurch, wenn nicht (wie z. B. bei Reidt) die Lehre von der Ähnlichkeit vorausgeht, eine ganz unnatürliche Zerreiſsung organisch zusammenhängender Sätze bedingt ist.

Schlieſsen wir diesen Teil unserer Betrachtungen mit der zusammenfassenden Bemerkung ab: Untertertia ist mathematisch entlastet worden (Anfang der Geometrie nach Quarta verlegt, s. o., die Lehre von den Potenzen mit positiven ganzen Exponenten kommt nach II^b), was des mit 7 statt 6 Stunden beginnenden Griechischen wegen sehr zu wünschen ist; andrerseits wird es dort nunmehr bequem möglich sein, die Schüler nicht bloſs vorwiegend praktisch in die allgemeine Arithmetik einzuführen. Ebenso ist der mathematische Lehrstoff der Untersekunda, der bislang in nicht zu bewältigender Weise gehäuft war, auf das richtige Maſs reduziert worden, indem die gesamte Lehre von den Logarithmen, die quadratischen Gleichungen mit einer Unbekannten, sowie die Kreisrechnung nach Obersekunda verschoben ist. Dadurch ist eine weitere Verlegung der übrigen

*) Wir meinen, daſs über diesen Punkt erfahrene Lehrer der Mathematik längst im Klaren sein müſsten. Eine ganze Stunde Kopfrechnen ermüdet zu sehr. Das sogen. „Kopfrechnen“ ist überhaupt mit dem „schriftlichen Rechnen“ organisch zu verbinden. Red.

Gegenstände bedingt. Hervorgehoben sei nur die Behandlung der ganzen Stereometrie in ihren Hauptsätzen in Unterprima, da unter Erweiterung des stereometrischen Pensums in I^a doch nur Ergänzungen z. B. in der Lehre von den Ecken, den regelmäfsigen Körpern und der Kugel sowie Behandlung schwierigerer Aufgaben verstanden werden können. — Gegen die nunmehr getroffene Verteilung des gesamten Lehrstoffes dürften sich gegründete Einwürfe wohl kaum erheben lassen.

Eine andere wichtige Frage ist: lassen sich wohl innerhalb der jetzigen gesetzlichen Vorschriften die verlorenen Positionen mehr oder weniger wiedererobern? Schon da wir an Zeit gewonnen, glauben wir diese Frage mit Ja beantworten zu können. Es wird sich nur darum handeln, wo einzusetzen ist. Nach dem höheren oder tieferen Stand der Klassen wird sich dann Methode und Umfang eines solchen berechtigten Exkurses richten müssen. Wer z. B. diophantische Aufgaben nicht ganz missen mag, hat der nicht bei der Einfachheit des Eulerschen Grundgedankens in Untersekunda bei Besprechung der linearen Gleichungen mit mehreren Unbekannten die beste Gelegenheit, jene Lösungsart ihren Grundzügen nach mitzuteilen und seiner Zeit bei den arithmetischen Progressionen in Unterprima den fallengelassenen Faden wieder aufzunehmen? Man hat vielleicht — variatio delectat — von einer solchen Behandlungsweise sogar eine lebhaftere Anregung des mathematischen Interesses zu erwarten, als wenn derselbe Gegenstand systematisch und in ausführlichster Weise besprochen wurde: Es bleibt zu denken und nachzuspüren übrig für die mathematisch befähigteren Köpfe!

„Die Erweiterung des stereometrischen Pensums" in Oberprima wird durch die hier zu stellenden schwierigeren Berechnungsaufgaben ganz naturgemäfs auf die Behandlung kubischer Gleichungen hinführen: eine geeignete Auswahl solcher Aufgaben wird den Lehrer in den Stand setzen, seine Schüler mit allen Eigentümlichkeiten jener Gleichungen hinreichend vertraut zu machen. Dafs keine solche Aufgabe im Abiturientenexamen mehr vorkommen darf, läfst sich dann wohl verwinden. Die allgemeineren Sätze über die Gleichungen aber, die man hier anzuschliefsen pflegte, wird man teils der Theorie der quadratischen Gleichungen in II^a, teils der Entwickelung eines Produktes binomischer Faktoren, teils den „Repetitionen der gesamten Schulmathematik" in Oberprima einzuverleiben wissen. Die Theorie der quadratischen Gleichungen wird aber ferner, wenn man die graphische Lösung berücksichtigt, auch die Möglichkeit bieten, in die Elemente der analytischen Geometrie einen Blick werfen zu lassen; und die synthetische Behandlung der Kegelschnitte wird uns nach wie vor erlauben, die Gleichungen dieser Kurven herzuleiten.

Sonach dürfte durch geschickte Ausnützung der gebotenen Gelegenheit ein tüchtiger und eifriger Lehrer wohl im stande sein, seine Schüler nach wie vor auf der Höhe des mathematischen Wissens, sicher des mathematischen Könnens zu erhalten. Allerdings wird, dies Ziel zu erreichen, es erforderlich sein, die Vorbereitung für die Stunden mit besonderer Sorgfalt zu treffen und den Lehrstoff richtig zu disponieren.

Sehr dankenswert erscheint es uns, dafs man in der dieser Zeitschrift oft erhobenen Forderung eines Vorbereitungskursus der Geometrie durch Aufnahme des Anschauungsunterrichtes gerecht werden will. Es wird nur darauf ankommen, dafs derselbe in richtiger Weise (wo es möglich ist, sollte man wohl einfachste Feldmefsübungen zu Grunde legen) geleitet wird. Ein blofser Unterricht im geometrischen Zeichnen — das macht man ja vielfach daraus — ist vielleicht verhängnisvoller, als wenn gar nichts geschieht. — Gefreut hat es uns auch, den Erler'schen Gedanken einer zusammenfassenden Betrachtung der gesamten Schulmathematik in Oberprima wieder zu begegnen. Endlich geben wir der Ansicht Ausdruck, dafs es wohl empfehlenswert erscheinen dürfte, die Reihenfolge der für II^a vorgeschriebenen arithmetischen Pensen zu ver-

tauschen, nämlich die Logarithmen vor den quadratischen Gleichungen durchzunehmen, damit man schon bei Beginn der Trigonometrie im vollen Besitze dieses arithmetischen Instrumentes sich befindet.

Es sei uns zum Schlusse gestattet, noch einige Worte in betreff des naturwissenschaftlichen Unterrichtes hinzuzufügen. Die längst als schädlich und störend empfundene Lücke im naturgeschichtlichen Unterricht in Quarta ist nunmehr ausgefüllt.*) Um dies, ohne Erhöhung der dem naturwissenschaftlichen Unterrichte im ganzen zugewiesenen Stundenzahl, zu ermöglichen, hat man teils eine Verschiebung des Lehrstoffes, teils eine Verminderung der Stundenzahl in Obertertia und Untersekunda beliebt. Wir bedauern, dafs man, statt auch hier wie in betreff des Griechischen sich an den preufsischen Lehrplan anzuschliefsen, in II^b^ nur mit einer Stunde die Physik beginnen läfst: so eine einzelne Stunde ist ein etwas verlorener Posten.**) Der Gedanke an sich aber ist richtig, dafs, falls auch — was sehr nötig und wünschenswert — durch Beispiele die Lehren der Physik befestigt werden sollen, bei dem Umfange und der Wichtigkeit dieses Wissenszweiges und den ausdrücklich geforderten, zeitraubenden Experimenten zur Bewältigung auch nur der Hauptlehren mehr Zeit als bisher gewährt werden mufste. Den Anfang der Mineralogie hat man aus III^a nach Untertertia (Winterhalbjahr) verlegt, und eine Verminderung der Stundenzahl für die Fortsetzung dieses Gegenstandes angeordnet (1 Stunde in III^a statt 2 bisher!). Hierbei ist insbesondere — von jetzt an also für III^a — die Berücksichtigung der Krystallographie verlangt. Es versteht sich von selbst, dafs man sich nun noch mehr als früher in diesem Gebiete wird zu beschränken haben. Unseres Erachtens ist der krystallographische Unterricht, den wir als eine ganz vorzügliche Vorschule der Stereometrie schätzen, hier wesentlich als ein Unterricht im geometrischen Zeichnen einfacher räumlicher Gebilde aufzufassen. Man beschränke sich also auf die nötigsten Figuren und lasse die Zeichnungen, recht allmählich vom leichteren zum schwereren aufsteigend, nach möglichst einfachen Regeln entwerfen. — Dafs „die einfachsten Lehren der Chemie“, natürlich unter Verzicht auf die streng wissenschaftliche Form, vielmehr dem mineralogischen Unterrichte einzuordnen sind — die neue Lehrordnung verweist sie mit nach Untersekunda in die Physik — darin wird uns jeder beistimmen, der letzteren Unterricht länger erteilt hat. Doch über diesen Gegenstand „Mineralogie und Krystallographie als Gegenstände des Gymnasialunterrichts“ vielleicht ein anderes Mal mehr.

Zur Ausbildung der Lehrer für höhere Schulen.

Die Norddeutsche Allgem. Zeitung vom 30. IX. 82 bringt folgende Notiz:

> „Wie aus Lehrerkreisen verlautet, beabsichtigt die (preufs.) Regierung, in der Prüfung der Candidaten für das höhere Lehramt eine Änderung einzuführen, insofern, als dieselben sich künftig zwei Examen zu unterziehen hätten, wie dies z. B. bereits bei den Juristen üblich ist. Das erstere würde sich am besten als ein wissenschaftliches, das andere aber mehr als ein pädagogisches bezeichnen lassen.“

Wir bemerken hierzu, dafs wir diesen Vorschlag schon gemacht, resp. diese Forderung schon gestellt haben in unsern „Thesen über Errichtung und Einrichtung von Hochschulseminaren mit be-

---

*) Sie existierte früher nicht und wurde erst durch den preufsisch zugeschnittenen Lehrplan von 1870 hereingebracht. Man sehe hierüber ds. Z. II, 48 (Z. 24 v. o.) und ebendort, S. 56, Z. 28 v. o.). Die Red.

**) Eine Stunde ist keine Stunde. Die Red.

sonderer Rücksicht auf mathematisch-naturwissenschaftliche (Mit einem Anhang über das „Probejahr") in ds. Z., Jahrg. VI (1875) S. 351 u. f. Dort fordern wir in §. 4 eine wissenschaftliche und in §. 9 eine pädagogische Staatsprüfung unter Fortfall des (veralteten) „Probejahrs". Wir bemerken dies ausdrücklich hier, um uns für eine künftig zu schreibende Geschichte der Pädagogik des 19. Jahrh. die Priorität bezügl. dieses Vorschlags zu sichern. Wir bemerken auch noch, daſs wir damals unsere Thesen sowohl dem österr. Unterrichtsminister, als auch dem ersten Rate für h. Sch. im preuſs. Cultus-Ministerium überreicht haben und erlauben uns, den Fachgenossen, sowie sämtlichen Lehrern an höhern Schulen die wiederholte Lektüre unserer Thesen nochmals angelegentlich zu empfehlen.

Es soll jedoch hiermit keineswegs behauptet werden, daſs nicht schon früher (also vor 1875) derartige Vorschläge von Andern gemacht worden seien oder daſs nicht in diesem oder jenem Staate derartige Einrichtungen bestanden haben, wie denn z. B. aus dem Nachrufe Gies (s. ds. Hft. S. 491) hervorzugehen scheint, daſs in dem früheren Churhessen eine Prüfungscommission für ein zweites — praktisches — Examen bestanden haben muſs. Die Redaktion.

Proben aus dem mathematischen (und naturw.) Unterricht an Seminaren und Volksschulen.

VIII.*)

1) Das Rechenbuch für Seminaristen und Lehrer von Klein und Hoffmann. Düsseldorf, Druck und Verlag von Schwann. 6. Aufl. 1882.

Hr. Domschullehrer Schüller i. Cöln a/Rh. hat in seinem unter dem Namen „Scholarius" herausgegebenen und auch in ds. Z. XI, 118 von Günther lobend besprochenen Buche „Algebraische Gleichungen etc." (Paderborn bei Schöningh 1879) die in dem (in den Rheinlanden vielgebrauchten) obgenannten Rechenbuche enthaltenen Gleichungsaufgaben gründlich und allseitig bearbeitet, indem er einen „Schlüssel" (Commentar) zu jenem Abschnitte lieferte.

Die genannten Herren, welche unterdeſs von Seminarlehrern zu „Kreisschulinspektoren" (in Boppard und Trier) aufgerückt sind, sagen in der Vorrede zu ihrem Buche (S. IV) wörtlich Folgendes: „Die Aufgaben sind zum Teil den Rechenbüchern von Heis, Schellen, Burbach u. A. entlehnt; die meisten aber sind Originalaufgaben".

Hr. Schüller, wahrscheinlich von dem (übrigens sehr berechtigten) Wunsche geleitet, seine Schrift auch jenen zugänglich zu machen, welche das Rechenbuch von H. und K. nicht besitzen, wollte seinem Buche auch die Aufgaben (S. 327—370) beigeben und unterwarf sie deshalb vorher bezüglich ihres Ursprungs einer eingehenden Prüfung; das Resultat dieser Untersuchung war höchst überraschend: denn es ergab sich, daſs unter den Gleichungen (dort Abschn. XXI—XXII) weit mehr Aufgaben, als in solchen Fällen unter Mathematikern von gutem Tone Sitte ist, aus andern Werken entlehnt sind, der Zahl nach von 475 Aufgaben ca. 365 also etwa $^5/_6$. Sonach hätte doch mindestens der litterarische Anstand es erfordert, daſs die genannten Autoren ihre Behauptung über die „Originalaufgaben" bezüglich dieses Abschnitts eingeschränkt hätten. Es liegt daher der Verdacht nahe, daſs auch der übrige Teil des Rechenbuchs Spuren von der Methode der Herren Verfasser an sich trage und es wäre gewiſs nicht uninteressant, auch diesen Teil des Buches bezüglich der „Originalaufgaben" zu prüfen.

---

*) Fortsetzung von ds. Jhg. Hft. 2, S. 152.

Hr. S. hat seinem Schlüssel von S. 234 an einen „genauen Nachweis der Quellen“ dieser Aufgaben angehängt, aus dem sich ergiebt, dafs besonders die Aufgabensammlungen von Bardey, Heis, Meier Hirsch und Unger geplündert sind. Dem Buche von Bardey sollen allein 198 Aufgaben entnommen sein. (Was wird wohl Dr. Bardey hierzu sagen?*))

Wir möchten doch wissen, wie die Herren K. und H. dieses ihr Gebahren rechtfertigen wollen und was die vorgesetzte Provinzialschulbehörde hierzu sagen würde, wenn sie davon Kenntnis erlangte!

Die Herren Verfasser haben mitunter ihren Aufgaben auch Andeutungen zur Lösung beigefügt. Da kommen nun auch Musterlösungen zum Vorschein, geeignet, das Zwerchfell des Mathematikers angenehm zu erschüttern. Eine solche Lösung ist z. B. die der Aufgabe 40 (S. 365). Sie lautet (s. übrigens Bardey S. 224 No. 83):

$$x + y = 58 \ldots 1)$$
$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 10 \ldots 2)$$

Lösung: Aus 1) folgt $x = 58 - y$, dies in 2) substituiert, giebt

$$\sqrt{58 - y} + \sqrt{y} = 10$$
$$\sqrt{58 - y} = 10 - \sqrt{y}$$

$$58 - y = 100 - 20\sqrt{y} + y, \text{ woraus}$$

$$\sqrt{y} = \frac{42 + 2y}{20} \text{ und } y = \left(\frac{42 + 2y}{20}\right)^2.$$

Die Herren Verfasser hätten aus dem Buche des Hr. „Scholarius“, welcher (S. 151—153) mehrere Methoden der Auflösung giebt, lernen können, wie man solche Aufgaben behandelt. Auch sprachlich-logische Mängel kommen vor: so steht z. B. auf S. 356/8 mehrmals „Formeln“ statt „Formen“.

Wenn das Vorstehende nicht „Dilettanten-Mathematik“ ist, so weifs ich nicht, was solche ist! Man bedenke nun noch, dafs dieses Rechenbuch seit 1872 bereits in sechs Auflagen gedruckt ist und man hat ein Seitenstück zu Kehr (XI, 497ff, XII, 237)!

2) Coordes, Reallehrer am Lehrerinnen-Seminar (Kassel), Kleines Lehrbuch der Landkartenprojektion. Gemeinverständliche Darstellung der Kartenentwürfe etc. etc. Kassel, Kefsler 1882, S. 41.

„Der Wert eines Kartennetzes wird besonders durch die Übereinstimmung seiner linearen Elemente mit denen des Globus bedingt; die Flächengleichheit entsprechender Teile in Original und Projektion ist erst in zweiter Linie zu nehmen. Gaufs hat freilich s. Z. auch diese Aufgabe ganz allgemein gelöst: „Die Teile einer gegebenen Fläche auf einer anderen gegebenen Fläche so abzubilden, dafs die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Teilen ähnlich wird“ — aber die Gaufs'sche Projektion („Die Methode der kleinsten Quadrate“) ist für Nichtmathematiker nicht durchsichtig genug, weshalb wir sie hier übergehen etc. etc.“ —

Die „Methode der kleinsten Quadrate“ eine Kartenprojektionsmethode! Wir empfehlen dieses Thema den Herren Wagner und Genossen für den nächsten Geographentag!

*) Die Herren Verfasser sollten sich doch den Fall Bardey-Sinram recht zu Herzen nehmen (s. Bardey, Aufgabens. 10. Aufl. S. XI—XII und arithm. Aufg. 1. Aufl. Vorw. S. III), welcher sogar zu einer gerichtlichen Verhandlung und für Hr. Bardey günstigen Entscheidung führte (s. ds. Z. lauf. Jahrg. Heft 2. S. 166).

Am Schlusse einer ruhmvollen, 41jährigen Lehrthätigkeit.

Die Hess. Morgenzeitung schreibt in der Nummer vom 4. Oktober aus Cassel: Mit dem 1. d. M. trat der verdienstvolle Prorektor und Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften des Gymnasiums zu Fulda, Professor Dr. Wilhelm Gies, nach mehr als 41jähriger ununterbrochener Thätigkeit an gedachter Anstalt in den Ruhestand. Als ein Beweis der Verehrung und Dankbarkeit, mit welcher frühere Schüler ihrem einstigen Lehrer zugethan sind, wurde ihm bei seinem Scheiden von seinen zahlreichen Schülern, welche jetzt selbst als Lehrer der Mathematik, bezw. der Naturwissenschaften an höheren Lehranstalten der verschiedensten Kategorien thätig sind, und von denen ein Teil unter seiner Ägide in die Praxis des Berufs eintrat, ein schön ausgestattetes, speciell zu dem bezeichneten Zwecke ausgeführtes Album mit den Photographien seiner Schüler in Kabinetform gewidmet und von Prof. Dr. Melde (Marburg) überreicht. Das Album trägt vorn auf der Deckelplatte die beiden Jahreszahlen 1841—1882 als diejenigen, welche den Anfang und Schluſs der Wirksamkeit Gies' am Fuldaer Gymnasium bezeichnen. Auf dem ersten Blatte folgen die Widmungsworte: „Dankbare Schüler ihrem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Wilhelm Gies bei seinem Scheiden vom Gymnasium zu Fulda, Michaelis 1882.“ Unter den Herren, welche durch Photographien vertreten sind, befinden sich naturgemäſs meistens Oberlehrer und ordentl. Lehrer an Realschulen und Gymnasien, ferner die Professoren Geh. Hofrat Dr. W. Schell — Karlsruhe, Dr. Fz. Melde — Marburg, Dr. Gutberlet — Würzburg, Dr. F. Braun — Straſsburg i/E., Reg.- nnd Schulrat J. Ernst — Straſsburg. Auſserdem überbrachte Prof. Melde im Auftrag der „Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften“ zu Marburg das Diplom, wodurch dieselbe den Prof. Dr. Gies in Würdigung seiner erfolgreichen Lehrthätigkeit und seiner literarischen Leistungen zu ihrem Ehrenmitgliede ernannt. — Gies verstand es wie Wenige, seine Schüler für die von ihm vertretenen Unterrichtsfächer zu begeistern. Sein Unterricht zeichnete sich aus durch eine meisterhafte Klarheit und Anschaulichkeit, überall suchte und verstand er es, die Schüler auf das Wesen der Sache hinzuführen und das Denkvermögen in hohem Grade anzuregen — und das ist ja der Kernpunkt des ganzen mathematischen Unterrichts. Nichts war ihm verhaſster als Oberflächlichkeit, mechanisches Abrichten und Dressieren, oder das so vielfach zu Paradezwecken geübte Einpauken. Wie hoch seine pädagogische und didaktische Erfahrung und seine reichen Kenntnisse auch bei der vorgesetzten Behörde geschätzt wurden, geht u. a. daraus hervor, daſs er bei dem in kurhessischen Zeiten für die Kandidaten des höheren Lehramtes vorgeschriebenen zweiten, praktischen, Examen — einer Institution, welche man jetzt in Preuſsen allgemein einzuführen plant — Mitglied der Prüfungskommission war. Auch als Fachschriftsteller hat sich Gies einen geachteten Namen erworben. Wir nennen von seinen Schriften: Leitfaden für einen gründlichen Unterricht im Rechnen, Fulda, 1851; Über den naturwissenschaftlichen Unterricht an Gymnasien, Fulda, 1859; Über Methode und methodische Behandlung des Rechnens, Fulda, 1867;*) Flora für Schulen, 3. Aufl., Leipzig, 1873**) und sein Übungsbuch für den Rechenunterricht, Fulda, 1875.***) — Einen Fackelzug, welchen die jetzigen Schüler ihrem scheidenden Lehrer zu bringen beabsichtigten, hatte der schlichte, allen geräuschvollen Ovationen abholde Mann dankend abgelehnt. Möge ein freundliches Geschick dem allverehrten Manne noch recht lange die körperliche Rüstigkeit und geistige Frische gewähren, deren er sich stets erfreute, und möge der Anstalt, zu

*) Vergl. die rühmende Besprechung dieses Buches durch Kober in dieser Zeitschrift Bd. II, 1871, S. 355.

**) Vergl. die Anm. in Bd. X, 1879, S. 55.

***) Vergl. die lobende Recension v. Kober in Bd. IV, 1873, S. 147—149.

deren Emporblühen er in erster Linie mit beigetragen, ein Nachfolger erwachsen, der in Gies'schem Geiste und mit Gies'schem Geschick die Schüler in die hehren Wissenschaften einführt, für welche der Scheidende so zahlreiche Jünger gewonnen hat. —

Wir fügen noch einige biographische Notizen bei. W. Gies ist 1813 zu Neustadt bei Marburg geboren, besuchte das Fuldaer Gymnasium und Lyceum, studierte sodann auf der Landesuniversität Mathematik und Naturwissenschaften. Nach absolvierten Studien wirkte er einige Jahre als Lehrer an einer Kantonschule der Schweiz, wurde darnach als Gymnasiallehrer nach Hersfeld berufen, von wo er den 12. März 1841 an das Gymnasium zu Fulda versetzt wurde. Im Herbste 1873 wurde er von den Liberalen des Fuldaer Wahlkreises als Kandidat zum Abgeordnetenhause aufgestellt, unterlag aber dem ultramontanen Centrumskandidaten.

Journalschau.

Pädagogisches Archiv. Jahrgang XXIV.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 256.)

Heft 3. Lehrpläne für die königl. Atheneen und staatlichen Mittelschulen des Königreichs Belgien (Verordnung von 1881. 11. Juni und 9. Juli). Petzold-Braunschweig, Der Eisenhüttenbetrieb auf seinem jetzigen Standpunkte. Kirchhoff-Halle, Aufruf zur Beschickung des Halleschen Geographentags mit freihändigen Kartenentwürfen von Schülerhand. — Herrmann-Mannheim, Ein Lehrplan für den deutschen Unterricht in der Prima höherer Lehranstalten. Unter den Rezensionen ist auch die von Hoffmanns Vorschule der Geometrie.

Heft 4. Stengel-Marburg unterwirft in dem Artikel „die Realschul-Abiturienten zum Studium der romanischen und englischen Philologie" die Gutachten, bezw. Äufserungen der Professoren Zupitza und Müllenhoff sowie den Antrag der Kieler philosophischen Fakultät einer scharfen Kritik. — Es folgt die (auch in unserer Ztschr., Heft 2, S. 148 mitgeteilte) „Revision der Lehrpläne der höheren Unterrichts-Anstalten in Preufsen." — Wolkenhauer-Bremen reproduziert einen Vortrag des Wiener Universitäts-Professors der Geographie Simony über die „Überladung der Schulwandkarten" (Mitteilung der k. k. geographischen Gesellschaft, Band XXIV, S. 276 u. f.) — Die „Überbürdungsfrage" behandelt ein aus der Zeitschrift „Gegenwart" (1881. No. 51/52) entlehnter Aufsatz von Dornblüth-Rostock und eine Mitteilung der sächsischen Landtagsverhandlungen (vom 11. Jan. 1882. No. 19 der Landtagsverhandlungen der II. Kammer), worin die Auseinandersetzungen des sächsischen Cultusministers interessant und wertvoll sind.*) Unter den Rezensionen sind die von Orschiedts und Fischers Chemie, die auch in dieser Zeitschrift (XI, 306 und XII, 143 u. f. in Verbindung mit IV, 158) beurteilt wurden und die von Kirchhoffs Schul geographie bemerkenswert. Orschiedt verurteilt, Fischer „trotzdem es Mängel enthält" empfohlen.

Heft 5. Fast das ganze Heft füllen die „Verhandlungen im preufsischen Landtage über die höheren Schulen in der Sitzung des Abgeordnetenhauses vom 17. März 1882. Beurteilt ist Zwick, Zoologie („enthält zwar manches Gute, entspricht aber doch den Anforderungen an ein Schulbuch nicht ganz"). Pädagogische Bibliographie.

Heft 6. Motive des Abgeordneten v. Feder, die Feststellung und Regelung der Verhältnisse der (badischen) Mittelschulen betr. (2. badische Kammer, Febr. 1882). — Lunge-Zürich beantwortet die Frage: „Gymnasium oder höhere Realschule als Vorbildungsanstalt für die Chemiker?"

---

*) Wir gedenken in dieser Zeitschrift auf dieselben zurückzukommen. Red.

(Aus der Chemiker-Zeitung 1881. No. 52) dahin, dafs das Realgymnasium hierzu geeigneter sei, als das Humangymnasium. — Hermann-Mannheim teilt in dem Artikel „Der Pietist als Pädagog" aus der Kramerschen Biographie von A. H. Francke eine Episode mit, welche beweist, dafs „der konsequente Pietismus überhaupt der Bildung feindlich gegenübersteht". — Rezensionen meist philologischen Inhalts.

Heft 7. Gymnasial-Direktor Schmelzer-Hamm behandelt „das Realgymnasium und seine Berechtigungen", ein längerer Artikel, welcher, genau genommen, in der Ansicht gipfelt, dafs das (nun sogenannte) „Realgymnasium" auf dem besten Wege sei, im Gymnasium aufzugehen und dafs es also als selbständige Anstalt — überflüssig sei oder — wie wir sagen würden — dafs die „Einheitsschule" als Schule der Zukunft im Prinzip bereits fertig sei.*) Es folgt der Kommissionsbericht über die Regelung der Verhältnisse der badischen Mittelschulen (siehe voriges Heft) mit einer Vergleichung des preufsischen Stundenplans. In der pädagogischen Zeitung steht die „Zirkularverfügung betr. die Einführung der revidierten Lehrpläne".

Heft 8. Realschul-Direktor Krumme-Braunschweig führt seinen auf dem Geographentag in Halle (April 1882) gehaltenen Vortrag „über den Unterricht in der astronomischen Geographie in den untern und mittlern Klassen höherer Schulen" weiter aus. Der Leser findet u. a. hier auch die besten Apparate für diesen Unterricht zusammengestellt.

Heft 9. Gymnasial-Lehrer Pfander-Bern verbreitet sich über „die Perthesschen Reformvorschläge für den lateinischen Elementarunterricht gegenüber Theorie und Erfahrung"; ein höchst interessanter und darum lesenswerter Aufsatz mit auch interessanten Anmerkungen. — Fortsetzung der preufsischen Zirkularverfügung (siehe Heft 7) betr. die Entlassungsprüfungen.

Zeitschrift für Schulgeographie. Band III.

(Fortsetzung von Heft 4, S. 337.)

Heft 6. Über die undeutsche Schreibung fremder Eigennamen in unseren Zeitschriften, Lehr- und Handbüchern. (Nach einem Aufsatze von A. W. Grube in „Deutsche Blätter für erziehenden Unterricht".) — Allgemeine und spezielle Erdkunde im Kreise der Wissenschaften und Schuldisciplinen. Zur Abwehr gegen Herrn Professor H. Wagner-Göttingen. (Schlufs.) Wir empfehlen diesen Artikel den Herren Fachgenossen von der Geographie. — Die Erforschung von Inner-Asien von Kreitner nebst Karte, mit Rücksicht auf eine Bemerkung in dem erläuternden Texte zu Andrées Handatlas. — Die festen Plätze im deutschen Reiche von Klöden. — Erklärung geographischer Namen Österreich-Ungarns (Fortsetzung: tschecho-slavische) von Knaus-Leitomischl. — Der Zirknitzer See (nach Urbas bearbeitet aus Umlauft, österreich-ungarische Monarchie). — Erbsünden: Rhein, Walenstadt, Kjölen, St. Lorenzflufs, Söderland, „Winzige" Peschäres, Schweizer Jura. Regenlosigkeit Ägyptens, Suez. Notizen. Litteratur. (Hier auch Möllinger, Kartenprojektionen). Zeitschriften. Interessant ist ein „Eingesendet" über den Namen „Upsala", ebenso eine Beantwortung der Anfrage über die Aussprache von „Ukraine". (Schlufs des Bandes III.)

(Oest.) Zeitschrift f. d. Realschulwesen. Jahrgang VII.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 256.)

Heft 3 (fehlt).

Heft 4. Handl-Czernowitz spricht „über einige physikalische Grundbegriffe" mit Rücksicht auf viele Inkorrektheiten auch in deutschen Lehr-

*) Man vergleiche hiermit, was wir in dieser Zeitschrift, XI, 402/3 hierüber gesagt haben.

büchern der Physik (Spezifische Gewichte, Volum-Gewichte. Maſse, Dichte). Er giebt dann Definitionen dieser Begriffe, die er für die korrekten hält. — Glöser-Wien beschreibt den „Tonstufenmesser" von Lechleitner. — Villicus-Wien spricht „über ganzzahlige Verhältniſsgruppen in der Alligationsrechnung". Mitgeteilt sind die Lehrpläne für die königl. Atheneen (= höheren Mittelschulen) und staatlichen Mittelschulen Belgiens. Beurteilt sind u. a. die naturwissenschaftlichen Werke von Burgerstein, Wohlfahrt, Wönig (Botanik)und die von Sprockhoff.

Heft 5. Schröer-Wien giebt einen Artikel „über den Unterricht in der Aussprache des Englischen auf Grundlage der neuesten Forschungen auf dem Gebiete der Phonetik", der in Heft 6 fortgesetzt wird und der den Englisch lernenden oder treibenden Fachgenossen empfohlen sein mag. — Dischka-Fünfkirchen behandelt „die Tonerscheinungen der musikalischen Pfeifen", da nach seiner Meinung „bekanntlich diese Erscheinungen nicht oder nur oberflächlich erklärt werden". Abgedruckt sind: das von uns schon oben (S. 493) erwähnte Schreiben des Prof. Lunge-Zürich an Dr. Krause, „Gymnasium oder höhere Realschule" pp. und unsere in Heft 2 gegebene „Frequenz der Leipziger Universität". — Rezensiert sind: die mathematischen Lehrbücher von Worpitzki (Arithm.), Helmes (Trigon.), Fialkowski (Zeichn. Geom.), ferner die naturwissenschaftlichen von Huxley (Physiologie), Francke (Reptilien), Leuckart-Nitsche (Zoolog. Wandtafeln, 5. Lieferung), Undeutsch (Mechanik). — Journal- und Programmschau.

Heft 6. Fortsetzung der Artikel von Schröer und von Dischka (siehe oben). — Paulitschke referirt über den zweiten Geographentag in Halle. Rezensiert: die Geometrie von Milinowski und Wittek, die naturwissenschaftlichen Werke von Krass-Landois (Zoologie), Standfest (Mineralogie), Dronke (Wärmeverbreitung). — Journal- und Programmschau.

Heft 7. Wenzel-Reichenberg sucht die schiefe Ebene auf den Hebel zurückzuführen. — v. Schaewen-Saarbrücken giebt „Analogien zwischen dem sphärischen und dem ebenen Dreieck." — Schlink, allgem. Schulvorbildung für künftige Techniker (schon erwähnt in der Programmschau Heft 5. S. 416. C.—O. Heft 5). Revision der preuſs. Lehrpläne. Mitgeteilt ist die „Eingabe der Direktoren selbständiger preuſs. Realgymnasien an den Cultus-Min., die Nachprüfungen der Realschul-Abiturienten im Griechischen betr. — Rezensiert: Hoffmann, mathem. Geographie; Petersen, algebr. Gleichungen; Milinowski, Kegelschnitte; Hoppe, analyt. Geom. — Programmschau. —

Heft 8. Standfest-Graz bespricht den „botanischen Unterricht im Spätherbst", Hočevar-Insbruck die Wheatstonsche Brücke, bezw. einen Kunstgriff bei der Demonstration ders. — v. Schaewen-Saarbrücken setzt seine „Analogien etc. (s. vor. Heft) fort. Unter den Schulnachrichten befindet sich eine tabellarische Übersicht der Ergebnisse der Aufnahmsprüfungen an Gymnasien und Realschulen Österreichs i. J. 1881. Rezensiert die analyt.-geometr. Elementarwerke von Hochheim (Aufgaben) und von Gandtner; sowie die von Menger (geom. Formenlehre) und Smolik (darst. Geom.). — Journal- und Programmschau. —

Heft 9. Tilšer-Prag setzt seinen Artikel „Zur Einführung in die Anfangsgründe der darst. Geometrie" (Jahrg. VII, S. 99) fort. — Neue Lehrpläne und die Maturit.-Prüfung in Preuſsen. Rezensiert: Kozenn-Jarz Leitfaden der Geographie 7. Aufl.; Mojsisowics, Systematische Übersicht des Tierreichs; Müller-Pfaundler, Physik. 8. Aufl.; Weiler, mathem. Geographie. — Zeitschriften- und Programmschau.

Heft 10. Baier-Bielitz, Über die Anpaſsung des naturgeschichtlichen Unterrichts in der II. Kl.*) der Realschule an die Verhältnisse der Natur.

*) d. i. nach österr. Zählung die zweite von unten.

— Tilšer-Prag setzt seinen obgen. Artikel fort. (Vorbereitungsunterricht zur darst. Geometrie). — Österr. Realschul-Statistik von 1880/81. — Rezensiert: Deutsches Land und Volk von Klöden-Köppen-Oberländer; Koch, Dendrologie; Pokorny, Naturgeschichte. Journal- und Programmschau. —

Central-Organ f. d. Int. d. R.-W. Jahrg. X.

(Forts. v. Heft 5, S. 417.)

Heft 8—9. Lindemann-Löbau schreibt über „Herder und die Realschule unserer Zeit. — Müller-Erzbach in Bremen bespricht den mathematischen Unterricht in Realgymnasien mit Rücksicht auf die neuen Lehrpläne für die höheren Schulen in Preufsen. Zehender-Rostock teilt seine höchst interessanten Untersuchungen aus Rostocker Schulen über die Verschlechterung der Stubenluft während der Dauer der Unterrichtszeit mit. — Aktenstücke betr. die Reform der Lehrpläne an h. Sch. i. Pr. (c. Prüfungsordnung). — Gutachten der Berliner philosophischen Fakultät vom 8. März 1880 über die Zulassung von Realschulabiturienten zu Fakultäts-Studien. — Unter den Rezensionen erfährt die Arithmetik von Worpitzki eine scharfe (fast vernichtende) Beurteilung. Dem Referent (Koniecki-Berlin) ist noch kein Lehrbuch vorgekommen, „welches .... in jeder Hinsicht so unbrauchbar für den grundlegenden Unterricht erscheint, wie das vorliegende.“ Noch beurteilt sind: Sinram, Arithmetik; Stegmann, Trigonometrie, Wittstein, Methodik des mathem. Unterr.; Menger, Grundlehren der Geom. — Journalschau, Schul-Vereins- und Personal-Nachrichten: Gesuch der pr. Realschuldirektoren an d. Cult.-Minister um Errichtung einer selbst. Prüfungskommission für die Nachprüfungen der Realschulabit. in jeder Provinz und Beschränkung dieser Prüfung auf das Griechische. (Nachruf Preime und Wiese's goldne Hochzeit).

Heft 10. Schwalbe-Berlin schreibt über Eishöhlen und abnorme Eisbildungen, eine von den mancherlei geogr. Merkwürdigkeiten, deren wir auch in Deutschland genug haben und die wir, bei der Sucht nach dem Fremden und Weiten, so leicht unbeachtet lassen. — Düwell-Cottbus erteilt eine sehr instruktive Lektion „über die Deklination“, wobei Dr. Willmanns deutsche Grammatik eine nicht gerade schmeichelhafte Kritik erfährt. Unter den Rezensionen ist die des Schraderschen Werks „Verfassung der höheren Schulen“ von Strack wegen ihrer Schärfe lesenswert. Der begeisterte Vorfechter der „Realschule“ bereitet den conservativen Anhängern des klassischen Gymnasiums einen schweren Stand. Beurteilt sind meist sprachliche Bücher; aus der Geographie: die Bücher von Seydlitz, Wollweber (Globuskunde), Geistbeck (math.-phys.), Pütz-Behr. — Programm- und Journalschau. —

Erklärung.

(Vergl. ds. Jahrg. Heft 3, S. 196.)

Einesteils das Bewufstsein, dafs ich Herrn Dr. Bardey Unrecht gethan habe, andernteils die Thatsache, dafs ich mit bestem Wissen und Gewissen, bona fide, das niederschrieb, was in meiner Rezension auf Hrn. Dr. B. Bezug hat, veranlassen mich den ganzen Sachverhalt so darzustellen, wie er eben ist.

Vor Jahren nämlich ereignete es sich bei einer gemeinschaftlichen Lösung der folgenden B.schen Aufgabe (I. Aufl. S. 240, 75)*)

*) Dieselbe Aufg. befindet sich in der neuesten (10.) Aufl. auf S. 252; nur ist hier schon statt „16 Fl.“ richtig „10 G.“ gesetzt.

> „Eine Anzahl Männer, Frauen und Kinder, zusammen 40 Personen, verzehren in einem Gasthause 16 Fl. [sic!*]. Wie viel Personen von jeder Art waren es, wenn ein Mann 36 Kr., eine Frau 26 Kr. und ein Kind 7 Kr. verzehrte?" —

dafs wir (ich und meine damaligen Schüler der VII. Klasse**) diese Aufgabe als eine (mit ganzen und positiven Zahlen) unlösbare fanden. Darauf stellte ich den Antrag: „Versuchen wir den Fl. = 60 Kr.***) zu nehmen!" Und die Lösung gelang!! Hinc illae lacrymae!

Freilich beging ich den Fehler (erst an der betr. Stelle wurde ich darauf — durch Hrn. Dr. B. — aufmerksam gemacht!), dafs ich in dem Fl. nur den mir so nahe liegenden österreichischen Fl. sehen wollte (und konnte; da mir damals — in der Unterprima — die süddeutsche Währung gerade so nicht im Sinne war, wie heute etwa die Drachmen der Griechen). Dafs ich es unterliefs, die (in der I. Aufl.) auf S. 112 unter den Zeilen stehende, mit kleineren Lettern gedruckte Stern-Bemerkung†) zu lesen, ist umsomehr zu verzeihen, wenn man bedenkt, dafs wir Lehrer der Mathematik in Ungarn die Heis- und Bardeyschen Aufgabensammlungen nur dort und dann in Anspruch nehmen, wo und wann die, unseren mathematischen Lehrbüchern beigefügten ungarischen Aufgabensammlungen uns im Stiche lassen resp. nicht mehr ausreichen.

Als Milderungsumstand wird man mir ferner — hoffentlich — auch das noch anrechnen, dafs ich (sowie jeder andere) diese, fürs ganze Buch wichtige Bemerkung — nicht an so einem versteckten Platze aufzufinden erwartet hatte; denn solche Bemerkungen gehören in das Vorwort — umsomehr, da diese Bemerkung eine für jeden Leser hochwichtige ist, und also alle und mehr interessiert, als des Hrn. B.s. Privat-Angelegenheiten. (S. Vorwort zur 10. Aufl.)††)

Mit einem Worte: Ich bin in die, in dem Zeichen „Fl." aufgestellte und durch mich (unbewufst) selbst gesuchte Falle hineingerathen; hab' alles das, was ich damals schrieb, ganz bona fide geschrieben; und mufs jetzt bedauern, dafs ich Herrn Dr. Bardey so etwas imputierte. — Auf eine Absolution wagt nach dem Vorgebrachten dennoch zu hoffen

Budapest. Dr. Fl. Wohlrab.

---

*) Ich bitte zu konstatieren, dafs hier einfach „Fl." steht, und weder „österr. Fl.", noch „südd. Fl." Eben darum bin ich „reingefallen"!

**) In österr. und wohl auch ungar. Realschulen die oberste Klasse. Die Red.

***) Ich mufs bemerken, dafs das vom Hrn. Redakteur aus dem Papierkorbe wieder zu Tage beförderte Wort „antediluvianisch" sich rein auf die Zahl „60" bezog; und hiemit überlasse ich es getrost den Herren Cantor, Eisenlohr, Lepsius, Oppert, Rawlinson, Duncker etc. zu beurteilen, ob dieses in dem jetzt gegebenen Sinne gebrauchte Wort gar so „übertrieben" und also „unpassend" und noch dazu „unparlamentarisch" sei. — Randglosse der Redaktion zu dieser Anmerkung: Wir glauben, die gelehrten Herren Cantor und Genossen würden, wenn sie das Vorstehende lesen sollten, in ein schallendes Gelächter ausbrechen. „Antediluvianisch" heifst bekanntlich „vorsündflutlich", d. h. also aus einer Zeit etwa vor Noah (ca. 2000 J. v. Chr.) stammend; sonach ist alles „Antediluvianische" mindestens 4000 J. alt. Nun stammt aber die Umwandlung der österr. alten Währung (Fl. = 60 Kr.) in die neue (Fl. = 100 Kr.) aus diesem Jahrhundert (1858), also ist der Ausdruck „antediluvianisch" übertrieben. Wir wissen sehr wohl, dafs „Hyperbeln" zu den rhetorischen Figuren gehören, aber die Hyperbeln der Rhetorik haben nicht, wie ihre Schwestern, die Hyperbeln der Geometrie, das Vorrecht, sich bis ins Unendliche zu erstrecken, sondern sind durch Gesetze der Ästhetik eingeschränkt. Insofern es nun den Regeln einer anständigen Diskussion in einer wissenschaftlichen Zeitschrift widerspricht, übertriebene und also unpassende Ausdrücke zu gebrauchen, insofern mufste der Ausdruck „antediluvianisch" gestrichen und durch einen andern ersetzt werden.

†) Herr Dr. B. behauptet, dafs in seinem Buche „1 Fl. = 60 Kr., 1 Fl. österr. = 100 Kr." stehe. Dagegen mufs ich bemerken, dafs in meinem Exemplare folgendes steht: „1 Fl. = 60 Kr." und „1 Fl. = 100 Kr." [sic!]; aber neben dem zweiten „1 Fl." steht das Wort „österr." nicht!

††) Die Berechtigung B.s., diese Privat-Angelegenheit an das Forum der Öffentlichkeit zu bringen, ist hinreichend durch die S. 166 ds. Jhgs. mitgeteilte gerichtliche Entscheidung motiviert. Die Red.

Bei der Redaktion eingelaufen.

(Septbr.—Oktbr. 1882.)

A. Druckschriften.

Pasch, Einleitung in die Differential- und Integralrechnung. Leipzig bei Teubner. 1882.
Holzmüller, Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften etc. ib. 1882.
Cremona, Elemente der projektivischen Geometrie unter Mitwirkung des Verfassers übertragen von Trautvetter. Stuttgart b. Cotta. 1882.
Henrici-Treutlein, Lehrbuch der Elementar-Geometrie. II. Teil. (Pensum d. Sekunda u. Prima.) ib. 1882.
Günther, die quadratischen Irrationalitäten d. Alten u. deren Entwickelungsmethoden (Abth. z. Gesch. d. Math. VI). Ohne Jahreszahl und Verleger.
Graefe, Erweiterungen des Paskal'schen Sechsecks u. damit verwandter Figuren. Wiesbaden, Limbarth. 1882.
Rudel, Vom Körper höherer Dimension. Beiträge zu den Elementen einer mehr-dimensionalen Geometrie. Kaiserslautern, i. K. bei Kayser. 1882.
Heger, Leitfaden f. den geometr. Unterricht. VI. Teil. Trigonometrie. Breslau, Trewendt. 1882.
Becker, logar.-trigonom. Handbuch auf fünf Dezimalen, bearb. Stereotypausgabe. Leipzig, B. Tauchnitz. 1882.
Steck-Bielmayr, Lehrbuch der Arithmetik für Latein- u. Realschulen. 8. verb. Aufl. Kempten, Kösel'sche Buchh. 1882.
Böhme, Perioden der Dezimalbrüche. Berlin b. G. W. F. Müller. 1882.
Arendt, die Regeln der Bruchrechnung (Gemeine und Dezimalbrüche). Ausgabe B. Für Gymnasien und Realschulen. 2. Aufl. Berlin, Herbig. 1882.
Lackemann, Lehrbuch für d. Unterr. in d. Algebra. Düsseldorf, Bagel (ohne Jahreszahl).
Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 4. Aufl. 1. Bd. Allgemeine Physik und Akustik. Leipzig b. Teubner 1882.
Klein, Anleitung zur Durchmusterung des Himmels. 2. verb. Aufl. Braunschweig, Vieweg u. S. 1882.
Astronomischer Kalender für 1883. (Nach dem Muster des K. v. Littrow'schen Kalenders) herausgegeben von der k. k. (Wiener) Sternwarte. Neue Folge. 2. Jahrgang. Wien, C. Gerolds Sohn. 1883.
Ule, Warum u. Weil, v. Langhoff. Chemischer Teil. 2. Aufl. Berlin, Klemann. 1882.
Zaengerle, Grundriſs der Chemie und Mineralogie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft etc. 1. T. Anorg. Chemie und Mineralogie. Braunschweig, Vieweg u. S. 1882.
Standfest, Leitfaden für den mineralogischen Unterricht in den obern Klassen der Mittelschulen. Graz bei Leuschner u. Lubensky. 1882.
Leonhardt, Vergleichende Zoologie für die Mittel- u. Oberstufe höherer Schulen, sowie zum Selbstunterricht. Jena, Matthäi. 1882.
Wächter, Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Zoologie. 1. Teil. Die Wirbeltiere. Braunschweig bei Vieweg u. S. 1882.
Mang, Leitfaden der Chemie, Mineralogie u. Gesundheitslehre für Bürger- u. Realschulen, Seminarien, höhere Töchterschulen u. verwandte Anstalten etc. München, Ackermann. 1883.
Gaebler, Spezial-Atlas der berühmtesten und besuchtesten Gegenden u. Städte Deutschlands und der Alpen. I. Bd. 1—2. Lief. (8 Karten). Ed. Gaeblers geogr. Institut, Leipzig-Neustadt. 1882.
Schorn, Geschichte der Pädagogik in Vorbildern und Bildern. 10. Aufl. bes. von Reinecke. Leipzig b. Dürr 1883.